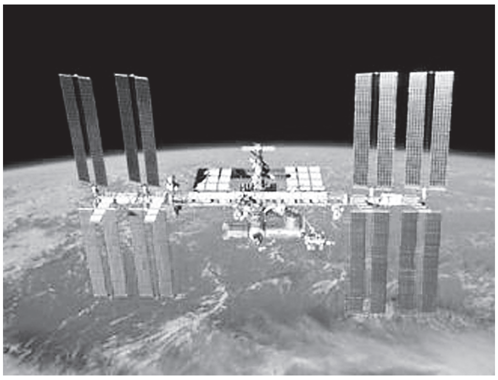
中学校第３学年

数学　B

注　意

1　先生の合図があるまで，冊子を開かないでください。
2　調査問題は，1ページから12ページまであります。
3　解答は，すべて解答用紙（解答冊子の「数学Ｂ」）に記入してください。
4　解答は，ＨＢまたはＢの黒鉛筆（シャープペンシルも可）を使い，**濃く，はっきりと**書いてください。
5　解答を選択肢から選ぶ問題は，解答用紙のマーク欄を黒く塗りつぶしてください。
6　解答を記述する問題は，指示された解答欄に記入してください。解答欄からはみ出さないように書いてください。
7　解答には，定規やコンパスは使用しません。
8　解答用紙の解答欄は，裏面にもあります。
9　調査時間は，45分間です。
10　「数学Ｂ」の解答用紙に，組，出席番号，性別を記入し，マーク欄を黒く塗りつぶしてください。

1　下の表は，国際宇宙ステーション（ＩＳＳ）と気象衛星ひまわり７号についての情報です。



国際宇宙ステーション（ＩＳＳ）

気象衛星ひまわり７号の写真

気象衛星ひまわり７号

	ＩＳＳ	ひまわり７号
全長	約 108.5 m × 約 72.8 m（サッカーのフィールドと同じくらい）	約 30 m
地表からの高さ（高度）	約 400 km	約 35800 km
地球の周りを１周するときにかかる時間	約 1.5 時間	約 24 時間

次の（１），（２）の各問いに答えなさい。

（１）地球儀を地球に見立て，地球とＩＳＳやひまわり７号の位置関係について考えます。ＩＳＳが地球儀の表面から１cm の高さを回っているとすると，ひまわり７号は地球儀の表面からおよそ何 cm の高さを回っていることになりますか。下の**ア**から**オ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　約 9 cm　　**イ**　約 16 cm　　**ウ**　約 36 cm

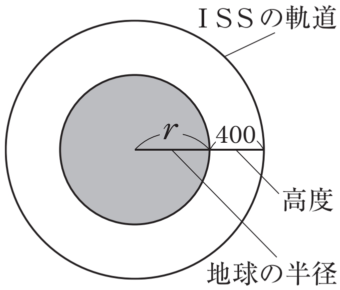
エ　約 90 cm　　**オ**　約 400 cm

（２）人工衛星が地球の周りを通る道すじのことを軌道といいます。

ＩＳＳとひまわり７号が地球を１周するときの軌道の長さの差は，次のように求めることができます。

右の図のように，地球を半径 r km の球，人工衛星の軌道を円とすると，ＩＳＳの軌道の半径は $(r+400)$ km，軌道の長さは $2\pi(r+400)$ km となります。

ひまわり７号の軌道の長さも同じように考えると，２つの人工衛星の軌道の長さの差は，次のように計算できます。



$$
\begin{aligned}
&2\pi(r+35800)-2\pi(r+400)\\
&=\cancel{2\pi r}+2\pi\times35800-\cancel{2\pi r}-2\pi\times400\\
&=2\pi\times35800-2\pi\times400\\
&=2\pi\times(35800-400)\\
&=2\pi\times35400\\
&=70800\pi
\end{aligned}
$$

このように，２つの人工衛星の軌道の長さの差は約 70800π km であることが分かります。

上の $\boxed{\quad\quad}$ からは，この軌道の長さの差について，さらに分かることがあります。下の**ア**，**イ**の中から正しいものを１つ選びなさい。また，それが正しいことの理由を説明しなさい。

ア　軌道の長さの差は，地球の半径の値によって決まる。

イ　軌道の長さの差は，地球の半径の値に関係なく決まる。

2 智也さんは，連続する３つの自然数の和がどんな数になるかを調べています。

１，２，３　のとき　１＋２＋３＝　６
２，３，４　のとき　２＋３＋４＝　９
３，４，５　のとき　３＋４＋５＝12

６＝３×２
９＝３×３
12＝３×４
３つとも３の倍数になっているね。

上で調べたことから，智也さんは，次のことを予想しました。

智也さんの予想

連続する３つの自然数の和は，３の倍数になる。

７，８，９のときは，
７＋８＋９＝24
24＝３×８
予想どおり，このときも３の倍数になっている。

次の(１)，(２)の各問いに答えなさい。

(１) **智也さんの予想**がいつでも成り立つことを説明します。下の**説明**を完成しなさい。

> ３の倍数であることを説明するには，３と自然数の積になることをいえばいいんだ。

説明

連続する３つの自然数のうち，最も小さい数をnとすると，
連続する３つの自然数は，n，$n+1$，$n+2$ と表される。
したがって，連続する３つの自然数の和は，

$n+(n+1)+(n+2)=$

(２) 智也さんは，連続する３つの自然数を，**連続する３つの偶数**に変えたとき，その和がどんな数になるかを考えてみたいと思い，いくつかの場合を調べました。

2，	4，	6	のとき	$2+4+6=12$
8，	10，	12	のとき	$8+10+12=30$
20，	22，	24	のとき	$20+22+24=66$
	⋮			⋮

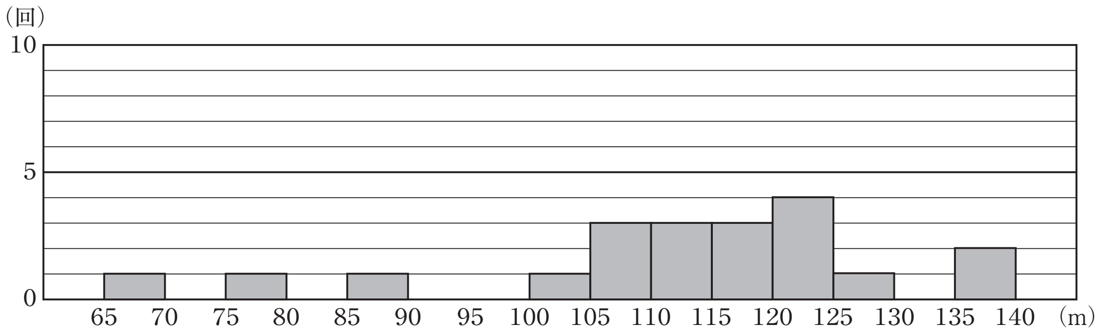
連続する３つの偶数の和は，どんな数になると予想できますか。前ページの**智也さんの予想**の書き方のように「**〜〜は，……になる。**」という形で書きなさい。

3 1998年生まれの美咲さんは，この年に行われた長野オリンピックで日本チームが金メダルをとったスキージャンプ競技に興味をもちました。この競技では，飛んだ距離の大きさと姿勢の美しさを競います。

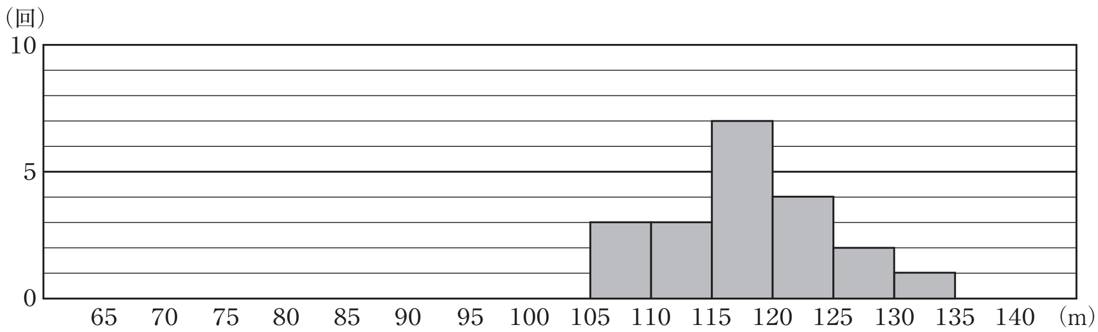
美咲さんは，このときの日本チームの原田雅彦（はらだまさひこ）選手と船木和喜（ふなきかずよし）選手の飛んだ距離の記録について調べました。下の２つのヒストグラムは，1998年シーズンの長野オリンピックまでのいくつかの国際大会で，二人が飛んだ距離の記録をまとめたものです。たとえば，このヒストグラムから，二人とも105 m以上110 m未満の距離を３回飛んだことが分かります。

原田雅彦選手と
船木和喜選手の写真

原田選手の記録



船木選手の記録



次の(１)，(２)の各問いに答えなさい。

（１）前ページの二人のヒストグラムから，原田選手と船木選手の飛んだ回数が同じであることが分かります。その回数を求めなさい。

（２）美咲さんは，もしこの二人がもう１回ずつ飛んだとしたら，どちらの選手がより遠くへ飛びそうかを，二人のヒストグラムをもとに考えてみたいと思いました。

二人のヒストグラムを比較して，そこから分かる特徴をもとに，次の１回でより遠くへ飛びそうな選手を一人選ぶとすると，あなたならどちらの選手を選びますか。下の**ア**，**イ**の中からどちらか一方の選手を選びなさい。また，その選手を選んだ理由を，**二人のヒストグラムの特徴を比較して**説明しなさい。どちらの選手を選んで説明してもかまいません。

ア　原田選手

イ　船木選手

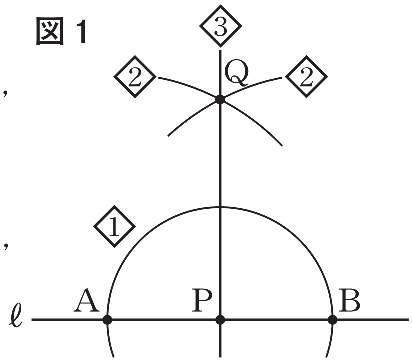
4 直線 ℓ 上の点Pを通る ℓ の垂線は，下の**手順**①，②，③で，**図1**のように作図することができます。

手順① 点Pを中心として適当な半径の円をかき，直線 ℓ との交点を点A，点Bとする。

手順② 点A，点Bを中心として，等しい半径の円を交わるようにかき，その交点の1つを点Qとする。

手順③ 点Pと点Qを通る直線をひく。

図1



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) **図1**の点Q，A，P，Bを順に結ぶと，△QABができます。この△QABを紙にかいて直線PQを折り目として折ったとき，点Aが重なるのはどの点ですか。その点の記号を書きなさい。

(2) **図1**の直線PQが直線 ℓ の垂線であることを示すために，$PQ \perp \ell$ を証明します。**手順**①からAP = BP，**手順**②からQA = QBとなることが分かります。これらをもとに，△QAP ≡ △QBPを示し，下の**証明**を完成しなさい。

証明

△QAPと△QBPにおいて，

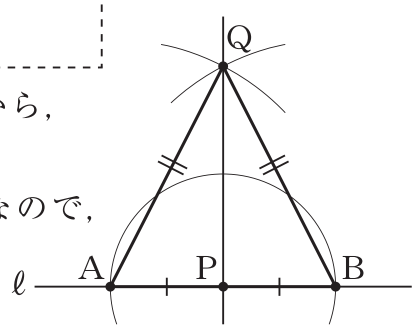
合同な三角形の対応する角は等しいから，

$\angle APQ = \angle BPQ$

$\angle APQ + \angle BPQ = \angle APB = 180^\circ$ なので，

$\angle APQ = \angle BPQ = 90^\circ$

したがって，$PQ \perp \ell$



（3）点Pが直線 ℓ 上にない場合も，ℓ の垂線を前ページの**手順**◇1，◇2，◇3で，**図２**のように作図することができます。

図２　点Ｐが直線 ℓ 上にない

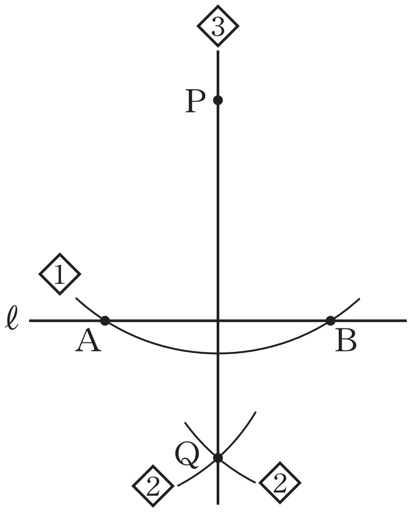


図１（前ページ）と**図２**のように，点Ｐが直線 ℓ 上にある場合も ℓ 上にない場合も，同じ**手順**◇1，◇2，◇3で垂線が作図できます。このように作図できるのは，この手順による点Q，A，P，Bを順に結んでできる図形が，どちらの場合も，ある性質をもつ図形だからです。その図形が下の**ア**から**エ**までの中にあります。正しいものを１つ選びなさい。

ア　直線PQを対称の軸とする線対称な図形

イ　直線 ℓ を対称の軸とする線対称な図形

ウ　点Qを対称の中心とする点対称な図形

エ　直線 ℓ と直線PQの交点を対称の中心とする点対称な図形

5 江戸時代の数学書「塵劫記(じんこうき)」には，日常生活で役立つ様々な計算が紹介されています。下の図は，木の高さの求め方を紹介した部分です。

寛永４年(1627年)刊行の塵劫記より

翔太(しょうた)さんは，この内容に興味をもち，木の高さの求め方を，次のようにまとめました。

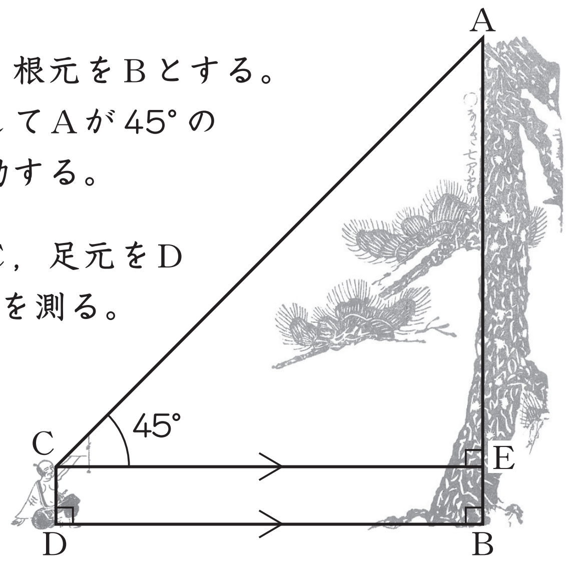
木の高さの求め方

手順

① 木の一番高い位置をA，根元をBとする。
地面と平行な直線に対してAが45°の方向に見える位置に移動する。

② そのときの目の位置をC，足元をDとし，CD，DBの長さを測る。

③ CDの長さとDBの長さをたすと，高さABが求まる。



ポイント

◎点Cを通りDBと平行な直線とABの交点をEとする。
ABの長さは直接測れないので，ABをAEとEBに分け，それぞれの長さを他の長さに置き換えて測っている。

◎木と人は地面に対して垂直に立っていると考えると，
AB ⊥ DB，CD ⊥ DB，∠AEC＝90°となる。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 目の高さCDが1.2 m，DBの長さが8.3 mであるとき，前ページの**木の高さの求め方**にしたがって，木の高さABを求めなさい。

(2) **木の高さの求め方**の**手順**◇2◇でCD，DBの長さを測っているのは，EBをCDに，CEをDBに，それぞれの長さを置き換えているからです。そのようにしてよいのは，四角形CDBEが長方形だからです。ここで用いられている長方形の性質について，下の**ア**から**エ**までの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア 長方形の4つの角はすべて等しい。

イ 長方形の2組の向かい合う辺はそれぞれ平行である。

ウ 長方形の2組の向かい合う辺の長さはそれぞれ等しい。

エ 長方形の対角線の長さは等しい。

(3) **木の高さの求め方**では，CEの長さを直接測る代わりに，次のような方法を用いて，CEの長さを求められるようにしています。

長方形の性質を用いて，CEの長さをDBの長さに置き換える。

AEについてもその長さを直接測る代わりに，**手順**◇1◇で△ACEの∠ACEを45°にすることによって，AEの長さを求められるようにしています。その方法を，上の $\boxed{}$ のように説明しなさい。

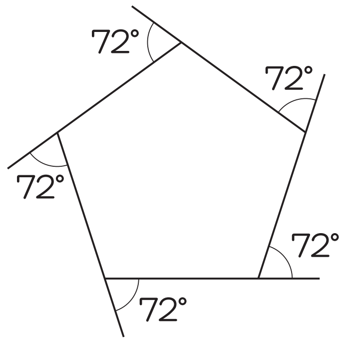
6 涼太（りょうた）さんと七海（ななみ）さんは，多角形の外角の和が360°であることをもとに，正多角形の１つの外角の大きさについて調べています。

涼太さんは，まず正五角形の１つの外角の大きさを次のように求めました。

正多角形の外角の大きさはどれも等しいから，正五角形の１つの外角の大きさは，外角の和360°を頂点の数５でわって求められます。

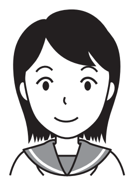
$$360° \div 5 = 72°$$

だから，正五角形の１つの外角の大きさは72°です。



七海さんは，正五角形以外の正多角形でも，同じように１つの外角の大きさを求められることに気づきました。

たとえば正三角形のときは，頂点の数が３だから，外角の和360°を３でわって，１つの外角の大きさを120°と求められるね。



次の（１）から（３）までの各問いに答えなさい。

（１）正十二角形の１つの外角の大きさを求めなさい。

（２）正多角形の１つの外角の大きさについて，「**正多角形の頂点の数を決めると，それにともなって正多角形の１つの外角の大きさがただ１つ決まる**」という関係があることが分かります。
　下線部を，次のように表すとき，$\boxed{\quad ① \quad}$ と $\boxed{\quad ② \quad}$ に当てはまる言葉を書きなさい。

> $\boxed{\quad ① \quad}$ は $\boxed{\quad ② \quad}$ の関数である。

（３）涼太さんと七海さんは，正多角形の頂点の数と１つの外角の大きさの間にある関係がどのような関数であるかを調べるために，分かったことを次のようにまとめました。

まとめ

> ◎頂点の数がいくつでも，外角の和は360°で一定である。
> ◎１つの外角の大きさはすべて等しい。
> 　だから，正多角形の１つの外角の大きさは，正多角形の外角の和を頂点の数でわることによって求められる。

　正多角形の頂点の数が x のときの１つの外角の大きさを y°とします。このとき，上の**まとめ**から，x と y の間にある関係はどのような関数であるといえますか。下の**ア**から**ウ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。また，それが正しいことの理由を説明しなさい。

ア　比例

イ　反比例

ウ　比例ではない一次関数

これで，数学Ｂの問題は終わりです。

平成 24 年度　全国学力・学習状況調査
平成24年 4 月　文部科学省