

解 説 資 料
中 学 校 数 学

平成23年9月

国立教育政策研究所
教育課程研究センター

はじめに

全国学力・学習状況調査は、平成19年度より小学校第6学年及び中学校第3学年の児童生徒を対象に実施されております。

平成23年度については、東日本大震災の影響等を考慮し、全国学力・学習状況調査としての調査の実施は見送られましたが、教育委員会及び学校等における教育に関する検証改善サイクルの継続を支援するため、希望する教育委員会及び学校等に対して、準備していた調査問題等を配布いたしました。

配布された調査問題等のうち、教科に関する調査（国語と算数・数学）に係る調査問題の作成は、国立教育政策研究所教育課程研究センターが担当しております。平成23年度全国学力・学習状況調査として実施予定であった調査問題（以下、調査問題という。）は、主として「知識」に関する問題と、主として「活用」に関する問題の2種類からなります。

主として「知識」に関する問題は、①身に付けておかなければ後の学年等の学習内容に影響を及ぼす内容や、②実生活において不可欠であり常に活用できるようになっていることが望ましい知識・技能などの内容となっております。また、主として「活用」に関する問題は、①知識・技能等を実生活の様々な場面に活用する力や、②様々な課題解決のための構想を立て実践し評価・改善する力などに係る内容となっております。

調査問題の作成に当たっては、学習指導要領に示されている内容が正しく理解されるよう留意するとともに、児童生徒に身に付けさせたい力として重視されるものについての具体的なメッセージとなるように努めました。

本資料は、教科に関する調査に係る調査問題について、学校における児童生徒への教育指導の充実や学習状況の改善等に役立てることができるよう、出題の趣旨、正答とその解説などをまとめたものです。

教育委員会及び学校等において、日常の学習指導や教育施策の改善・充実に生かしていただければ幸いです。また、学校においては、調査対象の学年や教科以外の先生方も含め、学校全体で有効に活用していただくことを期待します。

最後に、本資料の作成に当たり御協力いただきました皆様に心から御礼申し上げます。

平成23年9月

国立教育政策研究所 教育課程研究センター長
神代 浩

解説資料について

●本書の目的

本書は、平成23年度全国学力・学習状況調査として実施予定であった調査問題（以下、本書では調査問題という。）の配布後速やかに、学校における児童生徒への学習指導の改善等に役立てることができるよう、教科に関する調査に係る調査問題についての解説などをまとめたものである。

調査問題は、設問ごとに解答の状況から学習上の課題を把握し、学習指導の改善等につなげることができるよう作成している。

本書においては、問題ごとの出題の趣旨や正答とその解説、その問題と関連して今後の学習指導において参考となる事柄を記述するとともに、設問ごとに予想される解答を整理した解答類型を掲載した。

教科に関する調査問題については、設問ごとに出題の趣旨に即して解答として求める条件を定めている。解答類型は、各条件に沿って児童生徒の解答を分類し、具体的な解答状況から学習上の課題を捉え、学習指導の改善等につなげることができるよう設定している。

教育委員会及び学校等において学習指導の改善等を行うに際し、本書を有効に御活用いただきたい。

●本書の内容・構成

I 中学校数学科の調査問題作成に当たって

調査問題作成の基本方針として、調査問題の出題範囲、問題作成の枠組みについて解説した。

II 調査問題の解説

問題ごとに、出題の趣旨や正答とその解説などについて記述した。

1 出題の趣旨

問題ごとに把握する力やその意義、場面設定などについての解説を記述した。

2 各設問の趣旨

各設問について出題の趣旨を記述するとともに、学習指導要領における領域・内容及び評価の観点などを示した。なお、学習指導要領については、原則として、平成10年告示の内容を記載している。平成20年告示の内容を記載する場合は、「学習指導要領（平成20年告示）」と記している。

3 正答と解説

■正答 各設問の正答や正答例を記述した。

■解説 問題の代表的な解き方、正答の条件、予想される誤答例と考えられる原因などを記述した。

4 学習指導に当たって

問題と関連して、今後の学習指導において参考となる事柄を記述した。

Ⅲ 調査問題一覧表

問題の概要，出題の趣旨，学習指導要領の領域等，評価の観点，問題形式を一覧表にまとめた。

Ⅳ 調査問題等

調査問題，解答用紙及び正答（例）を掲載した。

Ⅴ 解答類型

解答類型は，具体的な解答の状況からも学習上の課題を捉え，学習指導の改善等につなげることができるよう，各設問についての正答，予想される誤答，無解答などを分類し整理したものである。

正答については，設問の趣旨に即して解答として求める条件を定め，その条件を全て満たしているものを◎で表し，設問の趣旨に即し必要な条件を満たしているものを○で表した。

なお，解答類型には次のように番号を付けた。

類型1～類型8（最大）… 正答・予想される誤答の類型

（複数の類型が正答となる問題もある。）

類型9 …… 「上記以外の解答」（類型1から類型8までに含まれない解答。）

類型0 …… 「無解答」（解答の記入のないもの。）

Ⅵ 質問紙調査項目（教科関連部分）

質問紙調査項目のうち，中学校数学科の教科に関する項目を掲載した。

※ 障害のある児童生徒や日本語指導が必要な児童生徒に対しては，点字問題，拡大文字問題，総ルビ付き問題を用意した。

なお，点字問題については，問題が一部異なっており，本書ではその部分を掲載した。

目 次

I	中学校数学科の調査問題作成に当たって	5
II	調査問題の解説	
A	主として「知識」に関する問題	13
1	分数の乗法の計算・正の数と負の数とその計算	14
2	文字式の計算とその利用	19
3	方程式の解き方とその利用	25
4	垂線の作図・回転移動	30
5	空間図形	34
6	平面図形の基本的な性質	41
7	三角形の合同条件・平行四辺形になるための根拠となる事柄	46
8	証明の意義	50
9	関数関係の意味	52
10	比例・反比例のグラフ	54
11	一次関数の表・式・グラフ	58
12	関数関係の判断	63
13	確率の求め方・代表値の意味・ヒストグラム	65
B	主として「活用」に関する問題	69
1	事象の数学的な解釈と問題解決の方法（ペットボトルのキャップ）	70
2	説明を振り返り、発展的に考えること（連続する自然数の和）	75
3	事象を図形的に解釈し発展的に考えること（タレスの方法）	79
4	証明を振り返り、類似の場面で証明すること（角の二等分線）	84
5	情報の適切な選択と判断（甲子園大会）	88
III	調査問題一覧表	93
A	主として「知識」に関する問題	94
B	主として「活用」に関する問題	96
IV	調査問題等	97
	数学A（主として「知識」に関する問題）	99
	数学B（主として「活用」に関する問題）	131
	解答用紙	147
	正答（例）	153
	点字問題（抜粋）	159
V	解答類型	
A	主として「知識」に関する問題	165
B	主として「活用」に関する問題	179
	点字問題部分	191
VI	質問紙調査項目（教科関連部分）	193

I 中学校数学科の調査問題作成に当たって

1 調査問題の出題範囲

全国的な学力調査の実施方法等に関する専門家検討会議による報告書『全国的な学力調査の具体的な実施方法等について（報告）』（平成18年4月，以下『報告書』という。）では，全国的な学力調査における調査問題の出題範囲・内容について，各学校段階における各教科等の土台となる基盤的な事項に絞った上で，以下のように問題作成の基本理念を整理することが適当であるとされている。

- ・身に付けておかなければ後の学年等の学習内容に影響を及ぼす内容や，実生活において不可欠であり常に活用できるようになっていることが望ましい知識・技能など（主として「知識」に関する問題）
- ・知識・技能等を実生活の様々な場面に活用する力や，様々な課題解決のための構想を立て実践し評価・改善する力などにかかわる内容（主として「活用」に関する問題）

また，具体的な調査問題の作成に当たっては，調査問題自体が学校の教員や児童生徒に対して土台となる基盤的な事項を具体的に示すものであり，教員による指導改善や児童生徒の学習改善・学習意欲の向上などに役立つとの視点が重要であるとされている。

特に，算数・数学科では，調査問題の作成に当たって，以下のような観点を盛り込むことや工夫をすることが考えられるとされている。

主として「知識」に関する問題

- ・整数，小数，分数等の四則計算をすること
- ・身の回りにある量の単位と測定が分かること
- ・図形の性質が分かること
- ・数量の関係を表すこと
- ・変化の様子を調べること
- ・確率の意味を理解し確率を求めること など

主として「活用」に関する問題

- ・物事を数・量・図形などに着目して観察し的確にとらえること
- ・与えられた情報を分類整理したり必要なものを適切に選択したりすること
- ・筋道を立てて考えたり振り返って考えたりすること
- ・事象を数学的に解釈したり自分の考えを数学的に表現したりすること など

主として「知識」に関する問題と，主として「活用」に関する問題の内容については，それぞれの問題を知識・技能の習得と考える力の育成の両面に関わるものとして捉える必要がある。

2 問題作成の枠組み

問題作成に当たっては，上記のような趣旨に基づいて，主として「知識」に関する問題，主として「活用」に関する問題のそれぞれを，数学科の内容の領域，主たる評価の観点，問題場面の文脈や状況との関わりで位置付けた。

(1) 内容の領域・評価の観点との対応

中学校数学科の調査問題の構成については、次の（表1）のように内容の領域・評価の観点との対応をまとめた。

問題作成の基本理念と具体的な観点からみて、数学科の問題としては、主として「知識」に関する問題、及び主として「活用」に関する問題のいずれについても、「数と式」、「図形」、「数量関係」の領域から出題した。

また、評価の観点として、主として「知識」に関する問題では、「数学的な表現・処理」、及び「数量、図形などについての知識・理解」に関わるものを中心に出了題した。一方、主として「活用」に関する問題では、上記2つの観点に「数学的な見方や考え方」の観点を加えたものを主たる評価の観点とした。

なお、「数学への関心・意欲・態度」に関わる学習状況は、質問紙調査を中心に調べることにした。

（表1） 中学校数学科の調査問題の構成

	領域	評価の観点	調査内容（『報告書』における例示）
主として「知識」に関する問題	数と式	数学的な表現・処理	<ul style="list-style-type: none"> ・整数、小数、分数等の四則計算をすること ・身の回りにある量の単位と測定が分かること ・図形の性質が分かること ・数量の関係を表すこと ・変化の様子を調べること ・確率の意味を理解し確率を求めること など
	図形	数量、図形などについての知識・理解	
	数量関係		
主として「活用」に関する問題	数と式	数学的な見方や考え方	<ul style="list-style-type: none"> ・物事を数・量・図形などに着目して観察し的確にとらえること ・与えられた情報を分類整理したり必要なものを適切に選択したりすること ・筋道を立てて考えたり振り返って考えたりすること ・事象を数学的に解釈したり自分の考えを数学的に表現したりすること など
	図形	数学的な表現・処理	
	数量関係	数量、図形などについての知識・理解	

(2) 主として「知識」に関する問題の枠組み

主として「知識」に関する問題は、『報告書』で例示のある観点を基に作成した。したがって、「数と式」、「図形」、「数量関係」の各領域の内容からの出題を基本としながらも、全ての内容を網羅して出題するのではなく、各教科などの土台となる基盤的な事項を選択して出題することとした。

なお、中学校数学科では、調査問題の作成に当たって、調査対象を中学校第3学年としていることから、中学校第2学年までの学習内容を出題範囲とした。

次ページの（表2）のように、学習指導要領（平成10年告示）と学習指導要領（平成20年告示）の移行措置の内容と、その評価規準の具体例*に対応するように、各領域から出題した。

*国立教育政策研究所教育課程研究センター

『評価規準の作成、評価方法の工夫改善のための参考資料（中学校）』平成14年2月。

『評価規準の作成、評価方法の工夫改善のための参考資料（小学校）』平成14年2月。

『評価規準の作成のための参考資料（中学校）』平成22年11月。

(表2) 主として「知識」に関する問題作成の枠組み

		学習指導要領の内容	評価規準の具体例またはその項目	問題番号
A	小第6学年 数と計算	【A 数と計算】 (3) 分数の乗法及び除法の意味について理解し、それらを適切に用いることができるようにする。	帯分数を含まない分数の乗法及び除法の計算ができ、それを用いることができる。	[1] (1)
		A 第1学年 数と式	(1) 正の数と負の数について具体的な場面での活動を通して理解し、その四則計算ができるようにする。	正の数・負の数の必要性やよさ
正の数・負の数の計算	[1] (4)			
(2) 文字を用いて関係や法則を式に表現したり式の意味をよみとったりする能力を養うとともに、文字を用いた式の計算ができるようにする。	文字を用いて考えることの必要性やよさ			
	文字を用いた式の計算			
	(3) 方程式について理解し、一元一次方程式を用いることができるようにする。		一元一次方程式及びその解の意味	
等式の性質と一元一次方程式の解き方			[3] (1)	
一元一次方程式の利用			[3] (2)	
第2学年	(1) 事象の中に数量の関係を見だし、それを文字を用いて式に表現し活用する能力を伸ばすとともに、文字を用いた式の四則計算ができるようにする。		整式の加法・減法、単項式の乗法・除法	[2] (1)
			文字式の利用	[2] (2) (3)
			目的に応じた式の変形	[2] (4)
	(2) 連立二元一次方程式について理解し、それを用いることができるようにする。	連立二元一次方程式とその解の意味	[3] (3)	
		連立二元一次方程式の解き方	[3] (4)	
		連立二元一次方程式の利用		
B 第1学年 図形	(1) 基本的な図形を見通しをもって作図する能力を伸ばすとともに、平面図形についての理解を深める。	平面図形の対称性		
		基本的な作図	[4] (1)	
		(2) 図形を観察、操作や実験を通して考察し、空間図形についての理解を深める。また、図形の計量についての能力を伸ばす。	空間における直線や平面の位置関係	[5] (1)
			空間図形の平面図形の運動による構成	
	第2学年	(1) 観察、操作や実験を通して、基本的な平面図形の性質を見だし、平行線の性質を基にしてそれらを確認することができるようにする。	空間図形の平面上での表現	
			基本的な図形の計量	[5] (2)
		(2) 平面図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察する能力を養う。	平行線と角	[6] (1)
			多角形の角	[6] (2)
			証明の意義と方法	[8]
			三角形の合同条件	[6] (3) [7] (1)
三角形や四角形の性質	[7] (2)			
円周角と中心角				

		学習指導要領の内容	評価規準の具体例またはその項目	問題番号
C	第1学年 数量関係	(1) 具体的な事象の中にある二つの数量の変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす。	比例、反比例の関係	
			比例、反比例の特徴	10 (1) (2) (3) 12
			比例、反比例の見方や考え方の活用	
	第2学年	(1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、一次関数について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を養う。	一次関数の関係	11 (1)
			一次関数の特徴	11 (2) (3) (4)
			一次関数の利用	
方程式とグラフ				
	(2) 具体的な事象についての観察や実験を通して、確率について理解する。	場合の数		
		確率の意味と簡単な場合について確率を求めること	13 (1)	

学習指導要領（平成20年告示）の移行措置の内容

		学習指導要領の内容	評価規準の設定例の項目	問題番号
A	第1学年 数と式	(1) 具体的な場面を通して正の数と負の数について理解し、その四則計算ができるようにするとともに、正の数と負の数を用いて表現し考察することができるようにする。	正の数と負の数の必要性和意味	1 (2)
B	第1学年 図形	(1) 観察、操作や実験などの活動を通して、見通しをもって作図したり図形の関係について調べたりして平面図形についての理解を深めるとともに、論理的に考察し表現する能力を培う。	平行移動、対称移動及び回転移動	4 (2)
			空間図形の平面上への表現と読み取り	5 (3)
		(2) 観察、操作や実験などの活動を通して、空間図形についての理解を深めるとともに、図形の計量についての能力を伸ばす。	図形の計量	5 (4)
C	第1学年 関数	(1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係についての理解を深めるとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を培う。	関数関係の意味	9
D	第1学年 資料の活用	(1) 目的に応じて資料を収集し、コンピュータを用いたりするなどして表やグラフに整理し、代表値や資料の散らばりに着目してその資料の傾向を読み取ることができるようにする。	ヒストグラムや代表値の必要性和意味	13 (2)
			資料の傾向をとらえ説明すること	13 (3)

(3) 主として「活用」に関する問題の枠組み

主として「活用」に関する問題は、『報告書』で例示された4つの観点など（(表1)の「調査内容」参照）を基に作成した。作成に当たっては、中学校数学科の指導の狙いからみて、どのような場面で、どのような数学的な知識・技能などが用いられるか、また、それぞれの場面で生徒のどのような力を評価しようとするかを明確にした。

そのために、主として「活用」に関する問題の枠組みでは、

- ①当該の数学的な知識・技能などが活用される文脈や状況
- ②活用される数学科の内容（領域）
- ③用いられる数学的なプロセス

の3つの視点から(表3)のように整理することとした。

そして、(表3)の「数学的なプロセス」である α 、 β 、 γ の内容を出題の趣旨として問題の作成に当たった。

(表3) 主として「活用」に関する問題作成の枠組み

活用する力	活用の文脈や状況	主たる評価の観点	活用される数学科の内容	数学的なプロセス
α : 知識・技能などを実生活の様々な場面で活用する力	実生活や身の回りの事象での考察 他教科などの学習 算数・数学の世界での考察	数学的な見方や考え方 数学的な表現・処理 数量、図形などについての知識・理解	数と式	<u>$\alpha 1$: 日常的な事象を数学化すること</u> $\alpha 1(1)$ ものごとを数・量・図形などに着目して観察すること $\alpha 1(2)$ ものごとの特徴を的確にとらえること $\alpha 1(3)$ 理想化, 単純化すること <u>$\alpha 2$: 情報を活用すること</u> $\alpha 2(1)$ 与えられた情報を分類整理すること $\alpha 2(2)$ 必要な情報を適切に選択し判断すること <u>$\alpha 3$: 数学的に解釈することや表現すること</u> $\alpha 3(1)$ 数学的な結果を事象に即して解釈すること $\alpha 3(2)$ 解決の結果を数学的に表現すること
β : 様々な課題解決のための構想を立て実践し評価・改善する力				図形
γ : 上記 α , β の両方にかかわる力			数量関係	<u>$\gamma 1$: 他の事象との関係をとらえること</u> <u>$\gamma 2$: 複数の事象を統合すること</u> <u>$\gamma 3$: 多面的にものを見ること</u>

(4) 問題形式

今回の調査問題では、以下のような問題形式で出題した。

- 選択式 ……複数の選択肢から正しいものを選択する。
- 短答式 ……数値や用語など主として単語で答える。
- 記述式 ……事柄について文などで説明する。

なお、『報告書』では「記述式の問題を一定割合で導入する。」とされていることから、問題の位置付けを明確にするために、記述式の問題のタイプを次の(5)のように整理した。

(5) 記述式の問題

①記述式の問題の位置付け

『報告書』では「調査問題自体が学校の教員や児童生徒に対して土台となる基盤的な事項を具体的に示すものであり、教員による指導改善や、児童生徒の学習改善・学習意欲の向上などに役立つとの視点が重要である。」との指摘がある。この意味で、特に記述式の問題の出題において評価する記述内容は、今後の数学科の指導で求められる方向を示すものにつながる。つまり、個々の記述式の問題について、どのような記述内容を求めるかは、その問題に取り組み正答を導く生徒の「あるべき姿」を示すことになる。

②記述式の問題のタイプ

今回の出題では、記述式の問題として、以下の(a)～(c)の3つのタイプを考えた。

- (a) 見いだした事柄や事実を説明する問題
……「タレスの方法・**3**(2)」
- (b) 事柄を調べる方法や手順を説明する問題
……「ペットボトルのキャップ・**1**(2)」
- (c) 事柄が成り立つ理由を説明する問題
 - (c-1) 明示された説明すべき事柄の根拠を記述する形式
……「連続する自然数の和・**2**(3)」
「角の二等分線・**4**(2)」
「甲子園大会・**5**(2)」
 - (c-2) 説明すべき事柄を判断し、その根拠を記述する形式
……平成23年度の出題はなし

これらの問題のタイプについて、問題で求める記述内容とそれに対応して構成される解答類型を、次のように整理した。

(a) 見いだした事柄や事実を説明する問題

数学科の学習指導では、数量や図形などの考察対象について、あるいは問題場面について、成り立つ数学的な事実を見だし、見いだした事柄を証明したり、その反例をあげたりすることによって検証する活動が行われる。この活動の中では、見いだした事柄を的確に捉え直し、数学的に正しく表現することが大切である。そこで、記述式の問題のタイプとして「見いだした事柄や事実を説明する問題」を出題し、このような場面での数学的な表現力をみることにした。

一般に、ある事柄を数学的に説明する場合、前提あるいは根拠(〇〇)とそれによっ

て説明される結論（△△）の両方を含む命題の形で記述することが求められる。したがって、「見いだした事柄や事実を説明する問題」では、前提あるいは根拠の指摘と、それによって説明される結論の両方を指摘できることが大切である。そこで、「○○は、△△である。」の形で記述することを解答として求めた。

例えば、「タレスの方法・**3**(2)」の問題（p. 79）では、三角形の合同条件を用いることを明示し、適切な条件を選び、それを証明するための根拠となる事柄として「1辺とその両端の角がそれぞれ等しい2つの三角形は、合同である。」との記述を求めた。

この事柄や事実を説明する問題においては、前提あるいは根拠に当たる部分（主部）とそれによって説明される結論に当たる部分（述部）を正答の条件として解答類型を作成した。

このように、見いだした事柄や事実を説明する内容としては、数や図形の性質や、問題場面における要素間の関係などが考えられる。

(b) 事柄を調べる方法や手順を説明する問題

数学を活用する場面で、問題を解決する方法や手順を的確に説明できるようにすることは大切である。また、主として「活用」に関する問題作成の基本理念に、様々な課題解決のための構想を立て実践し評価・改善する力をみることが挙げられている。このことから、事象について数学的に解釈する場面でのアプローチの仕方や手順の説明を求める問題によって、構想を立てたり、それを評価・改善したりする力をみることにした。

事柄を調べる方法や手順を説明する場合、問題にアプローチする方法を考える上で、「用いるもの（○○）」（例えば、グラフ、表、式などの用いるもの）と、「用い方（△△）」（例えば、 x と y の関係式にある値を代入して求めることや、2点を結ぶ直線からグラフ上の x の値に対応する y の値を求めるなどの用い方）の両方を指摘できることが大切である。そこで、「○○を用いて、△△をする。」の形で記述することを解答として求めた。

例えば、「ペットボトルのキャップ・**1**(2)」の問題（p. 70）では、「用いるもの」のうち、「空の回収箱の重さ」を選択し、「キャップが入った回収箱全体の重さから空の回収箱の重さをひいた重さをキャップ1個の重さでわる。」のように「用い方」を明示することを求めた。また、解答類型の作成においても、「用いるもの」とその「用い方」を視点として解答を分類した。具体的には、(a)キャップの入った回収箱の重さから空の回収箱の重さをひいた重さ、と(b)キャップ1個の重さを明示し、(a)を(b)でわることの記述を求めた。

(c) 事柄が成り立つ理由を説明する問題

数学を活用する場面で、ある事柄が成り立つ根拠を説明できるようにすることが大切である。主として「活用」に関する問題の調査内容には、筋道を立てて考えたり、振り返って考えたりすることが例示されている。このことから、説明すべき事柄についてその根拠を示して理由を説明する問題を出題し、論理的な思考力や表現力をみることにした。

ある事柄が成り立つ理由の説明を求める問題では、説明の対象となる事柄の根拠を示すこと、その根拠に基づいて事柄が成り立つことの両方を指摘できることが大切である。そこで、「○○であるから、△△である。」の形で表現される前半部分と後半部分の両方を記述することを解答として求めた。

理由の説明を求める問題においては、明示された説明すべき事柄の根拠を記述する形式と、説明すべき事柄を複数の選択肢から選択して、その根拠を記述する形式が考えられる。今回の調査問題では、前者の形式で出題し、説明すべき事柄と根拠の両方の記述を解答として求めた。

例えば、「連続する自然数の和・ $\boxed{2}$ (3)」の問題 (p. 75) では、連続する5つの自然数の和について、計算結果である「 $5(n+2)$ 」について、「 $n+2$ は中央の自然数だから、 $5(n+2)$ は中央の自然数の5倍である。」のように根拠と説明すべき事柄の記述を求めた。

Ⅱ 調査問題の解説

A 主として「知識」に関する問題

1 分数の乗法の計算・正の数と負の数とその計算

<p>1 次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。</p> <p>(1) $\frac{5}{7} \times \frac{3}{4}$ を計算しなさい。</p> <p>(2) 下のアからエまでの計算のうち、次の2つのことが両方ともいえるのはどれですか。正しいものを1つ選びなさい。</p> <ul style="list-style-type: none">・ a と b が自然数のとき、計算の結果が自然数にならないことがある。・ a と b が整数のとき、計算の結果はいつも整数になる。 <p>ア $a + b$</p> <p>イ $a - b$</p> <p>ウ $a \times b$</p> <p>エ $a \div b$</p>	<p>(3) 絶対値が5である負の数を書きなさい。</p> <p>(4) $3 - 2 \times (-4)$ を計算しなさい。</p>
--	--

1 出題の趣旨

分数の乗法の計算ができるかどうかをみる。
数の範囲を拡張することによって、四則計算の可能性が拡大されることを理解しているかどうかをみる。
正の数と負の数の範囲で絶対値の意味を理解しているかどうかをみる。
加減乗除を含む正の数と負の数の計算において、計算のきまりにしたがって、正しく計算できるかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問(1) この問題は、分数の乗法の計算ができるかどうかをみるものである。
分数の乗法の計算は、中学校数学科において、有理数の計算や文字式の計算をしたり、方程式を解いたりする際に必要である。

設問(2) この問題は、数の範囲を拡張することによって、四則計算の可能性が拡大されることを理解しているかどうかをみるものである。ここでは、数の範囲を自然数から整数に拡張したとき、減法がいつでも可能になることを理解していることが求められる。

数の範囲を拡張し、四則計算とその意味を考えることは、第3学年における平方根の学習や高等学校における実数や複素数の学習においても必要である。

設問(3) この問題は、正の数と負の数の範囲で絶対値の意味を理解しているかどうかをみるものである。

この内容は、正の数と負の数を計算したり、計算の結果を見積もったりする際に必要である。

設問(4) この問題は、加減乗除を含む正の数と負の数の計算において、計算のきまりにしたがって、正しく計算できるかどうかをみるものである。ここでは、数の範囲を正の数と負の数に拡張した場合も、乗除を先行するなどの計算のきまりにしたがって、正しく計算することが求められる。

この内容は、中学校数学科の学習全般において必要である。

なお、平成19年度全国学力・学習状況調査(以下、「平成19年度調査」という。)^{※1}においても同趣旨の問題を出題した。

また、平成20年度調査【小学校】においては、p. 18のような問題を出題している。

■学習指導要領における内容・領域

設問(1) 小学校第6学年 A 数と計算

(3) 分数の乗法及び除法の意味について理解し、それらを適切に用いることができるようにする。

ウ 分数の乗法及び除法の計算の仕方を考え、それらの計算ができること。

設問(2) 第1学年 A 数と式 [学習指導要領(平成20年告示)]

(1) 具体的な場面を通して正の数と負の数について理解し、その四則計算ができるようにするとともに、正の数と負の数を用いて表現し考察することができるようにする。

ア 正の数と負の数の必要性和意味を理解すること。

設問(3) 第1学年 A 数と式

(1) 正の数と負の数について具体的な場面での活動を通して理解し、その四則計算ができるようにする。

ア 負の数の必要性を知り、正の数と負の数の意味を理解すること。

設問(4) 第1学年 A 数と式

(1) 正の数と負の数について具体的な場面での活動を通して理解し、その四則計算ができるようにする。

イ 正の数と負の数の四則計算の意味を理解し、簡単な計算ができること。

※1 同様に、平成20年度全国学力・学習状況調査を「平成20年度調査」、平成21年度全国学力・学習状況調査を「平成21年度調査」、平成22年度全国学力・学習状況調査を「平成22年度調査」という。

■評価の観点

設問(1) 数量や図形についての表現・処理(小学校)

設問(2)・設問(3)

数量, 図形などについての知識・理解

設問(4) 数学的な表現・処理

3 正答と解説

設問(1) ■正答 $\frac{15}{28}$

■解説
$$\frac{5}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{7 \times 4}$$
$$= \frac{15}{28}$$

設問(2) ■正答 イ

■解説 a と b が自然数のとき, 計算の結果が自然数にならないこともあるのは, 減法と除法である。また, a と b が整数のとき, 計算の結果がいつも整数になるのは, 加法, 減法, 乗法である。

これらのことから, 上の2つのことが両方ともいえるのは減法であり, イになる。

設問(3) ■正答 -5

■解説 絶対値が5である数は5, -5 である。このうち, 負の数は -5 である。

設問(4) ■正答 11

■解説
$$3 - 2 \times (-4) = 3 + 8$$
$$= 11$$

[誤答例] -4 ……減法を乗法より先行して計算している。

4 学習指導に当たって

数の範囲を正の数と負の数にまで拡張した場面で、絶対値の意味、四則計算の可能性について取り上げて数の概念の理解を深め、計算の意味や計算の方法を理解することが大切である。

① 四則計算の可能性を数の範囲と関連付けて理解できるようにする

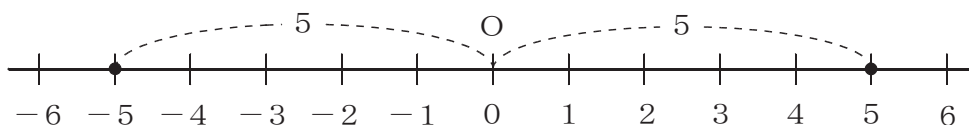
中学校数学科では、小学校で学習した数の範囲を正の数と負の数に拡張する。その際、四則計算の可能性を拡張された数の範囲と関連付けて理解することが大切である。

指導に当たっては、計算が可能であることの意味を明らかにするとともに、数の範囲を拡張したとき四則計算がいつでも可能であるかどうかを確認する場面を設定することが大切である。例えば、設問(2)において、自然数と整数のそれぞれの範囲で a と b に数を具体的に当てはめて四則計算を行う場面を設定することが考えられる。その際、減法の場合では、 a と b が自然数のとき計算の結果が自然数になるとは限らないが、 a と b が整数のときは計算の結果がいつでも整数になることを確かめることが大切である。

② 正の数と負の数の範囲で、絶対値の意味を理解できるようにする

数直線上における原点からの距離が絶対値であることを理解することが大切である。

指導に当たっては、例えば、下の図のように絶対値が5である数を数直線上に表すことを通して、絶対値が5である数として、 $+5$ と -5 の2つが存在することを確認する場面を設定することが考えられる。



③ 正の数と負の数の範囲で計算のきまりにしたがって、確実に計算できるようにする

加減乗除を含む計算では、正の数と負の数の範囲でも、小学校で学習したことと同様に、乗除を加減より先行するという計算のきまりにしたがって正しく計算することが大切である。

指導に当たっては、計算のきまりを確認し、確実に計算できるようにすることが大切である。例えば、次のような誤りのある計算について、計算のきまりに照らしてその誤りを見だし、正しく計算し直す場面を設定することが考えられる。

<誤りのある計算例>

$$\begin{aligned} 3 - 2 \times (-4) &= 1 \times (-4) \\ &= -4 \end{aligned}$$

(参考) 平成19・20・21・22年度調査との関連

	問題番号	問題の概要	正答率
設問(4)	H19A $\boxed{1}$ (4)	$8 - 5 \times (-6)$ を計算する	77.8%

(参考) 平成20年度調査【小学校】との関連

	問題番号	問題の概要	正答率
設問(4)	H20A $\boxed{1}$ (5)	$3 + 2 \times 4$ を計算する	71.1%

$\boxed{1}$

次の計算をしましょう。

(1) $132 - 124$

(2) 52×41

(3) $6 + 0.5$

(4) $68.4 \div 36$

(5) $3 + 2 \times 4$

(6) $2 \div 3$ (商を分数で表しましょう。)

2 文字式の計算とその利用

<p>2 次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。</p> <p>(1) $(4a - 6) - 2(a - 3)$ を計算しなさい。</p> <p>(2) 連続する3つの自然数のうち、最も小さい自然数を n とするとき、その連続する3つの自然数をそれぞれ n を用いた式で表しなさい。</p>	<p>(3) 青色のテープと黄色のテープがあります。青色のテープの長さは a m、黄色のテープの長さは b m です。 青色のテープの長さが黄色のテープの長さの何倍であるかを、a、b を用いた式で表しなさい。</p> <p>(4) 等式 $3x + y = 7$ を、y について解きなさい。</p>
---	--

1 出題の趣旨

文字式の計算ができるかどうかをみる。
数量の関係や法則などを文字式で表現することができるかどうかをみる。
ある文字について解くことの意味を理解し、関係を表す式を、等式の性質を用いて目的に応じて変形できるかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問(1) この問題は、整式の加法と減法の計算ができるかどうかをみるものである。
分配法則を用いた式の計算は、方程式を解いたり、文字を使って数や図形の性質を説明したりする際に必要である。
なお、平成19年度調査、及び平成20年度調査においても、同趣旨の問題を出題した。

設問(2) この問題は、数量の関係や法則などを文字式で表現することができるかどうかをみるものである。

このことは、事象における数量やその関係を一般的に把握したり、形式的に処理を行ったりする際に必要である。

なお、平成22年度調査においても同趣旨の問題を出題した。

また、今回、B $\boxed{2}$ では、連続する3つの自然数の和が中央の自然数の3倍であること、連続する5つの自然数の和が中央の自然数の5倍であることについての問題を出題している。

設問(3) この問題は、数量の関係や法則などを文字式で表現することができるかどうかをみるものである。

このことは、事象における数量やその関係を一般的に把握したり、形式的に処理を行ったりする際に必要である。

なお、平成22年度調査においても同趣旨の問題を出題した。

また、平成20年度調査【小学校】においては、p. 24のような問題を出題している。

設問(4) この問題は、ある文字について解くことの意味を理解し、関係を表す式を、等式の性質を用いて目的に応じて変形できるかどうかをみるものである。

等式の変形は、方程式を解いたり、二元一次方程式を関数を表す式とみて考察したりする際に必要である。

なお、平成19年度調査、平成20年度調査、平成21年度調査、平成22年度調査では、関係を表す式を、等式の性質を用いて目的に応じて変形できるかどうかをみる問題を出題した。

■学習指導要領における内容・領域

設問(1) 第2学年 A 数と式

(1) 事象の中に数量の関係を見だし、それを文字を用いて式に表現し活用する能力を伸ばすとともに、文字を用いた式の四則計算ができるようにする。

ア 簡単な整式の加法、減法及び単項式の乗法、除法の計算ができること。

設問(2)・設問(3)

第2学年 A 数と式

(1) 事象の中に数量の関係を見だし、それを文字を用いて式に表現し活用する能力を伸ばすとともに、文字を用いた式の四則計算ができるようにする。

イ 数量及び数量の関係をとらえるために文字式を利用できることを理解すること。

設問(4) 第2学年 A 数と式

(1) 事象の中に数量の関係を見だし、それを文字を用いて式に表現し活用する能力を伸ばすとともに、文字を用いた式の四則計算ができるようにする。

ウ 目的に応じて、簡単な式を変形できること。

■評価の観点

設問(1)・設問(2)・設問(3)・設問(4)

数学的な表現・処理

3 正答と解説

設問(1) ■正答 $2a$

■解説 $(4a - 6) - 2(a - 3) = 4a - 6 - 2a + 6$
 $= 2a$

[誤答例] $2a - 3 \cdots \cdots - 2(a - 3)$ を $-2a + 3$ と計算している。

設問(2) ■正答 $n, n + 1, n + 2$

■解説 連続する3つの自然数では、最も小さい自然数より1大きいものが中央の自然数であり、最も小さい自然数より2大きいものが最も大きい自然数である。したがって、連続する3つの自然数は、最も小さい自然数を n とすると、 $n, n + 1, n + 2$ である。

設問(3) ■正答 $\frac{a}{b}$ (倍)

■解説 黄色のテープの長さ b mの□倍が、青色のテープの長さ a mと捉えて、基準量が b 、比較量が a と考え、 $a \div b$ と立式する。したがって、 $\frac{a}{b}$ 倍となる。

設問(4) ■正答 $y = -3x + 7$

■解説 $3x + y = 7$
 $3x$ を右辺に移項すると、 $y = -3x + 7$

4 学習指導に当たって

文字式の学習では、いくつかの文字を含む式の計算ができることが大切である。さらに、事象における数量の関係を見だし、それを式に表現したり、式の意味をよみとったり、目的に応じて等式を変形したりすることなどの学習を通して、文字式を利用することのよさを実感することも大切である。

① 文字式の計算過程や計算結果を振り返ることができるようにする

文字式の計算では、計算過程において分配法則を適用したり同類項を整理したりするなどして、正確に計算することが大切である。

指導に当たっては、計算過程だけでなく、計算結果も振り返ることができるようにすることが大切である。例えば、設問(1)では、 $2a - 3$ と誤って計算した例を取り上げ、与えられた式と計算結果である $2a - 3$ に $a = 3$ などを代入して、それぞれの式の値が一致しないことから、計算過程のどこに誤りがあるかを見だし、正しい計算方法を確認する活動を取り入れることが考えられる。

② 事柄や数量の関係を文字式で表したり、その文字式をよんだりすることができるようにする

事柄や数量の関係を文字式で表したり、文字式で表された事柄や数量の関係をよんだりすることが大切である。

指導に当たっては、具体的な数や言葉を使った式を利用して数量の関係を捉え、文字式で表したり、その意味を解釈したりできるようにすることが考えられる。例えば、設問(2)において、連続する3つの自然数「5, 6, 7」は、最も小さい自然数が5であり、その5を基準とすると「5, 5 + 1, 5 + 2」とみることができる。このことを踏まえて、連続する3つの自然数は、最も小さい自然数を n として、その n を基準とすると「 n , $n + 1$, $n + 2$ 」と表されることを確認する場面を設定することが考えられる。その際、 $n + 1$ は n の次の自然数、 $n + 2$ は $(n + 1) + 1$ だから $n + 1$ の次の自然数を表していることをよみとれるようにすることが大切である。

③ ある文字について解くことの意味を理解し、等式を変形できるようにする

2つ以上の文字を含む等式の変形では、ある文字について解くことの意味を理解することが大切である。また、式変形の目的を明確にした上で、等式の性質などの根拠に基づいて正しく変形することが大切である。

指導に当たっては、ある文字について解くことの意味を、具体的な場面で理解できるようにすることが考えられる。例えば、時速 a kmで b 時間進んだときの道のり S kmを求める式 $S = ab$ から、速さ a を求める式を得ることは、等式 $S = ab$ を a について解くことを意味し、式では「 $a =$ 」の形で表すことを意味する。このような理解を踏まえ、目的をもって $a = \frac{S}{b}$ と変形できるようにすることが大切である。

(参考) 平成19・20・21・22年度調査との関連

	問題番号	問題の概要	正答率
設問(1)	H19A[2](1)	$(2x + 7y) - 2(x - 3y)$ を計算する	73.5%
	H20A[2](1)	$(5x - 8) - 2(x - 3)$ を計算する	82.9%
設問(2) 設問(3)	H22A[2](4)	2けたの自然数を表す式を選ぶ	67.7%
設問(4)	H19A[2](4)	$2x + 3y = 9$ を y について解く	57.1%
	H20A[2](4)	$x + 2y = 6$ を y について解く	55.0%
	H21A[2](4)	$S = \frac{1}{2}ah$ を a について解く	45.7%
	H22A[2](5)	$2x + y = 5$ を y について解く	73.7%

(参考) 過去の調査における正答率

	調査の名称 (実施学年)	正答率
設問(1)	昭和39年度全国中学校学力調査(3学年)	60.8%
	平成13年度小中学校教育課程実施状況調査(1学年)	56.9%
	平成15年度小・中学校教育課程実施状況調査(1学年)	55.2%

(参考) 平成20年度調査【小学校】との関連

	問題番号	問題の概要	正答率
設問(3)	H20A 4 (2)	6 mのテープの長さは12 mのテープの長さの何倍かを求める式と答えを書く	55.7%

4

テープが3本あります。テープの長さは、次のようになっています。

- ・赤色のテープの長さは 3 m
- ・青色のテープの長さは 6 m
- ・黄色のテープの長さは 12 m

(1) 黄色のテープの長さは、赤色のテープの長さの何倍ですか。求める式と答えを書きましょう。

(2) 青色のテープの長さは、黄色のテープの長さの何倍ですか。求める式と答えを書きましょう。

3 方程式の解き方とその利用

3 次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

(1) 一次方程式 $0.1x + 1 = 1.5$ を解きなさい。

(2) 次の問題と方程式をつくるための考え方を読んで、下の **ア** と **イ** に当てはまる式を書きなさい。

問題

ある学級の人数は全部で37人で、男子は女子より5人多いそうです。この学級の女子の人数を求めるために方程式をつくりなさい。

方程式をつくるための考え方

① 求めたい数量である、女子の人数を x 人とする。

② 「男子の人数」に着目すると、
「男子の人数」は、女子の人数より5人多いので、文字 x を使って、 $(x+5)$ 人と表すことができる。

③ また、「男子の人数」は、学級の全部の人数から女子の人数をひけばよいので、文字 x を使って、**ア** 人と表すこともできる。

④ 「男子の人数」を②、③のように2通りの式で表すことができるので、方程式は等号を使って **イ** と表すことができる。

(3) 連立方程式 $\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$ の解を求めるために、2つの二元一次方程式 $x + y = 4$ 、 $3x + 2y = 9$ をそれぞれ成り立たせる x 、 y の値の組を調べています。次の表1、表2は、 x の値が-1から5までの整数のときについて調べたものです。

表1 $x + y = 4$ を成り立たせる x 、 y の値の組

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	5	4	3	2	1	0	-1

表2 $3x + 2y = 9$ を成り立たせる x 、 y の値の組

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	6	4.5	3	1.5	0	-1.5	-3

この連立方程式の解について正しく述べたものを、下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

- ア $x = 1$ 、 $y = 3$ の値の組は、表1、表2の両方にあるので、この連立方程式の解である。
- イ $x = 1$ 、 $y = 3$ の値の組は、表1にあるので、この連立方程式の解である。
- ウ $x = 1$ 、 $y = 3$ の値の組は、表2にあるので、この連立方程式の解である。
- エ $x = 1$ 、 $y = 3$ の値の組は、 x 、 y の値がともに整数なので、この連立方程式の解である。
- オ 表1、表2の x 、 y の値の組の中には、この連立方程式の解はない。

(4) 連立方程式 $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = x + 3 \end{cases}$ を解きなさい。

1 出題の趣旨

一元一次方程式や連立二元一次方程式を解くことができるかどうかをみる。

問題の中の数量やその関係から、2通りに表される数量に着目することによって、文字を用いた式や数で表し、それらを等号で結んで一元一次方程式をつくることができるかどうかをみる。

連立二元一次方程式の解の意味を理解しているかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問(1) この問題は、小数を含む一元一次方程式を解くことができるかどうかをみるものである。ここでは、小数を含む一元一次方程式を等式の性質に基づいて解くことが求められる。

このことは、連立二元一次方程式や二次方程式などを解く際に必要である。

設問(2) この問題は、問題の中の数量やその関係から、2通りに表される数量に着目し、それらを文字を用いた式や数で表せるかどうか、また、それらの相等関係に注目し、一元一次方程式をつくることができるかどうかをみるものである。

このことは、方程式を利用して問題を解決する過程で、問題場面に即した方程式をつくるために必要である。

なお、平成21年度調査では、一元一次方程式をつくって問題を解決するために、数量の関係を捉え、2通りに表せる数量に着目できるかどうかをみる問題を出题した。

設問(3) この問題は、連立二元一次方程式の解の意味を理解しているかどうかをみるものである。

方程式の解の意味を理解することは、二元一次方程式や二次方程式など中学校における方程式の学習に加え、高等学校における方程式や不等式の学習においても必要である。

なお、平成20年度調査では、二元一次方程式の解の意味を理解しているかどうかをみる問題を出题した。

設問(4) この問題は、簡単な連立二元一次方程式を解くことができるかどうかをみるものである。ここでは、2つの文字のうち一方を消去して、一元一次方程式に変形し、2つの二元一次方程式を同時に満たす値の組を求めることになる。

連立二元一次方程式を解くことは、一次関数のグラフの交点を求めたり、二次方程式を解いたりする際に必要である。

なお、平成19年度調査、平成20年度調査、平成21年度調査、平成22年度調査においても、同趣旨の問題を出题した。

■学習指導要領における内容・領域

設問(1) 第1学年 A 数と式

- (3) 方程式について理解し、一元一次方程式を用いることができるようにする。
イ 等式の性質を見だし、方程式がそれに基づいて解けることを知ること。

設問(2) 第1学年 A 数と式

- (3) 方程式について理解し、一元一次方程式を用いることができるようにする。
ウ 簡単な一元一次方程式を解くことができ、それを利用できること。

設問(3) 第2学年 A 数と式

- (2) 連立二元一次方程式について理解し、それを用いることができるようにする。
ア 二元一次方程式とその解の意味を理解すること。

設問(4) 第2学年 A 数と式

- (2) 連立二元一次方程式について理解し、それを用いることができるようにする。
イ 連立二元一次方程式とその解の意味を理解し、簡単な連立二元一次方程式を解くことができ、それを利用できること。

■評価の観点

設問(1)・設問(2)・設問(4)

数学的な表現・処理

設問(3) 数量、図形などについての知識・理解

3 正答と解説

設問(1) ■正答 ($x =$) 5

■解説

$$\begin{aligned}0.1x + 1 &= 1.5 \\x + 10 &= 15 \\x &= 15 - 10 \\x &= 5\end{aligned}$$

設問(2) ■正答 ア $37 - x$
 イ $x + 5 = 37 - x$

■解説 ア 学級の全部の人数は37人、女子の人数は x 人である。
 男子の人数は、学級の全部の人数から女子の人数をひけばよいので、 $(37 - x)$ 人になる。
 イ 女子の人数を x 人として、男子の人数は、 $(x + 5)$ 人と
 $(37 - x)$ 人の2通りの式で表すことができるので、女子の人数を求める方程式は $x + 5 = 37 - x$ になる。

設問(3) ■正答 ア

■解説 $x = 1$, $y = 3$ は、2つの二元一次方程式 $x + y = 4$,
 $3x + 2y = 9$ をそれぞれ成り立たせる x , y の値の組である。
 したがって、連立方程式 $\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$ の解は、 $x = 1$, $y = 3$
であり、アになる。

設問(4) ■正答 ($x =$) 4, ($y =$) 7

■解説 $\begin{cases} y = 2x - 1 & \cdots\cdots\text{①} \\ y = x + 3 & \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$
 ①を②に代入すると、
 $2x - 1 = x + 3$
 $2x - x = 3 + 1$
 $x = 4$
 $x = 4$ を①に代入すると、
 $y = 7$

4 学習指導に当たって

方程式をつくったり、方程式を解いたりすることについて、単に手続きを学習するのではなく、その意味や根拠を明確にして、理解を深めることが大切である。

① 方程式の解の意味を理解できるようにする

方程式は、変数（未知数）を含んだ相等関係についての条件を表した等式であり、その条件を満たす値が方程式の解であることを理解することが大切である。また、連立二元一次方程式は、二元一次方程式によって2つの条件を表現したものであり、その解は2つの二元一次方程式を同時に満たす値の組であるということを理解することが大切である。

指導に当たっては、例えば、連立二元一次方程式では設問(3)のように、2つの二元一次方程式について、それぞれの方程式を満たす x , y の値の組を求め、表にまとめるなどして、2つの方程式を同時に満たす値の組を見いだす活動を取り入れることが考えられる。その際、二元一次方程式の解は無数にあることを確認する場面を設定することが大切である。また、連立二元一次方程式の解の意味について理解を深めるために、一次関数と二元一次方程式のグラフとを関連付けることも有効である。

② 様々な方程式を工夫して解くことができるようにする

方程式の解を、式に応じて等式の性質に基づく操作などによって求めるとともに、求めた解や解を求めるまでの過程について振り返ることが大切である。

指導に当たっては、設問(1)のような小数を含む一元一次方程式の場合、左辺と右辺に同じ数をかけて、小数を含まない形に変形してから解くなど、等式の性質を利用して方程式を工夫して解くことができるようにすることが大切である。また、連立二元一次方程式の場合、「2つの文字のうち一方の文字を消去し、既知している一元一次方程式に帰着して解く」という考え方を理解し、加減法や代入法を用いて能率よく解くことができるようにすることが大切である。さらに、方程式を解いた後、求めた解が正しいかどうかをもとの方程式に代入して確かめる活動を取り入れることが考えられる。

③ 方程式をつくるための考え方を理解できるようにする

問題解決の場面で方程式を利用する場合、問題の中にある数量やその関係を捉えて、式をつくる必要がある。そのためには、問題の中にある数量やその関係から2通りに表すことのできる数量に着目し、それらが等しい関係にあることから等号で結ばよという方程式をつくるための考え方を理解することが大切である。

指導に当たっては、例えば、設問(2)では、「男子の人数」に着目し、問題の中の「学級の全部の人数は37人」、「男子は女子より5人多い」という数量の関係から、女子の人数を x 人とするとき男子の人数は $(37 - x)$ 人と $(x + 5)$ 人の2通りに表されること、そしてそれらが等しい関係にあることを確認する場面を設定することが考えられる。また、「学級の全部の人数」や「女子の人数」に着目して、それらを2通りで表し、着目した数量に応じた方程式をつくる活動を取り入れることも考えられる。そうすることで、方程式をつくるための考え方の理解が深められるようになる。

(参考) 平成19・20・21・22年度調査との関連

	問題番号	問題の概要	正答率
設問(2)	H21A③(3)	一元一次方程式をつくるために、着目する数量を答える	36.3%
設問(3)	H20A③(3)	$x - y = 1$ の解の個数を選ぶ	59.1%
設問(4)	H19A③(4)	連立方程式 $\begin{cases} 5x + 7y = 3 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$ を解く	72.7%
	H20A③(4)	連立方程式 $\begin{cases} y = 3x - 1 \\ 3x + 2y = 16 \end{cases}$ を解く	77.4%
	H21A③(4)	連立方程式 $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$ を解く	73.5%
	H22A③(3)	連立方程式 $\begin{cases} 3x + 2y = 9 \\ x + y = 4 \end{cases}$ を解く	79.6%

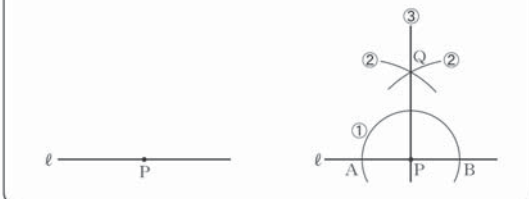
4 垂線の作図・回転移動

4 次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 直線 ℓ 上の点 P を通る ℓ の垂線を、下の①、②、③の手順で作図しました。

作図の方法

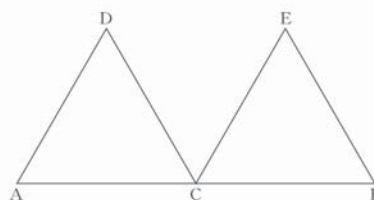
- ① 点 P を中心として、適当な半径の円をかき、 ℓ との交点をそれぞれ点 A 、点 B とする。
- ② 点 A 、点 B を中心として、等しい半径の円を交わるようにかき、その交点の1つを点 Q とする。
- ③ 点 P と点 Q を通る直線をひく。



この作図の方法は、対称な図形の性質を用いているとみることができます。どのような性質を用いているといえますか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア 点 A を対称の中心とする点対称な図形の性質を用いている。
- イ 点 B を対称の中心とする点対称な図形の性質を用いている。
- ウ 点 Q を対称の中心とする点対称な図形の性質を用いている。
- エ 直線 AB を対称軸とする線対称な図形の性質を用いている。
- オ 直線 PQ を対称軸とする線対称な図形の性質を用いている。

(2) 下の図のように、線分 AB の中点 C をとり、辺 AC 、辺 CB をそれぞれ1辺とする正三角形 DAC 、正三角形 BEC をつくります。



正三角形 DAC を、点 C を中心として時計回りに回転移動して、正三角形 BEC にぴったり重ねるには、何度回転移動すればよいですか。その角度を求めなさい。

1 出題の趣旨

垂線の作図の方法を図形の対称性に着目して見直すことができるかどうかをみる。
回転移動の意味を理解しているかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問(1) この問題は、直線上の点を通るその直線の垂線の作図の方法を、図形の対称性に着目して見直すことができるかどうかをみるものである。

作図の方法を図形の対称性に着目して見直すことによって、見通しをもって作図をすることができる。このように平面図形についての直観的な見方や考え方を深めることは、平面図形のいろいろな性質を見いだしたり、証明を考えたりする際に必要である。

なお、平成20年度調査においても、同一の問題を出題した。

設問(2) この問題は、回転移動の意味を理解しているかどうかをみるものである。ここでは、回転の中心の位置と回転の向きが決まっているときに、回転角の大きさを捉えることが求められる。

図形の移動について理解することは、移動前と移動後の2つの図形の関係、例えば、直線の位置関係、対応する辺や角の相等関係、図形の合同などに着目して、図形の性質を見いだしたり、図形の見方を豊かにしたりする上で必要である。

■学習指導要領における内容・領域

設問(1) 第1学年 B 図形

(1) 基本的な図形を見通しをもって作図する能力を伸ばすとともに、平面図形についての理解を深める。

イ 角の二等分線、線分の垂直二等分線、垂線などの基本的な作図の方法を理解し、それを利用することができること。

設問(2) 第1学年 B 図形 [学習指導要領(平成20年告示)]

(1) 観察、操作や実験などの活動を通して、見通しをもって作図したり図形の関係について調べたりして平面図形についての理解を深めるとともに、論理的に考察し表現する能力を培う。

イ 平行移動、対称移動及び回転移動について理解し、二つの図形の関係について調べること。

■評価の観点

設問(1)・設問(2)

数量、図形などについての知識・理解

3 正答と解説

設問(1) ■正答 オ

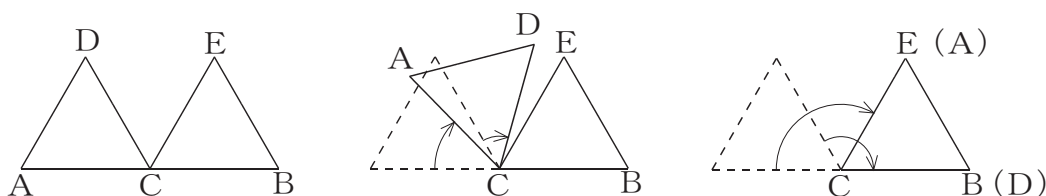
■解説 この作図は、直線 l 上のある点を通る l の垂線を作図するために、「対応する点を結ぶ線分はすべて対称軸によって垂直に二等分される」という線対称な図形の性質を用いているとみることができる。ここでは、直線 PQ を対称軸とする二等辺三角形 QAB を作図しているとみることができるので、オになる。

[誤答例] エ……対称軸として AB と PQ を取り違えている。

(H20A $\boxed{4}$ (2)24.6%)

設問(2) ■正答 120 (度)

■解説 下の図のように、正三角形DACを、点Cを中心として時計回りに回転移動すると、正三角形DACは正三角形BECにぴったり重なり、点Aは点Eに、点Dは点Bにそれぞれ対応する。したがって、回転角の大きさは120度である。



4 学習指導に当たって

平面図形の学習では、作図の方法を図形の対称性に着目して見直すことが大切である。また、観察、操作や実験を通して、図形の移動の意味を理解することも大切である。

① 作図の方法を見直し、その基になっている対称な図形の性質を理解できるようにする

基本的な作図では、図形の対称性や図形を決定する要素に着目して、その方法について考え、なぜその方法で作図できるのかを説明することが大切である。そのためには、作図の手順とその基になっている対称な図形の性質を理解することが必要である。

指導に当たっては、作図の方法を図形の対称性に着目して見直すことができるようにすることが大切である。その際、対称軸を取り違えたり、線対称と点対称を混同したりしている生徒がいると考えられるので、作図の手順に基づいて線対称と点対称の意味を確認する場面を設定することが大切である。例えば、設問(1)においては、**作図の方法①**から $PA = PB$ 、**作図の方法②**から $QA = QB$ であることを基にして、 $\triangle QAB$ が二等辺三角形であることを確認し、直線PQを対称軸とする線対称な図形を作図したと捉えられるようにすることが考えられる。

② 図形の移動の意味を理解できるようにする

図形の移動の学習では、あるきまりにしたがって図形を他の位置に移すとき、その図形の構成要素もそのきまりにしたがって移ることを理解することが大切である。

指導に当たっては、ある図形を紙で作って実際に移動させたりコンピュータを利用して移動させたりするなどして、図形の平行移動、対称移動、回転移動を視覚的に理解できるようにすることが大切である。また、移動前と移動後の図形の関係を考察することで、それぞれの移動の性質を見いだすことができるようにすることも大切である。例えば、平行移動では、移動前と移動後の図形を比べると、対応する辺が平行になっているという性質を見いだすことができる。

さらに、移動前と移動後の図形は合同であることから、2つの図形の構成要素の対応関係を捉え、一方を他方に重ねるにはどのようにしたらよいかを考察し、説明する場面を設定することも大切である。

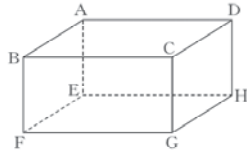
(参考) 平成19・20・21・22年度調査との関連

	問題番号	問題の概要	正答率
設問(1)	H20A $\boxed{4}$ (2)	垂線の作図で利用されている図形の性質を選ぶ (同一)	52.1%

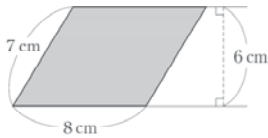
5 空間図形

5 次の(1)から(4)までの各問に答えなさい。

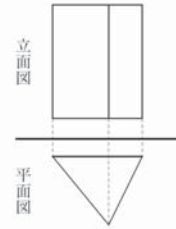
(1) 下の図のような直方体があります。四角形CGHDの4つの辺CG, GH, DH, CDのうち、辺BFとねじれの位置にある辺をすべて書きなさい。



(2) 底面が下の図のような平行四辺形で、高さが10cmの四角柱があります。この四角柱の底面積と体積を求めなさい。



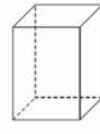
(3) 右の図は、ある立体の投影図で、正面から見た図(立面図)と真上から見た図(平面図)で表したものです。この立体の見取図が下のアからオまでの中にあります。正しいものを1つ選びなさい。



ア



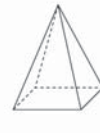
イ



ウ



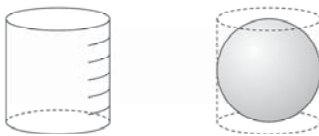
エ



オ



(4) 下の図のように、底面の直径と高さが等しい円柱の容器と、この円柱の容器にぴったり入る球があります。この円柱の容器には、高さを6等分した目盛りがついています。



この円柱の容器に、球の体積と同じ量の水を入れます。このとき、下のアからオまでの中に、球の体積と同じ量の水を表している図があります。正しいものを1つ選びなさい。

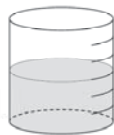
ア



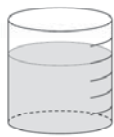
イ



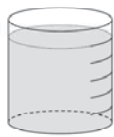
ウ



エ



オ



1 出題の趣旨

空間における直線と直線との位置関係について理解しているかどうかをみる。
柱体の底面積と体積を求めることができるかどうかをみる。
与えられた投影図から空間図形をよみとることができるかどうかをみる。
球の体積について理解しているかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問(1) この問題は、空間における直線と直線との位置関係(辺と辺のねじれの位置)について理解しているかどうかをみるものである。

直線や平面の位置関係を理解することは、空間図形の考察や計量、実生活における空間の認識に必要である。

なお、平成19年度調査においても、同趣旨の問題を出題した。

設問(2) この問題は、底面が平行四辺形である四角柱について、柱体の体積の求め方を理解し、底面積と体積を求めることができるかどうかをみるものである。ここでは、情報過多の場面で底面積や体積を求めるのに必要な情報を選択することが求められる。

柱体の底面積や体積を求めることは、他教科や実生活の中で容積、体積、重さなどの量について考察する際に必要である。

なお、平成20年度調査【小学校】においては、p. 40のような問題を出題している。

設問(3) この問題は、与えられた投影図から空間図形をよみとることができるかどうかをみるものである。

空間図形を投影図に表したり、投影図から空間図形をよみとったりすることは、空間図形を考察する際に必要である。また、実生活における空間の認識に必要である。

設問(4) この問題は、球の体積を、球がぴったり入る円柱の体積との関係から理解しているかどうかをみるものである。

球と円柱の体積の関係について理解することは、球の体積の公式についての理解を深める際に必要である。また、実生活の中で容積、体積、重さなどの量について考察する際にも必要である。

なお、平成19年度調査、平成20年度調査では、円錐えんすいの体積を、底面が合同で高さが等しい円柱の体積との関係から理解しているかどうかをみる問題を出題した。

■学習指導要領における内容・領域

設問(1) 第1学年 B 図形

(2) 図形を観察、操作や実験を通して考察し、空間図形についての理解を深める。また、図形の計量についての能力を伸ばす。

ア 空間における直線や平面の位置関係を知ること。

設問(2) 第1学年 B 図形

- (2) 図形を観察，操作や実験を通して考察し，空間図形についての理解を深める。また，図形の計量についての能力を伸ばす。
ウ 扇形の弧の長さ，面積及び基本的な柱体，錐体の表面積と体積を求めることができること。

設問(3) 第1学年 B 図形 [学習指導要領(平成20年告示)]

- (2) 観察，操作や実験などの活動を通して，空間図形についての理解を深めるとともに，図形の計量についての能力を伸ばす。
イ 空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されるものととらえたり，空間図形を平面上に表現して平面上の表現から空間図形の性質を読み取ったりすること。

設問(4) 第1学年 B 図形 [学習指導要領(平成20年告示)]

- (2) 観察，操作や実験などの活動を通して，空間図形についての理解を深めるとともに，図形の計量についての能力を伸ばす。
ウ 扇形の弧の長さ，面積並びに基本的な柱体，錐体及び球の表面積と体積を求めること。

■評価の観点

設問(1)・設問(4)

数量，図形などについての知識・理解

設問(2)・設問(3)

数学的な表現・処理

3 正答と解説

設問(1) ■正答 GH, CD

■解説 4つの辺のうち，辺BFと平行でなく交わらない辺は，GHとCDである。

設問(2) ■正答 底面積 $48 \text{ (cm}^2\text{)}$ 体積 $480 \text{ (cm}^3\text{)}$

■解説 平行四辺形である底面の面積は，(底辺の長さ) × (高さ) で求まるので， 8×6 を計算すると， $48 \text{ (cm}^2\text{)}$ になる。
柱体の体積は，(底面積) × (高さ) で求まるので， 48×10 を計算すると， $480 \text{ (cm}^3\text{)}$ になる。

設問(3) ■正答 ア

■解説 立面図が四角形で，平面図が三角形であることから，投影図が表している空間図形は三角柱になるので，アになる。

設問(4) ■正答 エ

■解説 球の体積は、それがぴったり入る円柱の体積の3分の2であることから、エになる。

4 学習指導に当たって

空間図形の学習では、身の回りにあるものや模型などを用いた観察，操作や実験を通して，空間図形に対する直観的な見方や考え方を深めることが大切である。

① 空間における直線や平面の位置関係を理解できるようにする

空間図形の学習では，空間における直線や平面の位置関係を理解することが大切である。例えば，直線と直線との位置関係を調べるには，2つの直線が交わるか交わらないかを調べたり，同一平面上にあるかどうかを調べたりすることが必要である。

指導に当たっては，2直線がねじれの位置にあるかどうかは，それらが同じ平面上にないこと，すなわち，平行でなく交わらないことを示せばよいことを理解できるようにすることが必要である。そして，このことに基づいて空間における2直線がねじれの位置にあるかどうかを調べる活動を取り入れることが大切である。例えば，設問(1)では，直方体の見取図において，直線BFと平行な直線はAE，DH，CGであり，直線BFと交わる直線はBA，BC，FE，FGであるから，直線BFとねじれの位置にある直線はAD，EH，CD，GHであると判断できるようにすることが考えられる。

② 柱体の体積の求め方を理解し，体積を求めることができるようにする

柱体の体積の学習では，全ての柱体の体積は，(底面積)×(高さ)で求められることを理解し，底面と高さを捉え，情報を適切に選択して体積を求めることが大切である。

指導に当たっては，柱体は，その底面の図形を高さの分だけ底面に垂直な方向へ平行に移動することによって構成される立体であるという見方と関連させて，柱体の体積の求め方の理解を深める場面を設定することが考えられる。

- ③ 空間図形を投影図に表したり，投影図から空間図形をよみとったりできるようにする
投影図の学習では，自分で視点を決めて空間図形を投影図に表現したり，投影図から空間図形をよみとったりできることが大切である。

指導に当たっては，例えば，円柱を投影図に表すと図1や図2のようになる場合があるが，図1は直方体の投影図にもなることを取り上げて，図2のように底面の形が表れる投影図をかけたほうがよいことを理解できるようにすることが大切である。また，設問(3)の投影図がどのような空間図形を表しているかをよみとる場面を設定して，立面図が四角形で，平面図が三角形であることから，投影図が表している空間図形は三角柱になることを判断できるようにすることが大切である。

図1

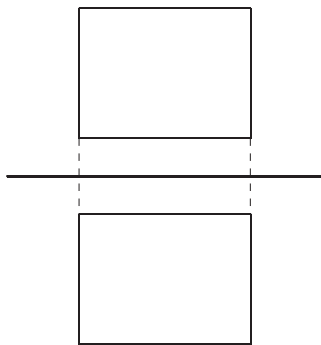
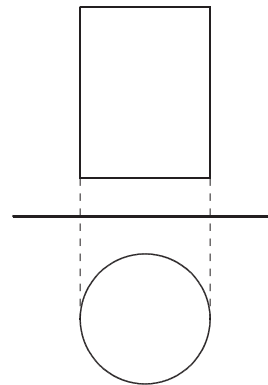


図2



④ 球の体積を実感を伴って理解できるようにする

球の体積の求め方や公式を、単に覚えるだけではなく、実感を伴って理解できるようにすることが大切である。

指導に当たっては、球の体積は、それがぴったり入る円柱の体積との関係を予想し、その予想が正しいかどうかを模型を用いたり、実験による測定を行ったりして確かめるなど、実感を伴って理解できるような場面を設定することが考えられる。例えば、半球形の容器に入った水を、それがぴったり入る円柱の容器に移す方法などがある。



また、球がぴったり入る円柱（図1）、その球（図2）、底面が円柱の底面と合同で高さが等しい円錐（図3）のそれぞれの体積の比が、3 : 2 : 1になっていることを実験や公式から捉え、理解を深められるようにすることが考えられる。

<p>図1</p>	<p>図2</p>	<p>図3</p>
$V = \pi r^2 \times 2r$ $= 2\pi r^3$ $= \frac{2}{3} \pi r^3 \times \underline{3}$	$V = \frac{4}{3} \pi r^3$ $= \frac{2}{3} \pi r^3 \times \underline{2}$	$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \times 2r$ $= \frac{2}{3} \pi r^3$ $= \frac{2}{3} \pi r^3 \times \underline{1}$

(参考) 平成19・20・21・22年度調査との関連

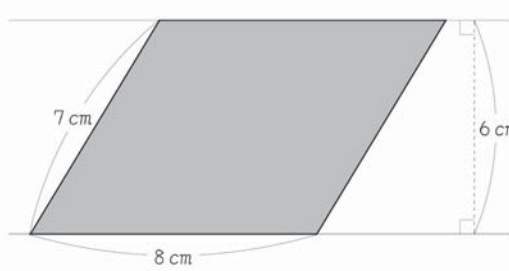
	問題番号	問題の概要	正答率
設問(1)	H19A[5](1)②	直方体において、与えられた辺とねじれの位置にある辺を書く	70.9%
設問(4)	H19A[5](4)	円柱と円錐の体積を比較し、正しい図を選ぶ	38.1%
	H20A[5](2)	円錐と円柱の体積を比較し、正しい図を選ぶ	52.4%

(参考) 平成20年度調査【小学校】との関連

	問題番号	問題の概要	正答率
設問(2)	H20A[5]	底辺8cm、高さ6cm、斜辺7cmの平行四辺形の面積を求める式と答えを書く	85.3%

5

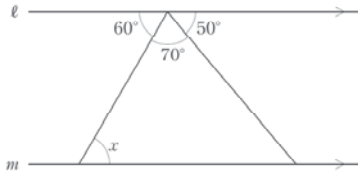
次の平行四辺形の面積を求める式と答えを書きましょう。



6 平面図形の基本的な性質

6 次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 下の図で、直線 ℓ , m は平行です。このとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



(2) 図1のように五角形の外側に点Pをとり、図2の六角形をつくると、頂点Pにおける内角は 120° になりました。

図1

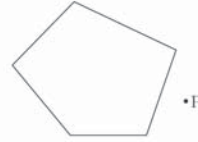


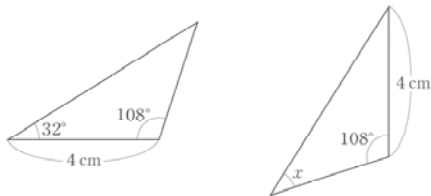
図2



図2の六角形の内角の和は、図1の五角形の内角の和と比べてどうなりますか。下のアからオまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア 図2の六角形の内角の和は、図1の五角形の内角の和より 120° 大きくなる。
- イ 図2の六角形の内角の和は、図1の五角形の内角の和より 180° 大きくなる。
- ウ 図2の六角形の内角の和は、図1の五角形の内角の和より 360° 大きくなる。
- エ 図2の六角形の内角の和は、図1の五角形の内角の和と変わらない。
- オ 図2の六角形の内角の和が、図1の五角形の内角の和と比べてどうなるかは、問題の条件だけでは決まらない。

(3) 下の図のような合同な2つの三角形があります。このとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



1 出題の趣旨

平行線や角の性質を用いて、角の大きさを求めることができるかどうかをみる。
多角形の内角の和の性質を理解しているかどうかをみる。
合同な図形の対応する角の大きさを求めることができるかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問(1) この問題は、1組の平行線に直線が交わってできる角の性質を理解しているかどうかをみるものである。

平行線における同位角、錯角の位置関係を正確に把握し、その性質を理解することは、三角形や四角形の性質を調べたり、角の相等関係を証明の根拠として利用したりする際に必要である。

なお、平成19年度調査においても、同趣旨の問題を出題した。

設問(2) この問題は、多角形の内角の和の性質を理解しているかどうかをみるものである。ここでは、多角形の内角の和は頂点の数で決まり、多角形の頂点が1つ増えると、その内角の和が 180° 増えることを理解していることが求められる。

多角形の内角や外角の和を理解することは、図形の性質を考察したり、証明したりする際に必要である。

なお、平成22年度調査では、 n 角形の内角の和が形状によらず一定であることを理解しているかどうかをみる問題を出題した。

設問(3) この問題は、合同な三角形の対応する角の大きさを求めることができるかどうかをみるものである。

合同な図形の対応する辺や角について理解することは、図形の性質を見いだしたり、証明の方針を立てたり、証明をよんで新たな性質を見いだしたりする際に必要である。

■学習指導要領における内容・領域

設問(1) 第2学年 B 図形

(1) 観察、操作や実験を通して、基本的な平面図形の性質を見だし、平行線の性質を基にしてそれらを確認することができるようにする。

ア 平行線や角の性質を理解し、それに基づいて図形の性質を確認することができること。

設問(2) 第2学年 B 図形

(1) 観察、操作や実験を通して、基本的な平面図形の性質を見だし、平行線の性質を基にしてそれらを確認することができるようにする。

イ 平行線の性質や三角形の角についての性質を基にして、多角形の角についての性質が見いだせることを知ること。

設問(3) 第2学年 B 図形

(2) 平面図形の性質を三角形の合同条件などに基づいて確かめ、論理的に考察する能力を養う。

イ 三角形の合同条件を理解し、それに基づいて三角形や平行四辺形の性質を論理的に確かめることができること。

■評価の観点

設問(1)・設問(2)

数量、図形などについての知識・理解

設問(3) 数学的な表現・処理

3 正答と解説

設問(1) ■正答 60 (度)

■解説 平行線では錯角が等しくなるので、60度になる。

設問(2) ■正答 イ

■解説 多角形の内角の和は、頂点が1つ増えると、三角形の内角の和の分だけ大きくなるので、イになる。

設問(3) ■正答 40 (度)

■解説 合同な図形の対応する角の大きさは等しいので、40度になる。

4 学習指導に当たって

平行線における同位角や錯角の性質、多角形の内角や外角の和の性質、合同な図形の対応する辺や角の性質などの基本的な性質を、図形の性質を考察する際に活用することが大切である。

① 1組の平行線に直線が交わってできる角の性質を理解できるようにする

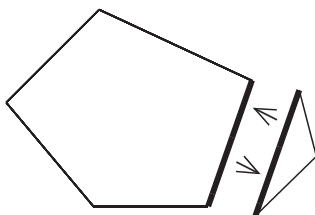
平行な2直線に1直線が交わってできる角について、同位角や錯角の位置関係を正しく捉え、それらが等しくなることを理解することが大切である。

指導に当たっては、平行な2直線に1直線が交わっている場面をいくつか取り上げ、交わってできる角の位置関係を捉えたり、大きさを測定したりする活動を通して、同位角や錯角が等しくなることを実感を伴って理解できるようにすることが大切である。

② 多角形の内角の和の性質を理解できるようにする

多角形の内角の和の学習では、多角形の内角の和の性質として、頂点の数が1つ増えると内角の和が 180° 増えることを理解することが大切である。

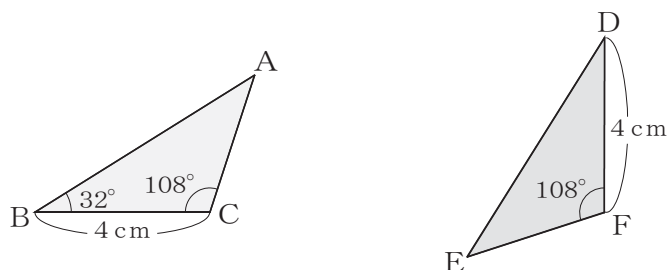
指導に当たっては、四角形、五角形、六角形、…をいくつかの三角形に分けて内角の和を調べ、表にまとめるなどして、多角形の頂点や辺の数が1つ増えると内角の和が 180° 増えることを見いだすことができるようにすることが大切である。さらに、下の図のように、多角形と三角形を用意し、付けたり離したりして、内角の和が三角形の内角の和の分だけ増えたり減ったりすることを理解できるようにすることが考えられる。



③ 合同な図形の対応する辺や角について理解できるようにする

合同な図形は、一方の図形を移動して他方の図形に重ねることができること、及び、2つの図形の対応する線分と対応する角がすべて等しいことを理解することが大切である。

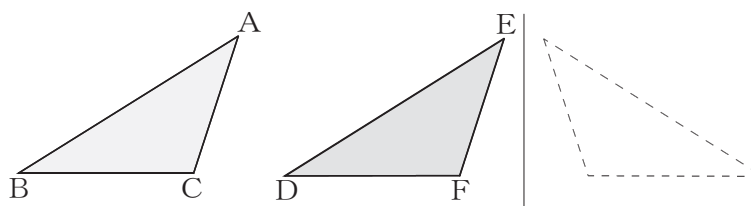
指導に当たっては、例えば、設問(3)のような2つの三角形を用意し、相等関係が見いだされている辺や角に着目し、対応する辺や角が明らかになるような位置に三角形を移動する場面を設定することが大切である。その際、三角形を裏返す移動が対称移動であることなど、図形の移動の学習と関連付けて指導することも考えられる。



辺DFと辺BCの長さが等しいことに着目し、辺DFが辺BCと平行になるように、 $\triangle DEF$ を点Fを中心として回転移動する。



辺DFと垂直に直線をひき、この直線を対称軸として $\triangle DEF$ を対称移動する。



(参考) 平成19・20・21・22年度調査との関連

	問題番号	問題の概要	正答率
設問(1)	H19A[6](1)	平行線の同位角の大きさが等しいことを利用して、角の大きさを求める	91.7%
設問(2)	H22A[6](2)	五角形の1つの頂点を動かし、角の大きさを 90° に変えたときの内角の和の変化として正しいものを選ぶ	74.2%

7 三角形の合同条件・平行四辺形になるための根拠となる事柄

7 次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 「2つの角が等しい三角形は、二等辺三角形である」ことを次のように証明しました。

証明

∠Bと∠Cが等しい△ABCで、
∠Aの二等分線と辺BCとの交点をDとする。

△ABDと△ACDにおいて、

仮定から、∠B=∠C ……①

ADは∠Aの二等分線だから、

∠BAD=∠CAD ……②

三角形の内角の和が180°であることと、

①、②から、

∠ADB=∠ADC ……③

共通な辺だから、

AD=AD ……④

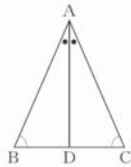
②、③、④より、 から、

△ABD≌△ACD

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから、

AB=AC

したがって、2つの角が等しい三角形は、二等辺三角形である。



上の証明の に当てはまる合同条件を、下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

- ア 3辺がそれぞれ等しい
- イ 2辺とその間の角がそれぞれ等しい
- ウ 1辺とその両端の角がそれぞれ等しい
- エ 直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい
- オ 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい

(2) 長さの等しい2本の棒を2種類用意して、右の図のように組み合わせます。このときできる四角形は、いつでも平行四辺形になります。



この四角形がいつでも平行四辺形になることの根拠となることだけが、下のアからオまでの中にあります。正しいものを1つ選びなさい。

- ア 2組の向かい合う辺がそれぞれ平行な四角形は、平行四辺形である。
- イ 2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である。
- ウ 2組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である。
- エ 1組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい四角形は、平行四辺形である。
- オ 対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は、平行四辺形である。

1 出題の趣旨

証明をよみ、そこに用いられている三角形の合同条件を理解しているかどうかをみる。平行四辺形になるための条件を理解しているかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問(1) この問題は、証明をよみ、そこに用いられている三角形の合同条件を理解しているかどうかをみるものである。

図形の証明では、合同な三角形を基にして、図形の性質の考察を進めていくことが多い。したがって、三角形の合同条件を理解することは、証明の中で合同であることを推論の根拠として活用したり、図形の性質の理解を深めたりする際に必要である。

なお、三角形の合同条件のうち、平成19年度調査では、「2辺とその間の角がそれぞれ等しい」を、平成22年度調査では、「直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい」を指摘する場面で同趣旨の問題を出題した。

設問(2) この問題は、平行四辺形になるための条件を理解しているかどうかをみるものである。ここでは、簡単な場面で、四角形が平行四辺形になるための根拠となる事柄を指摘することが求められる。

平行四辺形になるための条件を理解することは、図形の性質を見いだしたり、証明をしたりよんだりする際に必要である。また、日常的な事象において、平行四辺形の性質を利用しているとみなされる場面を見だし、数学的に解釈する際などにも必要である。

なお、平成22年度調査では、道具箱の上の段が下の段に対していつも平行に保たれることについて、平行四辺形になるための条件を用いて説明する問題を出題した。

■学習指導要領における内容・領域

設問(1)・設問(2)

第2学年 B 図形

(2) 平面図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察する能力を養う。

イ 三角形の合同条件を理解し、それに基づいて三角形や平行四辺形の性質を論理的に確かめることができること。

■評価の観点

設問(1)・設問(2)

数量，図形などについての知識・理解

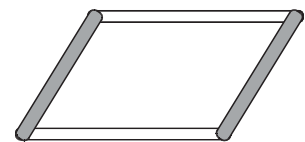
3 正答と解説

設問(1) ■正答 ウ

■解説 証明からよみとることができる辺や角の相等関係から、三角形の合同条件は「1辺とその両端の角がそれぞれ等しい」となるので、ウになる。

設問(2) ■正答 イ

■解説 長さの異なる2種類の棒を2本ずつ使って、右の図のように組み合わせた四角形は、2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形と捉えることができる。したがって、この四角形がいつでも平行四辺形になるための根拠となる事柄は、イになる。



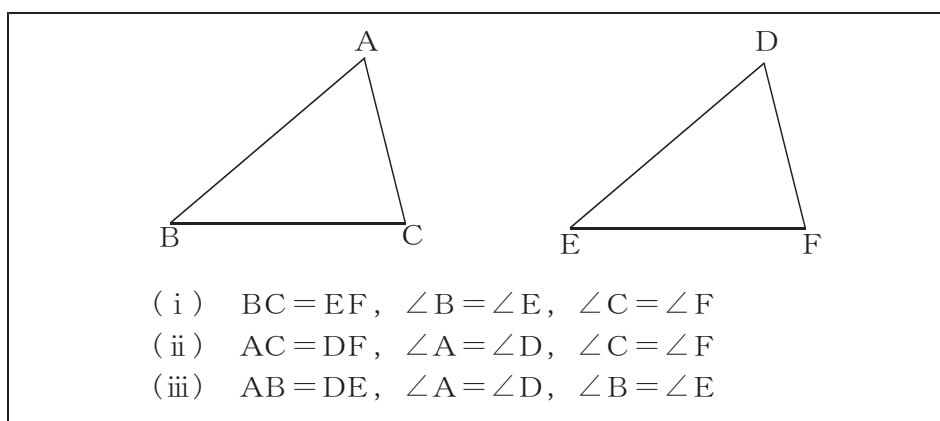
4 学習指導に当たって

三角形の合同条件を理解し、証明の根拠として用いられている三角形の合同条件を指摘することが大切である。また、ある四角形が平行四辺形であることを判断する際に、平行四辺形になるための条件を根拠として用いることも大切である。

① 証明の根拠として用いられている三角形の合同条件を指摘できるようにする

証明をよみ、2つの三角形について対応する辺や角の相等関係と位置関係を捉え、証明の根拠として用いられている三角形の合同条件を指摘することが大切である。

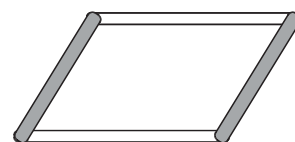
指導に当たっては、三角形の合同条件を具体的な図に即して捉えることができるようにすることが必要である。例えば、下の合同な2つの三角形、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ において、三角形の合同条件「1辺とその両端の角がそれぞれ等しい」を考えると、次の3つの場合((i), (ii), (iii))があることを理解できるようにすることが考えられる。また、逆に、これらがいずれも三角形の合同条件「1辺とその両端の角がそれぞれ等しい」に当たることをよみとれるようにすることも考えられる。



② 平行四辺形になるための条件を具体的な事象に当てはめて捉えられるようにする

ある四角形が平行四辺形であるかどうかを調べたり、確かめたりするときに、見た目では判断するのではなく、平行四辺形になるための条件を根拠として用いることが大切である。そのためには、日常的な事象を目的に応じて理想化したり単純化したりして、形や大きさ、位置関係に着目して観察し、その特徴を捉えることが必要である。

指導に当たっては、具体的な事象を観察して、それを図形として捉え、図形の特徴を考察する活動を取り入れることが考えられる。例えば、設問(2)では、長さの等しい2種類の2本の棒を辺とみなし、右図に示された4本の棒の組み合わせ方から向かい合った辺の長さが等しい四角形と捉えることができるようにする。その上で、捉えた四角形が平行四辺形であることを示すために、適切な平行四辺形になるための条件を指摘できるようにすることが考えられる。



(参考) 平成19・20・21・22年度調査との関連

	問題番号	問題の概要	正答率
設問(1)	H19A $\boxed{8}$	証明で用いられている三角形の合同条件を選ぶ	73.9%
	H22A $\boxed{7}$ (2)	証明で用いられている三角形の合同条件を選ぶ	56.7%
設問(2)	H22B $\boxed{5}$ (2)	平行四辺形になることを証明するための根拠となる事柄を書く	10.0%

8 証明の意義

8 ある学級で、「三角形の外角の和は360°である」ことの証明について、次の①、②を比べて考えています。

①

右の図の△ABCで、

$$\angle d = 180^\circ - \angle a$$

$$\angle e = 180^\circ - \angle b$$

$$\angle f = 180^\circ - \angle c$$

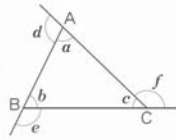
また、三角形の内角の和は180°であるから、

$$\angle a + \angle b + \angle c = 180^\circ$$

したがって、

$$\begin{aligned} \angle d + \angle e + \angle f &= (180^\circ - \angle a) + (180^\circ - \angle b) + (180^\circ - \angle c) \\ &= 540^\circ - (\angle a + \angle b + \angle c) \\ &= 540^\circ - 180^\circ \\ &= 360^\circ \end{aligned}$$

よって、三角形の外角の和は360°である。



②

右の図の△ABCで、

各頂点における外角の大きさをそれぞれ測ると、

頂点Aの外角の大きさは108°、

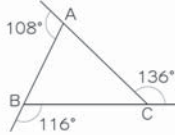
頂点Bの外角の大きさは116°、

頂点Cの外角の大きさは136°である。

したがって、それらの和を計算すると、

$$108^\circ + 116^\circ + 136^\circ = 360^\circ$$

よって、三角形の外角の和は360°である。



どんな三角形でも外角の和は360°であることの証明について、正しく述べたものが下のアからオまでの中にあります。それを1つ選びなさい。

ア ①も②も証明できている。

イ ①は証明できており、②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

ウ ①は証明できているが、②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

エ ①も②も形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

オ ①は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになるが、②はそれでも証明したことにはならない。

1 出題の趣旨

証明の意義を理解しているかどうかをみる。

この問題は、実測や操作など帰納的な方法による説明と演繹的な推論による証明の違いに着目して、証明の意義を理解しているかどうかをみるものである。

証明の意義を理解することは、数学的な推論の意味を理解し、数や図形の性質を見いだしたり、証明したりするために必要である。また、実生活において事柄を筋道立てて考えたり説明したりする際にも必要である。

なお、平成21年度調査では、「三角形の内角の和は180°である」ことの証明について、同趣旨の問題を出題した。

■学習指導要領における内容・領域

第2学年 B 図形

(2) 平面図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察する能力を養う。

ア 証明の意義と方法について理解すること。

イ 三角形の合同条件を理解し、それに基づいて三角形や平行四辺形の性質を論理的に確かめることができること。

■評価の観点

数量，図形などについての知識・理解

2 正答と解説

■正答 ウ

■解説 ①は演繹的な推論による証明であり，②は実測による説明であり，他の三角形で同じように確かめても証明したことにならないので，ウになる。

[誤答例] ア……実測による説明で十分であると考えている。

イ……帰納的な方法による説明の限界について理解できていない。

3 学習指導に当たって

① 帰納と演繹の違いを理解し，証明の意義についての理解を深められるようにする

帰納的な方法は，特別な場合についての観察，操作や実験などの活動に基づいて，それらを含んだより一般的な結果を導き出す方法であるが，導かれた事柄はいつも成り立つとは限らない。このような帰納的な方法の役割と限界を理解するとともに，演繹的な推論による証明は事柄がいつも成り立つことを明らかにする方法であることを理解することが大切である。

指導に当たっては，演繹的な推論による証明だけでなく帰納的な方法も取り入れ，それぞれのもつ役割を理解できるようにすることが大切である。例えば，本問題を使って授業を行う場合，いくつかの三角形について外角の和が 360° であることを帰納的な方法で見だし，それを他の三角形でも調べることで，その事柄が成り立つことの信頼性をさらに高めることができる。しかし，全ての三角形についてその事柄が成り立つかどうかを調べ尽くすことはできないことを確認し，演繹的な推論による証明が必要であることを理解できるようにすることが考えられる。また，多角形の外角の和が 360° であることについても，帰納的な方法で見だし，演繹的な推論による証明ができるようにすることが大切である。

(参考) 平成19・20・21・22年度調査との関連

問題番号	問題の概要	正答率
H21A⑧	三角形の内角の和が 180° であることの証明について正しいものを選ぶ	29.7%

9 関数関係の意味

9 下の表は、定形外郵便物の料金表です。この表の重量と料金の関係について、下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

重量	50 g まで	100 g まで	150 g まで	250 g まで	500 g まで	1 kg まで	2 kg まで	4 kg まで
料金	120 円	140 円	200 円	240 円	390 円	580 円	850 円	1150 円

定形外郵便物で扱っている重量は4 kgまでです。

ア 料金は重量に比例する。

イ 料金は重量に反比例する。

ウ 料金は重量の一次関数である。

エ 料金は重量の関数であるが、比例、反比例、一次関数のいずれでもない。

オ 料金は重量の関数ではない。

1 出題の趣旨

関数関係の意味を理解しているかどうかをみる。

この問題は、関数関係の意味を理解しているかどうかをみるものである。ここでは、与えられた表から重量を決めれば料金がただ1つ決まることをよみとり、料金は重量の関数であるが、比例、反比例、一次関数のいずれでもないことを判断することが求められる。

関数関係の意味を理解することは、比例、反比例、一次関数、関数 $y = ax^2$ などの学習や具体的な事象における数量の関係を考察する際に必要である。

■学習指導要領における内容・領域

第1学年 C 関数 [学習指導要領(平成20年告示)]

- (1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係についての理解を深めるとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を培う。

ア 関数関係の意味を理解すること。

■評価の観点

数量、図形などについての知識・理解

2 正答と解説

■正答 エ

■解説 定形外郵便物の料金表から、重量の値を決めると料金の値がただ1つ決まるので、料金は重量の関数である。また、その関係を表すグラフが直線や双曲線にならないことから、比例、反比例、一次関数のいずれでもないので、エになる。

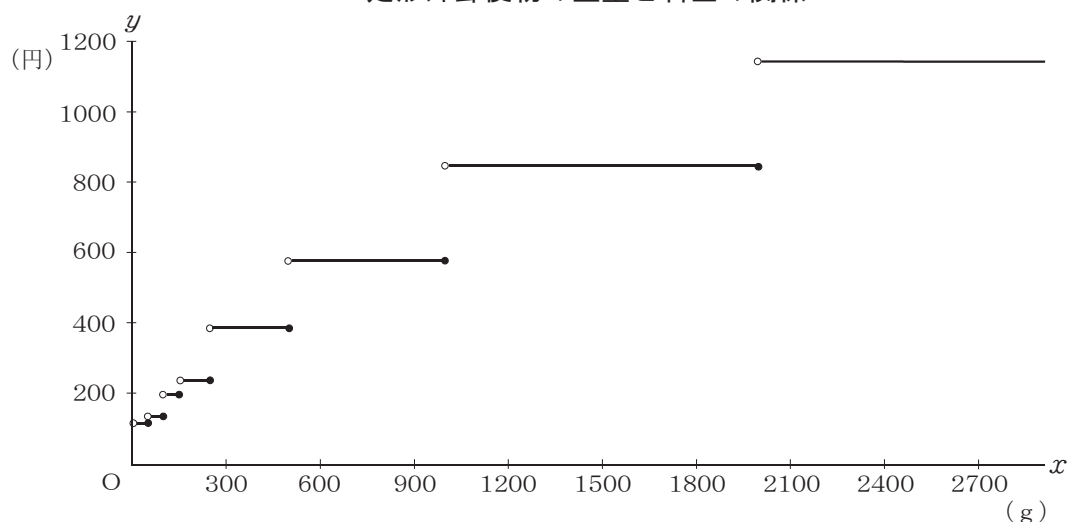
3 学習指導に当たって

① 関数関係の意味を理解し、見いだすことができるようにする

関数関係とは、関係する2つの数量について、一方の値を決めれば他方の値がただ1つ決まるような関係を意味している。日常生活の中にある2つの数量の変化や対応の様子を調べ、この関係を見いだすことができるようにすることが大切である。その際、「…と…は関数関係にある」、「…は…の関数である」などと表現できるようにすることも大切である。

指導に当たっては、本問題を使って授業を行う際には、重量が200gや300gなど様々な重さの定形外郵便物の料金を料金表からよみとることなどを通して、重量を決めれば料金がただ1つ決まることを見だし、「料金は重量の関数である」と表現する活動を設定することが考えられる。このように関数関係を確認した上で、重量と料金の変化や対応の様子を調べ、この関係が比例、反比例、一次関数のいずれでもないことを判断することが考えられる。例えば、重量と料金の関係をグラフに表してみると、そのグラフが直線や双曲線にならないことから、比例、反比例、一次関数のいずれでもないことを判断する場面を設定することが考えられる。

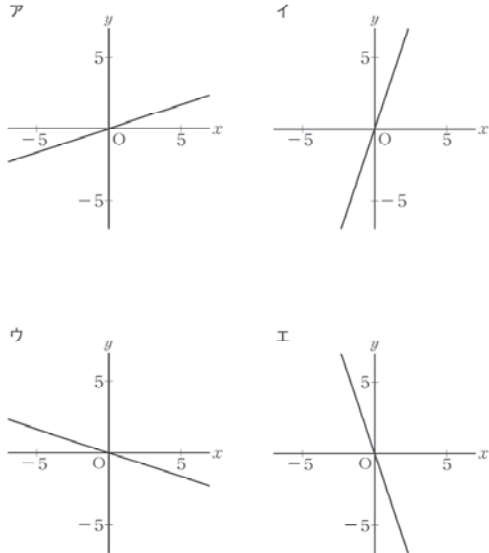
定形外郵便物の重量と料金の関係



10 比例・反比例のグラフ

10 次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 下のアからエまでの中に、比例 $y = -3x$ のグラフがあります。それを1つ選びなさい。

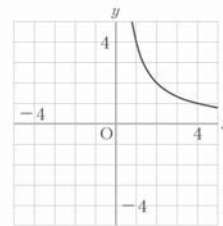


(2) 比例のグラフは、原点 $O(0, 0)$ と、もう1つの点を取り、これらを通る直線をひいてかくことができます。

比例 $y = -2x$ のグラフをかくには、原点以外にどのような点をとればよいですか。その点の座標を1つ求めなさい。

(3) 下の図の曲線は、反比例 $y = \frac{4}{x}$ のグラフの一部です。

解答用紙の図に、この反比例のグラフをかきなさい。



1 出題の趣旨

比例 $y = ax$ について、式とグラフの関係を理解しているかどうかをみる。
 比例の式からそのグラフ上にある原点以外の点の x 座標と y 座標の値の組を求めることができるかどうかをみる。
 反比例のグラフをかくことができるかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問(1) この問題は、比例 $y = ax$ について、式とグラフの関係を理解しているかどうかをみるものである。ここでは、比例定数 a の値の符号からグラフが右上がりになるか右下がりになるかを判断することと、 a の値の絶対値の大小からグラフの傾き具合を判断することが求められる。

比例定数 a の値からグラフの特徴を捉えることは、反比例、一次関数、関数 $y = ax^2$ について考察する際に必要である。

なお、平成19年度調査では、一次関数 $y = -3x + 2$ について、式とグラフの関係を理解しているかどうかをみる問題を出題した。

設問(2) この問題は、比例の式からそのグラフ上にある原点以外の点の x 座標と y 座標の値の組を求めることができるかどうかをみるものである。

関数の式を満たす x 、 y の値の組を求めることは、関数のグラフをかいたり、式やグラフを用いて関数の特徴を考察したりする際に必要である。

設問(3) この問題は、反比例のグラフをかきことができるかどうかをみるものである。ここでは、双曲線の対称性を利用したり、式で値を確認したりしながら双曲線をかきことが求められる。

式やグラフから変化や対応の様子を捉えたり、それぞれの関数の特徴を基にグラフをかいたりすることは、比例、反比例、一次関数、関数 $y = ax^2$ などの学習や具体的な事象における数量の関係を考察する際に必要である。

■学習指導要領における内容・領域

設問(1)・設問(2)・設問(3)

第1学年 C 数量関係

- (1) 具体的な事象の中にある二つの数量の変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす。
ウ 比例、反比例を表、式、グラフなどで表し、それらの特徴を理解すること。

■評価の観点

設問(1) 数量、図形などについての知識・理解

設問(2)・設問(3)

数学的な表現・処理

3 正答と解説

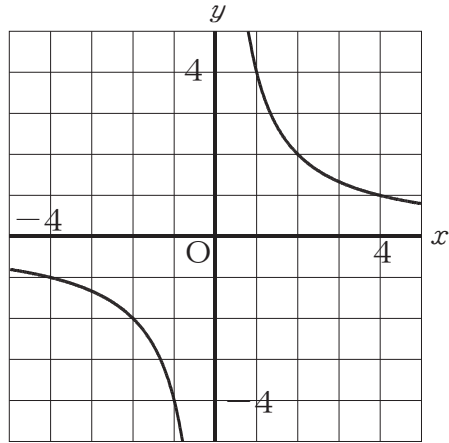
設問(1) ■正答 エ

■解説 比例定数が負の数であることからグラフは右下がりになる。
 $y = -3x$ のグラフの傾きの絶対値が1より大きいので、 $y = -3x$ のグラフは $y = -x$ のグラフよりも y 軸に近づく。したがって、エになる。

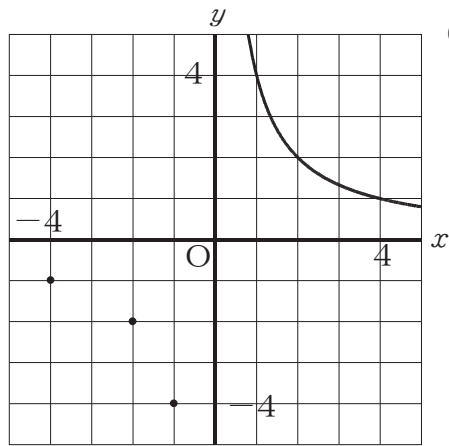
設問(2) ■正答 (例) (1, -2)

■解説 比例の式からそのグラフ上にある原点以外の点の x 座標と y 座標の値の組を求めることができる。例えば、 x の値が1のときに対応する y の値は、 $y = -2x$ の x に1を代入して y の値-2を求めることができる。したがって、その点の座標の1つは(1, -2)である。

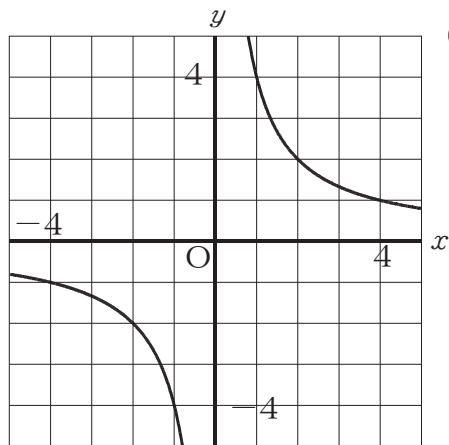
設問(3) ■ 正答



■ 解説 次の①, ②の手順でかくことができる。



① x の値, y の値がともに整数となる値の組を求めると $(-4, -1)$, $(-2, -2)$, $(-1, -4)$ である。



② ①でとった3点を通るなめらかな曲線をかく。

4 学習指導に当たって

比例、反比例のグラフの学習では、グラフの特徴を表や式の特徴と相互に関連付けながら調べるなどして見だし、関数のグラフの意味を理解することが大切である。

① 式とグラフの特徴について、それらを関連させて理解できるようにする

比例 $y = ax$ のグラフは原点を通る直線であり、その傾きは比例定数 a の値によって決まることを理解することが大切である。

指導に当たっては、様々な比例定数のグラフをかき、 a の値によってどのようにグラフが変わるかを考察し、 a の値の符号からグラフが右上がりになるか右下がりになるかを判断したり、 a の値の絶対値の大小からグラフの傾き具合を判断したりする場面を設定することが考えられる。

② 比例の学習を通して関数のグラフの意味を理解できるようにする

比例の学習を通して、関数のグラフは、関数関係を満たす x 、 y を座標とする点の集合を座標平面上に表したものであることを理解することが大切である。

指導に当たっては、 x 座標を決めて y 座標を求める場合には、式の x に x 座標の値を代入して y の値を求めたり、その逆で y 座標の値から x の値を求めたりすることを理解し、正しく x 、 y の値を求めることができるようにすることが考えられる。また、比例の式からグラフをかく際に、比例のグラフ上の点の x 座標と y 座標の値の組がその比例の式を満たすことを確認するとともに、グラフ上にない点についても x 座標と y 座標の値の組がその比例の式を満たさないことを確認することが考えられる。

③ 反比例のグラフが双曲線であることを理解し、グラフをかくことができるようにする

反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフは、原点について対称な2つのなめらかな曲線として表されることを理解し、その特徴を基にグラフをかくことが大切である。

指導に当たっては、例えば、設問(3)のように、反比例のグラフは原点について対称な2つのなめらかな曲線になることと、 x 軸と y 軸が漸近線になることを基に、グラフの一部からグラフを完成する活動を取り入れることが考えられる。その際、比例定数 a の値を様々にかえて、 a の値が正の場合には第1、第3象限に、負の場合には第2、第4象限にグラフが現れることや、 a の値の絶対値の大小によって曲線の形状が変わることなどを確認して、双曲線の理解を深めることが大切である。

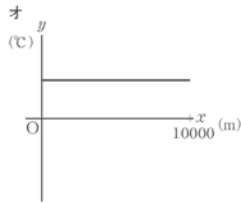
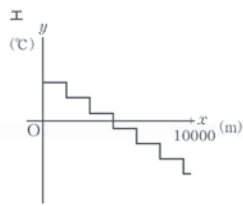
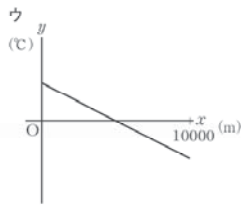
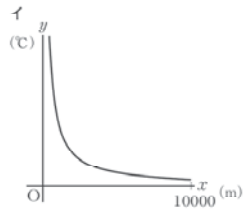
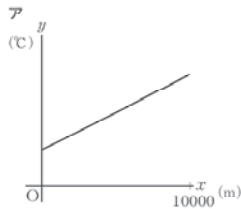
(参考) 平成19・20・21・22年度調査との関連

	問題番号	問題の概要	正答率
設問(1)	H19A \square 11(2)	一次関数のグラフを選ぶ	60.4%

11 一次関数の表・式・グラフ

11 次の(1)から(4)までの各問に答えなさい。

(1) 気温は、地上から10000 m ぐらいまでは、高さが高くなるのにもなって、ほぼ一定の割合で下がることが知られています。「地上から10000 m までは、高さが高くなるのにもなって、気温が一定の割合で下がる」と考え、高さ x m の気温を y °C として、この範囲の x と y の関係をグラフに表します。このとき正しいグラフが下のアからオまでの中にあります。それを1つ選びなさい。



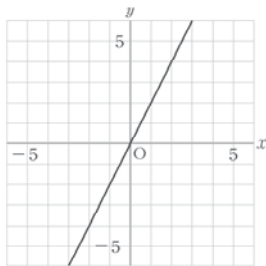
(2) 一次関数 $y = 4x - 3$ について、 x の係数が4であることからのようなことがいえますか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア x の値が1増えるとき、 y の値はいつも4増える。
- イ x の値が1増えるとき、 y の値はいつも4減る。
- ウ y の値が1増えるとき、 x の値はいつも4増える。
- エ x の値が1のとき、 y の値は4である。
- オ y の値が1のとき、 x の値は4である。

(3) 下の表は、ある一次関数について、 x の値と y の値の関係を示したものです。 y を x の式で表しなさい。

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	-1	2	5	8	11	...

(4) 次の図は、比例 $y = 2x$ のグラフです。このグラフをもとにして一次関数 $y = 2x - 4$ のグラフをかくにはどのようにすればよいですか。下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。



- ア $y = 2x$ のグラフ上のいくつかの点を、 x 軸の正の方向に4だけ動かし、それらの点を通る直線をひく。
- イ $y = 2x$ のグラフ上のいくつかの点を、 x 軸の負の方向に4だけ動かし、それらの点を通る直線をひく。
- ウ $y = 2x$ のグラフ上のいくつかの点を、 y 軸の正の方向に4だけ動かし、それらの点を通る直線をひく。
- エ $y = 2x$ のグラフ上のいくつかの点を、 y 軸の負の方向に4だけ動かし、それらの点を通る直線をひく。

1 出題の趣旨

与えられた事象における2つの数量の変化や対応の様子を捉え、その様子を表すグラフを指摘できるかどうかをみる。

一次関数 $y = ax + b$ の a が、 x が1増加したときの y の増加量を表していることを理解しているかどうかをみる。

一次関数の表から変化や対応の特徴を捉え、 x と y の関係を $y = ax + b$ の式で表すことができるかどうかをみる。

比例のグラフと一次関数のグラフの関係を理解しているかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問(1) この問題は、与えられた事象における2つの数量の変化や対応の様子を捉え、その様子を表すグラフを指摘できるかどうかをみるものである。ここでは、高さが高くなるのにもなって、気温が一定の割合で下がることから、高さ x mの気温を y °Cとして x と y の関係をグラフに表すと、そのグラフは右下がりの直線になることを理解していることが求められる。

事象における2つの数量の変化や対応の様子を捉え、その関係をグラフに表すことは、事象を数学的に考察する際に必要である。

設問(2) この問題は、一次関数 $y = ax + b$ の a が、 x が1増加したときの y の増加量を表していることを理解しているかどうかをみるものである。

一次関数の変化の割合について理解することは、関数の変化の特徴を調べたり、式をグラフに表したりする際に必要である。

なお、平成20年度調査では、一次関数 $y = ax + b$ の a が、グラフの傾きを表していることを理解しているかどうかをみる問題を出題した。また、平成22年度調査では、一次関数 $y = ax + b$ について、変化の割合が a の値に等しいことを理解しているかどうかをみる問題を出題した。

設問(3) この問題は、一次関数の表から変化や対応の様子を捉え、 x と y の関係を $y = ax + b$ の式で表すことができるかどうかをみるものである。ここでは、変化の割合と、 x の値が0のときの y の値とをよみとり、 a 、 b の値を決めることが求められる。

表から式を求めることは、変化の割合について把握することや、具体的な事象を数学的に考察し処理する際に必要である。

なお、平成20年度調査においても、同一の問題を出題した。

設問(4) この問題は、比例のグラフと一次関数のグラフの関係を理解しているかどうかをみるものである。ここでは、 $y = ax$ のグラフを y 軸の正の方向に b だけ平行移動したものが $y = ax + b$ のグラフであることを理解していることが求められる。

比例のグラフと一次関数のグラフの関係を理解することは、一方のグラフを基に他方のグラフをかいたり、それらの特徴を見いだしたりするなど関数の関係を考察する際に必要である。

■学習指導要領における内容・領域

設問(1) 第2学年 C 数量関係

(1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、一次関数について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を養う。

ア 事象の中には一次関数を用いてとらえられるものがあることを知ること。

設問(2)・設問(3)・設問(4)

第2学年 C 数量関係

(1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、一次関数について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を養う。

イ 一次関数のとる値の変化の割合とグラフの特徴を理解するとともに、一次関数を利用できること。

■評価の観点

設問(1)・設問(2)・設問(4)

数量，図形などについての知識・理解

設問(3) 数学的な表現・処理

3 正答と解説

設問(1) ■正答 ウ

■解説 x の値が大きくなるのにもなって、一定の割合で y の値が小さくなるとみるので、右下がりの直線であるウになる。

設問(2) ■正答 ア

■解説 一次関数 $y = 4x - 3$ の変化の割合は4であることから、 x が1増加したとき、 y の増加量はいつも4である。したがって、アになる。

設問(3) ■正答 ($y =$) $3x + 5$

■解説 一次関数についての表であるから、 $y = ax + b$ の式で表すことができる。 x が1増加したときの y の増加量は3だから、変化の割合は $a = 3$ となる。また、 x の値が0のとき y の値は5なので、 $b = 5$ となる。したがって、 $y = 3x + 5$ である。

[誤答例] ($y =$) $3x$ …… 変化の割合が3であることについてのみ求めることができている。

設問(4) ■正答 エ

■解説 $y = 2x - 4$ のグラフは切片が -4 であることから、 $y = 2x$ のグラフを y 軸の負の方向に 4 だけ平行移動したものになる。したがって、エになる。

4 学習指導に当たって

一次関数の式の意味を理解し、比例と関連付けて考えたり、具体的な事象における2つの数量の関係をグラフに表したりすることが大切である。

① 具体的な事象における2つの数量の関係をグラフに表すことができるようにする

日常の問題を数学を活用して解決するためには、具体的な事象における2つの数量の変化や対応の様子を目的に応じて理想化したり単純化したりしておおまかに捉え、その特徴をグラフを用いて表すことが大切である。

指導に当たっては、例えば、設問(1)で、「高さが高くなるのにもなって気温が一定の割合で下がる」ことを、「変化の割合が一定である」や「グラフが右下がりの直線である」のように、一次関数の特徴として捉えグラフの概形をかく活動を取り入れることが考えられる。

② 変化の割合の必要性和意味を理解できるようにする

関数の変化の割合は x の増加量に対する y の増加量の割合であり、一次関数ではその値が常に一定であることを理解することが大切である。その際、変化の割合に着目する必要性を理解することも大切である。

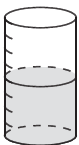
指導に当たっては、例えば、次のように、2つの蛇口から出る水の量を、同じ容器で比較する場面を設定し、どちらの蛇口の方が水の出がよいかを考えることを通して、水の増加量だけではなく、単位時間あたりの増加量について考え、変化の割合に着目する必要性を理解できるようにすることが考えられる。

A, B どちらの蛇口の方が水の出がよいか。



・ x 分後の水の深さを y cmとして水の出を比べる。

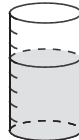
A



A

x	1	4
y	4	7

B



B

x	2	3
y	5	7



水の増えた量だけでは分からないね。

③ 一次関数の特徴を用いて、表から式をつくることができるようにする

与えられた表から一次関数の式を求めるには、 $y = ax + b$ の a , b の値を求めればよいことを明らかにし、表から分かる特徴と式とを関連付けることが大切である。

指導に当たっては、一次関数の表から、 x が 1 増加したときの y の増加量をよみとれば、それが a になること、表中の x の値が 0 のときの y の値を求めれば、それが b になることを見いだす活動など、表から式を求める方法を考察する場面を設定することが考えられる。また、表から 2 組の x , y の値を選び、 $y = ax + b$ に代入し a , b の値を求めてもよいこと、さらに、そのうちの 1 組を $(0, 5)$ にすると a , b の値を求めやすいことなどについて触れることも考えられる。

④ 比例のグラフと一次関数のグラフの特徴を関連付けて理解できるようにする

一次関数 $y = ax + b$ のグラフは、比例 $y = ax$ のグラフを y 軸の正の方向に b だけ平行移動したものであることを理解し、比例のグラフと一次関数のグラフを関連付けて理解することが大切である。

指導に当たっては、 $y = ax$ と $y = ax + b$ について、それぞれの表、式、グラフの特徴を相互に関連付けて考察し、同じ x の値に対応する y の値が常に b だけ異なることを表、式、グラフで確認することが考えられる。このような活動を通して、比例は一次関数の特殊な場合であることを理解できるようにすることが大切である。

(参考) 平成19・20・21・22年度調査との関連

	問題番号	問題の概要	正答率
設問(2)	H20 A $\boxed{12}$ (1)	一次関数の式からグラフの傾きを求める	54.2%
	H22 A $\boxed{11}$ (1)	一次関数の式から変化の割合を求める	53.5%
設問(3)	H20 A $\boxed{12}$ (2)	一次関数の表から式を求める (同一)	37.8%

12 関数関係の判断

12 金属線に電圧を加えると電流が流れます。一般に、抵抗 R (Ω) の金属線の両端に、 V (V) の電圧を加えたとき、流れる電流を I (A) とすれば、電圧 V を次のように表すことができます。

$$V = RI$$

電圧 V が一定のとき、抵抗 R と電流 I の関係について、下のアからエまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア I は R に比例する。
イ I は R に反比例する。
ウ I は R の一次関数である。
エ R と I の関係は、比例、反比例、一次関数のいずれでもない。

1 出題の趣旨

与えられた式を基に、事象における2つの数量の関係が反比例であることを判断できるかどうかをみる。

この問題は、与えられた式を基に、事象における2つの数量の関係が反比例であることを判断できるかどうかをみるものである。ここでは、 $V=RI$ の式で V を一定としたとき、 R と I の積が一定であることから、 R と I は反比例の関係にあると判断することが求められる。

事象における2つの数量の関係を式から把握することは、関数関係を基にして、具体的な事象について考察したり、未知の数量を予測したりする際に必要である。

■学習指導要領における内容・領域

第1学年 C 数量関係

(1) 具体的な事象の中にある二つの数量の変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす。

ウ 比例、反比例を表、式、グラフなどで表し、それらの特徴を理解すること。

■評価の観点

数量，図形などについての知識・理解

2 正答と解説

■正答 イ

■解説 V が一定のとき， R と I の積が一定であることから， R と I は反比例の関係になる。したがって，イになる。

3 学習指導に当たって

① 具体的な事象における数量の関係を表す式から，関数関係をよみとることができるようにする

具体的な事象における数量の関係を表す式について，その式の意味を捉え，関数関係をよみとることが大切である。

指導に当たっては，例えば，本問題で， V を一定とみて R と I が反比例の関係にあるとよみとるだけでなく， R を一定とみて I と V が比例関係にあるとよみとるなど，3つの数量のうちの1つを一定とみて，残りの2つの数量の関係を調べる活動を取り入れることが考えられる。その際，変数と定数が捉えにくいことに配慮して， V ， R ， I のいずれかを定数とし，他の2つの文字を x ， y と置き換えることも考えられる。具体的には，電圧を一定にして抵抗と電流の関係を調べる際， V を12， R と I をそれぞれ x ， y と置き換えて，数量の関係を $12 = xy$ と表すことなどが考えられる。

13 確率の求め方・代表値の意味・ヒストグラム

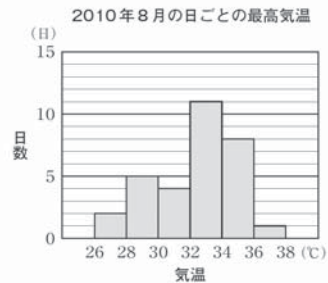
13 次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 2枚の硬貨A, Bを同時に投げるとき, 2枚とも表の出る確率を求めなさい。ただし, 硬貨の表と裏の出方は, 同様に確からしいものとしなさい。

(2) ある学級の生徒35人が100点満点の試験を受けました。得点の中央値は50点でした。このとき必ずいえることが下のアからエまでの中にあります。それを1つ選びなさい。

- ア 35人の得点の最高点と最低点の差は50点である。
- イ 35人のうち, 50点の得点の人数が最も大きい。
- ウ 35人の得点の合計を35で割ると, 50点である。
- エ 35人の得点を高い順に並べたとき, 高い方から18番目の人の得点が50点である。

(3) 次の図は, ある市の2010年8月の日ごとの最高気温の記録をヒストグラムに表したものです。このヒストグラムから, たとえば, 26℃以上28℃未満の日が2日あったことが分かります。



最高気温が30℃以上の日は何日あったでしょうか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア 4日
- イ 7日
- ウ 11日
- エ 20日
- オ 24日

1 出題の趣旨

事象の起こる確率を求めることができるかどうかをみる。
 中央値の意味を理解しているかどうかをみる。
 目的に応じてヒストグラムから資料の傾向をよみとることができるかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問(1) この問題は, 事象の起こる確率を求めることができるかどうかをみるものである。ここでは, 起こり得る場合を樹形図などを利用して整理し, 正しく数え上げることが求められる。

同様に確からしいことを基にして簡単な確率を求めることは, 高等学校における確率の学習, 及び実生活での不確定な事象を考察する際に必要である。

なお, 平成20年度調査, 及び平成21年度調査においても, 同趣旨の問題を出題した。

設問(2) この問題は、中央値の意味を理解しているかどうかをみるものである。
中央値などの代表値の意味を理解することは、実生活において資料の特徴を代表値を用いて簡潔に表し把握する際に必要である。また、高等学校におけるデータの分析の学習の際に必要なものである。

設問(3) この問題は、目的に応じてヒストグラムから資料の傾向をよみとることができるかどうかをみるものである。ここでは、ヒストグラムのどの部分が30℃以上の日数を表しているかを理解していることが求められる。
ヒストグラムから適切に情報をよみとることは、実生活において資料に基づいて判断する際に必要である。また、高等学校におけるデータの分析の学習の際に必要なものである。

■学習指導要領における内容・領域

設問(1) 第2学年 C 数量関係

(2) 具体的な事象についての観察や実験を通して、確率について理解する。
イ 不確定な事象が起こり得る程度を表す確率の意味を理解し、簡単な場合について確率を求めることができること。

設問(2) 第1学年 D 資料の活用 [学習指導要領(平成20年告示)]

(1) 目的に応じて資料を収集し、コンピュータを用いたりするなどして表やグラフに整理し、代表値や資料の散らばりに着目してその資料の傾向を読み取ることができるようにする。
ア ヒストグラムや代表値の必要性と意味を理解すること。

設問(3) 第1学年 D 資料の活用 [学習指導要領(平成20年告示)]

(1) 目的に応じて資料を収集し、コンピュータを用いたりするなどして表やグラフに整理し、代表値や資料の散らばりに着目してその資料の傾向を読み取ることができるようにする。
イ ヒストグラムや代表値を用いて資料の傾向をとらえ説明すること。

■評価の観点

設問(1) 数学的な表現・処理

設問(2)・設問(3)

数量、図形などについての知識・理解

3 正答と解説

設問(1) ■正答 $\frac{1}{4}$

■解説 2枚の硬貨A、Bを同時に投げるとき、硬貨の表裏の出方は、(表, 表), (表, 裏), (裏, 表), (裏, 裏)であり、そのうち2枚とも表になるのは1通りである。したがって、確率は $\frac{1}{4}$ である。

[誤答例] $\frac{1}{3}$ …… (表, 裏) と (裏, 表) とを区別していない。

設問(2) ■正答 エ

■解説 35人の得点を高い順に並べたとき、中央値は18番目の値である。したがって、エになる。

[誤答例] ウ……中央値の意味と平均値の意味を混同している。

設問(3) ■正答 オ

■解説 30℃以上32℃未満の日数が4日、32℃以上34℃未満の日数が11日、34℃以上36℃未満の日数が8日、36℃以上38℃未満の日数が1日であることから、最高気温が30℃以上の日数の合計は24日である。したがって、オになる。

4 学習指導に当たって

不確定な事象が起こり得る程度を考察する際には、確率を「同様に確からしい（起こり得るどの場合も同様に期待される）」ということに基づいて数学的に求めることが大切である。また、目的に応じて資料を活用するために、代表値や資料の散らばりに着目してその資料の傾向をよみとることが大切である。

① 「同様に確からしい」ことの意味を理解し、確率を求めることができるようにする

事柄が起こる確率を数学的に求める場合、起こり得るどの場合も同様に期待されるという「同様に確からしい」ことの意味を理解し、場合の数を正しく数え上げることが大切である。

指導に当たっては、例えば本問題で、2枚の硬貨を同時に投げるとき、表裏の出方は(表, 表), (表, 裏), (裏, 表), (裏, 裏)の4通りであり、それぞれの場合の起こることは「同様に確からしい」と考えられるが、「2枚とも表」、「1枚が表で1枚が裏」、「2枚とも裏」の3通りであると考えればそれぞれの場合の起こることは「同様に確からしい」とはいえないことを、実際に多数回の試行によって実感を伴って理解できるようにすることが考えられる。その上で、起こり得る場合を思いつく順に上げるのではなく、樹形図や二次元表などを用いて、落ちや重なりがないように分類整理して数え上げることができるようにすることが大切である。

② 代表値や資料の散らばりに着目してその資料の傾向をよみとることができるようにする

目的に応じて資料を活用するためには、代表値、範囲の求め方、度数分布表やヒストグラムのかき方を理解するだけでなく、それらを用いて資料の傾向をよみとることが大切である。

指導に当たっては、日常生活を題材とした問題などを取り上げ、それを解決するために必要な資料を収集し、コンピュータなどを利用してヒストグラムを作成したり代表値を求めたりして資料の傾向を捉え、その結果を基に説明するという一連の活動を取り入れることが考えられる。その際、特異な値が含まれた資料では、平均値は大きく影響を受けるのに対し、中央値や最頻値には影響が出にくいことを実感したり、代表値や範囲がヒストグラムや度数分布表にどのように表れているかを見比べることで、分布全体の傾向を多角的に捉えたりする場面を設定することが大切である。

(参考) 平成19・20・21・22年度調査との関連

	問題番号	問題の概要	正答率
設問(1)	H20A $\boxed{15}$ (2)	赤玉3個, 白玉2個の中から玉を1個取り出すとき, その玉が赤玉である確率を求める	75.2%
	H21A $\boxed{13}$ (2)	大小2つのさいころを同時に投げるとき, 和が7になる確率を求める	57.9%

調査問題の解説

B 主として「活用」に関する問題

1 事象の数学的な解釈と問題解決の方法（ペットボトルのキャップ）

1 生徒会役員の友美さんは、ペットボトルのキャップの回収について全校生徒に知らせる生徒会だよりの下書きを作成しています。

生徒会だよりの下書き

生徒会だよりの下書き

生徒会だよりの下書き

平成23年4月15日
第一中学校生徒会

ペットボトルのキャップの回収にご協力を！

生徒会ではペットボトルのキャップの回収を行っています。回収されたペットボトルのキャップはリサイクルされるので、二酸化炭素の発生をおさえることができ、環境を保護することになります。また、この活動は世界中の子どもたちにワクチンを届けることにもつながります。

平成22年度は、みなさんにたくさん協力してもらいました。特に、年末に行った生徒会からの呼びかけに応じて協力してくれる人が増え、冬休み明けは、回収量が平成21年度に比べて大きく増えました。

月	平成21年度 (個)	平成22年度 (個)
4	500	500
5	700	600
6	800	700
7	900	800
8	1000	900
9	1100	1000
10	1000	900
11	800	700
12	600	500
1	500	900
2	600	800
3	500	700

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 1月のキャップの回収量を比べると、平成22年度は平成21年度よりおよそ何個増えましたか。下のアからオまでの中に正しいものがあります。それを1つ選びなさい。

- ア およそ 100個
- イ およそ 300個
- ウ およそ 600個
- エ およそ 900個
- オ およそ 1200個



(2) 生徒会では、キャップを1個ずつ数える作業が大変だったので、今年度はおよその個数を工夫して求めることにしました。

キャップの入った回収箱の重さが分かっているとき、キャップ1個の重さがすべて等しいと考えれば、キャップのおよその個数を求めることができます。そのためには、キャップ1個の重さのほかに何を調べてどのような計算をすればよいですか。下のアからウまでの中から調べるものを1つ選びなさい。また、それを使ってキャップのおよその個数を求める方法を説明しなさい。

- ア 空の回収箱の重さ
- イ 空の回収箱の体積
- ウ 空の回収箱の高さ



(3) キャップ1個の重さがすべて等しいと考えれば、キャップのおよその個数を求めることができます。このとき、キャップの個数を x 個とし、 x 個のキャップの入った回収箱の重さを y gとすると、 x と y の間にはどのような関係がありますか。下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア y は x に比例する。
- イ y は x に反比例する。
- ウ y は x の一次関数である。
- エ x と y の関係は、比例、反比例、一次関数のいずれでもない。

1 出題の趣旨

与えられた情報をよみ、次のことができるかどうかをみる。

- ・必要な情報を適切に選択すること
- ・問題解決の方法を数学的に説明すること
- ・問題解決の過程を振り返って、事象を数学的に解釈すること

ペットボトルのキャップの個数とキャップが入った回収箱の重さとの関係について考える問題である。この問題では、生徒会だよりの中にあるグラフからキャップの回収量についてよみとることが必要である。また、キャップのおよその個数を工夫して求める方法を数学的に説明したり、問題解決の過程を振り返って事象における2つの数量の関係が一次関数であると判断したりすることが必要である。

なお、この問題とほぼ同一の場面を、国語A³でも設定している。そこでは、文章とその根拠となる図表との関係を明示することや、読み手にとって必要な情報を適切に伝える文章にすることができるかどうかをみている。

2 各設問の趣旨

設問(1) 1月のキャップの回収量が前年度に比べてどれだけ増えたかを、グラフからよみとる問題である。ここでは、必要な情報を適切に選択することが求められる。グラフから平成21年度と平成22年度の1月のキャップの回収量をそれぞれよみとり、およその個数を求めることができるかどうかをみるものである。

設問(2) キャップの入った回収箱の重さが分かっているとき、キャップ1個の重さがすべて等しいと考えて、キャップのおよその個数を工夫して求める方法を説明する問題である。ここでは、問題解決の方法を数学的に説明することが求められる。キャップの個数とキャップが入った回収箱の重さとの間にある関係を見だし、その関係を用いてキャップのおよその個数を求める方法を、数量やその関係などの「用いるもの」とその「用い方」を明示して、説明できるかどうかをみるものである。

設問(3) 与えられた情報を基に、事象における2つの数量の関係が一次関数であることを判断する問題である。ここでは、問題解決の過程を振り返って、事象を数学的に解釈することが求められる。「キャップ1個の重さがすべて等しい」と考えて、キャップの入った回収箱の重さ y はキャップの個数 x の一次関数であると判断できるかどうかをみるものである。

■学習指導要領における内容・領域

設問(1) 小学校第4学年 D 数量関係

(1) 伴って変わる二つの数量について、それらの関係を表したり調べたりすることができるようにする。

イ 変化の様子を折れ線グラフに表したり、それから変化の特徴をよみとったりすること。

設問(2)・設問(3)

第1学年 C 数量関係

- (1) 具体的な事象の中にある二つの数量の変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす。
エ 比例、反比例の見方や考え方を活用できること。

第2学年 C 数量関係

- (1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、一次関数について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を養う。
ア 事象の中には一次関数を用いてとらえられるものがあることを知ること。

■評価の観点

設問(1) 数量や図形についての表現・処理(小学校)

設問(2)・設問(3)

数学的な見方や考え方

3 正答と解説

設問(1) ■正答 イ

- 解説 平成22年度1月の個数はおよそ900個であり、平成21年度1月の個数はおよそ600個である。よって、その差はおよそ300個である。したがって、イになる。

設問(2) ■正答 アを選択し、次のような説明を記述しているもの。

- (例) キャップ全体の重さを求めるために、まず、空の回収箱の重さを調べて、キャップの入った回収箱全体の重さから空の回収箱の重さをひいた重さを求める。次に、求めたキャップ全体の重さをキャップ1個の重さでわれば、キャップの個数を求めることができる。

■解説

- ①アを選択し、次の(a)、(b)、(c)について記述しているものを正答(◎)とする。
(a) キャップの入った回収箱の重さから空の回収箱の重さをひいた重さ
(b) キャップ1個の重さ
(c) (a)を(b)でわること。
- ②(a)についてひいた重さであることを明示していないが、キャップ全体の重さについて記述しており、(b)、(c)について記述しているものを正答(○)とする。
- ③(b)について1個の重さであることを明示していないが、(a)、(c)について記述しているものを正答(○)とする。

設問(3) ■正答 ウ

■解説 キャップ1個の重さがすべて等しいと考えると、キャップの入った回収箱の重さは次のような式で表される。

$$\left(\begin{array}{l} \text{キャップの入った} \\ \text{回収箱の重さ} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{キャップ1個} \\ \text{の重さ} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{l} \text{キャップ} \\ \text{の個数} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{l} \text{空の回収箱} \\ \text{の重さ} \end{array} \right)$$

このとき、キャップの個数を x 個とし、 x 個のキャップの入った回収箱の重さを y gとすると、 x と y の関係は $y = ax + b$ (a, b は定数)と表すことができる。したがって、ウになる。

4 学習指導に当たって

実生活の場面における日常的な事象では、ある数量を調べる際、その数量と依存関係にある別の数量に置き換えて考えることで、効率よく調べられることがある。このような場面では、2つの数量の関係を的確に捉えることが大切である。また、問題解決の過程を振り返って、数学的に解釈することができるようにすることも大切である。

① 表やグラフから必要な情報を適切に選択し、それを基に判断できるようにする

実生活の場面における日常的な事象では、本問題のように、数量の変化の様子が簡潔な文章で表現され、その裏付けとなる情報が表やグラフで与えられることが多い。したがって、表やグラフから必要な情報を適切に選択し、それを基に文章で表現された事柄が正しいかどうかを判断することが大切である。

指導に当たっては、示されている言葉の意味を理解してよみとることや、自分なりに視点を定めてその目的に応じて情報を選択できるようにすることが大切である。例えば、設問(1)のように、平成21年度と平成22年度のペットボトルキャップの回収量を比較する場面を取り入れ、与えられた情報から、1月の回収量が平成21年度に比べて大きく増えたことの意味を、「平成22年度1月と平成21年度1月の回収量の差」と捉えて、2つの折れ線グラフのどこを見ればよいかを判断し、回収量の差をグラフからよみとることができるようにすることが考えられる。

② 問題解決のために数学を活用する方法を考え、説明できるようにする

日常的な事象の考察に数学を活用する方法を見いだしたり、その方法について説明したりするには、問題解決のための構想を立て、実践し評価・改善することが大切である。

指導に当たっては、問題解決に必要な情報や方法を示し、それをを用いて解決できるようにするだけでなく、問題解決の方法それ自体を説明できるようにすることが大切である。例えば、設問(2)のように、ある数量を求めるためには、何を調べればよいかを話し合い、数量やその関係などの「用いるもの」とその「用い方」を視点として、問題解決の方法を説明し伝え合う活動を取り入れることが考えられる。

③ 問題解決の過程を振り返って、数学的に解釈することができるようにする

日常的な事象を考察して問題解決した際には、その過程を振り返り、事象を数学的に解釈することが大切である。

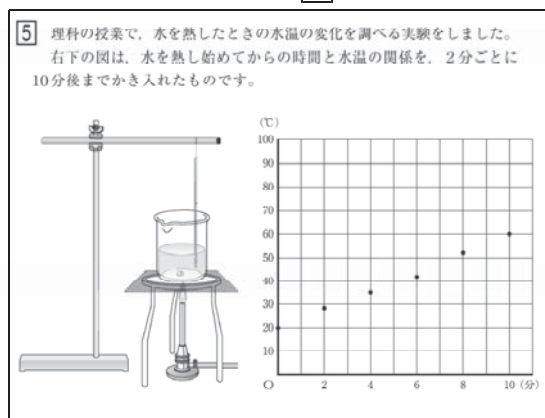
指導に当たっては、問題解決の過程を振り返り、どのような数学的な性質や関係を活用したかを話し合う場面を設定することが大切である。例えば、本問題のように、キャップの個数を求める過程を振り返り、キャップ1個の重さがすべて等しいと考えると、キャップの入った回収箱の重さはどのような式で表せるかについて話し合い、次のような式を導くことが考えられる。

$$\left[\begin{array}{l} \text{キャップの入った} \\ \text{回収箱の重さ} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{キャップ1個} \\ \text{の重さ} \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{l} \text{キャップ} \\ \text{の個数} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{空の回収箱} \\ \text{の重さ} \end{array} \right]$$

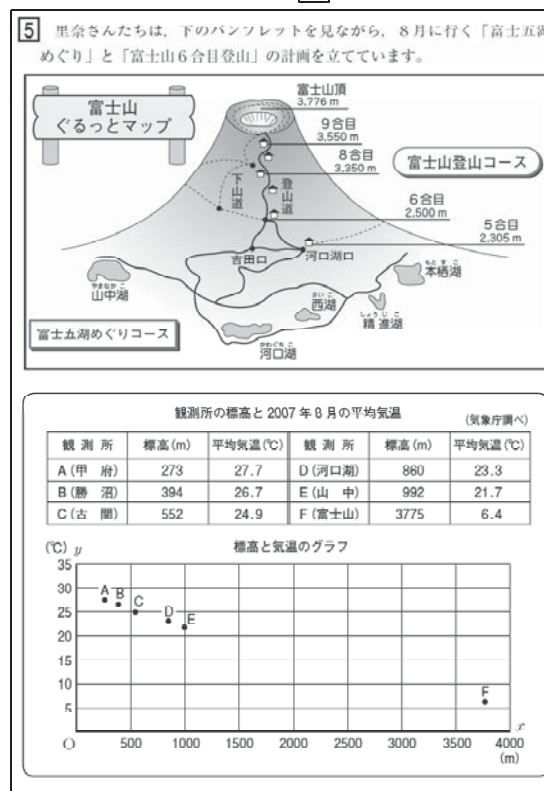
このとき、キャップの個数を x 個とし、 x 個のキャップの入った回収箱の重さを y g とすると、 x と y の関係は $y = ax + b$ (a, b は定数) と表すことができる。このことに基づいて、キャップの入った回収箱の重さはキャップの個数の一次関数であることを理解できるようにすることが考えられる。また、一次関数として捉えたときに、キャップ1個の重さと空の回収箱の重さが、それぞれグラフの傾きと切片になることを理解できるようにすることも大切である。

このような学習を通して、次のような問題で扱われた日常的な事象の考察においても、そこで活用した性質や関係を見いだすことができるようになることが期待できる。

平成19年度調査 B⑤



平成20年度調査 B⑤



2 説明を振り返り、発展的に考えること（連続する自然数の和）

<p>2 健一さんは、連続する3つの自然数について、それらの和がどんな数になるかを調べています。</p> <p>1, 2, 3 のとき $1+2+3 = 6 = 2 \times 3$ 4, 5, 6 のとき $4+5+6 = 15 = 5 \times 3$ 6, 7, 8 のとき $6+7+8 = 21 = 7 \times 3$</p> <p>健一さんは、これらの結果から次のことを予想しました。</p> <p>健一さんの予想</p> <p style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">連続する3つの自然数の和は、中央の自然数の3倍になる。</p> <p>次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。</p> <p>(1) 連続する3つの自然数が11, 12, 13のとき、健一さんの予想が成り立つかどうかを確かめるためには、下の <input type="text"/> にどのような式を書けばよいですか。下の <input type="text"/> に当てはまる式を書きなさい。</p> <p>11, 12, 13 のとき <math>11+12+13 = 36 = \text{ <input type="text"/> }</math></p> <p>(2) 健一さんの予想が正しいことは、次のように説明できます。</p> <p>説明</p> <p style="border: 1px solid black; padding: 5px;">連続する3つの自然数のうち、最も小さい自然数を n とすると、連続する3つの自然数は、$n, n+1, n+2$ と表される。それらの和は、</p> $\begin{aligned} n + (n+1) + (n+2) &= n + n + 1 + n + 2 \\ &= 3n + 3 \\ &= 3(n+1) \end{aligned}$ <p>$n+1$ は中央の自然数だから、$3(n+1)$ は中央の自然数の3倍である。 したがって、連続する3つの自然数の和は、中央の自然数の3倍である。</p>	<p>前ページの説明では、$3n+3$ を $3(n+1)$ と変形しています。このように変形するのは、次のことを示すためです。</p> <p><input type="text"/> ①, <input type="text"/> ② に当てはまる文字式や数を書きなさい。</p> <p style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">連続する3つの自然数 $n, n+1, n+2$ の和が、中央の自然数 <input type="text"/> ① の <input type="text"/> ② 倍であること。</p> <p>(3) 前ページの説明から、連続する5つの自然数について、次のことが予想されます。</p> <p>予想</p> <p style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">連続する5つの自然数の和は、中央の自然数の5倍になる。</p> <p>この予想は正しいといえます。前ページの説明を参考にして、この予想が正しいことの説明を完成しなさい。</p> <p>説明</p> <p style="border: 1px solid black; padding: 5px;">連続する5つの自然数のうち、最も小さい自然数を n とすると、連続する5つの自然数は、$n, n+1, n+2, n+3, n+4$ と表される。それらの和は、</p> $\begin{aligned} n + (n+1) + (n+2) + (n+3) + (n+4) \\ = n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4 \\ = \end{aligned}$ <p>したがって、連続する5つの自然数の和は、中央の自然数の5倍である。</p>
---	--

1 出題の趣旨

自然数の性質についての説明をよみ、次のことができるかどうかをみる。

- ・与えられた説明を振り返って考えること
- ・発展的に考え、事柄が成り立つ理由を説明すること

連続する自然数の和について、予想された事柄が成り立つ理由の説明をよみ、式変形の目的を指摘したり、発展的に考えた事柄が成り立つ理由を説明したりする問題である。この問題では、与えられた説明を振り返って考え、式変形の目的を捉えること、発展的に考えた事柄が成り立つ理由を文字式を用いて説明することが必要である。

なお、平成19年度調査においても、連続する自然数の和について成り立つ性質の説明をよみ、それを振り返り、発展的に考察する問題を出題した。

2 各設問の趣旨

設問(1) 「連続する3つの自然数の和は、中央の自然数の3倍になる。」という予想が成り立つかどうかを確かめることを通して、考察の対象を明確に捉えているかどうかをみるものである。

設問(2) 文字式を用いた説明をよみ、式変形の目的を指摘する問題である。ここでは、与えられた説明を振り返って考え、式変形の目的を捉えることが求められる。与えられた説明において、 $3n + 3$ を $3(n + 1)$ に変形した目的を捉えることができるかどうかをみるものである。

設問(3) 問題の条件を変えたときに新たに分かる事柄について、それが成り立つ理由を説明する問題である。ここでは、連続する自然数を3つから5つに変えて発展的に考え、もとの説明の何が変わり何がかわらないかを振り返って説明することが求められる。連続する5つの自然数の場合についても、連続する3つの自然数の場合の説明を基にして、式を適切に変形し、その式を用いて説明することができるかどうかをみるものである。

なお、今回、A2では、連続する3つの自然数のうち、最も小さい自然数を n として、その連続する3つの自然数を n を用いた式で表すことができるかどうかをみる問題を出題している。

■学習指導要領における内容・領域

設問(1)・設問(2)・設問(3)

第2学年 A 数と式

(1) 事象の中に数量の関係を見だし、それを文字を用いて式に表現し活用する能力を伸ばすとともに、文字を用いた式の四則計算ができるようにする。

イ 数量及び数量の関係をとらえるために文字式を利用できることを理解すること。

ウ 目的に応じて、簡単な式を変形できること。

■評価の観点

設問(1)・設問(2)・設問(3)

数学的な見方や考え方

3 正答と解説

設問(1) ■正答 12×3

■解説 連続する3つの自然数が11, 12, 13のとき、それらの和は36になる。36は12と3の積で表すことができ、12はこの連続する3つの自然数の中央の自然数である。したがって、 $36 = 12 \times 3$ となる。

設問(2) ■正答 ① $n + 1$ ② 3

■解説 「連続する3つの自然数の和は、中央の自然数の3倍になる。」を説明するために、連続する3つの自然数 n , $n + 1$, $n + 2$ の和 $3n + 3$ を、 $3 \times$ (中央の自然数)に式変形する必要がある。したがって、①は中央の自然数であることを示すために $n + 1$ となり、②は3倍であることを示すために3となる。

設問(3) ■正答 (例) $5(n+2)$

$n+2$ は中央の自然数だから、 $5(n+2)$ は中央の自然数の5倍である。

■解説

① $5(n+2)$ と計算して、次の(a)、(b)の両方を記述しているものを正答(◎)とする。

(a) $n+2$ は中央の自然数だから、

(b) $5(n+2)$ は中央の自然数の5倍である。

② $5n+10$ と計算して、次の(c)、(d)、(e)の全てを記述しているものを正答(◎)とする。

(c) $5n+10$ から $n+2$ を求めている。

(d) $n+2$ が中央の自然数だから、

(e) $5n+10$ は中央の自然数の5倍である。

③ $5(n+2)$ と計算して、(a)、(b)のどちらか一方を記述しているもの、または(a)、(b)の両方を記述していないもののうち共通因数の5を見だし、中央の自然数の5倍であることを示していると判断できるものは、正答(○)とする。

④ $5n+10$ と計算して、(c)と(d)、または(c)と(e)を記述し、中央の自然数の5倍であることを示していると判断できるものは、正答(○)とする。

4 学習指導に当たって

文字式の学習では、数や図形について成り立ちそうな事柄を予想し、別の具体的な場合で確かめるなどして考察の対象を明確にした上で、文字式を活用して事柄が成り立つ理由を説明するという一連の活動を体験することが大切である。さらに、説明した事柄とその説明を振り返り、新たな性質を見いだして説明することが大切である。

① 予想したりそれを確かめたりすることを通して、考察の対象を明確に捉えられるようにする

数や図形について成り立ちそうな事柄を帰納的に見いだす活動においては、予想した事柄が別の場合でも成り立つかどうかを確かめたり、予想した事柄の主部と述部を「～は、……になる(である)。」という命題の形で表現したりして、考察の対象を明確に捉えることが大切である。

指導に当たっては、例えば、連続する3つの自然数の和について成り立ちそうな事柄を、具体的な数を用いて調べ予想し、それが他の数でも成り立つかどうかを確かめる活動を取り入れることが考えられる。また、予想された事柄を「連続する3つの自然数の和は、中央の自然数の3倍になる。」などのように、命題の形で表現する機会を設定することが考えられる。

② 文字式を用いた説明をよみ、式変形の目的を的確に捉えられるようにする

文字式を用いた説明をよむ際には、説明すべき事柄に照らし合わせて式変形の目的を捉えることが大切である。このことは、命題が成り立つことを説明する際にどのように説明すればよいか見通しをもったり、目的に応じた式変形の必要性を実感したりするために必要である。

指導に当たっては、例えば、設問(2)の説明を取り上げ、 $3n + 3$ を $3(n + 1)$ と変形していることについて、「なぜ $3 \times \square$ の形にするのか」、「 $n + 1$ は何を表しているのか」などを話し合う活動を取り入れることが考えられる。このようにして、説明すべき事柄「連続する3つの自然数の和は、中央の自然数の3倍である。」と照らし合わせて式変形の目的を捉えられるようにすることが大切である。

③ 事柄とその説明を振り返り、新たに分かる事柄を見いだして説明できるようにする

文字式を用いて説明する学習では、ある事柄を文字式を用いて説明するだけでなく、説明した事柄を振り返り、条件を変えるなどして発展的に考えて新たに分かる事柄を見いだすことが大切である。また、もとの説明を振り返って見いだした事柄を説明することも大切である。その際、もとの事柄とその説明の何が変わり何が変わらないのかを明らかにしながら考えることが大切である。

指導に当たっては、説明した事柄を振り返って発展的に考える場面を設定して、発展的に考える視点を示し、生徒自ら新たな事柄を見いだし説明できるようにすることが大切である。

説明した事柄から発展的に考えるためには、その構成要素を調べ、一部を変えることが考えられる。例えば、「連続する3つの自然数の和は、中央の自然数の3倍である。」の「連続する3つの自然数」を、「連続する4つの自然数」、「連続する5つの自然数」、…と変えて、新たな事柄を見いだすことが考えられる。


新たに見いだした事柄を説明するためには、もとの説明を振り返ることが考えられる。例えば、「連続する4つの自然数の和は、中央の自然数の4倍である。」を見いだした場合、連続する4つの自然数を、 n 、 $n + 1$ 、 $n + 2$ 、 $n + 3$ と表しても、それらの和を $4 \times (\text{自然数})$ と変形できないので、見いだした事柄を説明できない。一方、「連続する5つの自然数の和は、中央の自然数の5倍である。」を見いだした場合、もとの説明と同様に $5 \times (\text{自然数})$ と変形して、見いだした事柄を説明できる。このような活動を通して、もとの説明を振り返り、見いだした事柄が成り立つか成り立たないかを説明できるようにすることが大切である。

(参考) 平成19・20・21・22年度調査との関連

	問題番号	問題の概要	正答率
設問(2)	H19B②(1)	連続する3つの自然数の和の性質について、式からよみとることを選ぶ	56.0%
設問(3)	H19B②(2)	連続する5つの自然数の和が5の倍数になることを説明する	42.5%

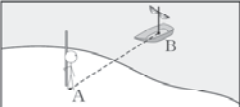
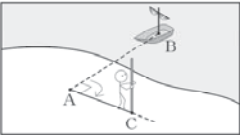
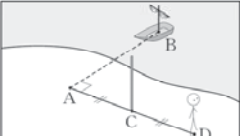
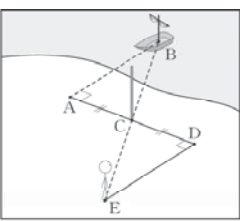
3 事象を図形的に解釈し発展的に考えること（タレスの方法）

3 紀元前6世紀ごろの古代ギリシャで活躍した学者の1人に、タレスという人がいます。タレスは、次のようにして、陸上から直接測ることができない船までの距離を求めたといわれています。



タレスの方法

◎陸上の点Aから沖に停泊している船Bまでの距離を求める場合

- ① 陸上の点Aから船Bを見る。

- ② 点Aで体の向きを90°変え、距離を決めてまっすぐ歩いて棒を立て、その点をCとする。

- ③ さらに同じ方向に点Aから点Cまでの距離と同じだけまっすぐ歩いて立ち止まり、その点をDとする。

- ④ 点Dで点Cの方を向き、船Bとは反対側に体の向きを90°変える。そこからまっすぐ歩き、点Cに立てた棒と船Bが重なって見える点をEとする。

- ⑤ 点Dから点Eまでの距離を測る。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 点Aから船Bまでの距離を求めるために、タレスの方法では次のような考えが使われています。下の□に当てはまる記号を書きなさい。

線分ABの長さを直接測ることができないので、 $\triangle ABC$ と合同な $\triangle DEC$ をつくり、線分ABの長さを線分□の長さに置きかえて求める。

(2) タレスの方法で点Aから船Bまでの距離を求めることができるのは、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEC$ が合同であるからです。下線を証明するための根拠となることばを、三角形の合同条件を用いて書きなさい。

(3) タレスの方法では、 $\angle BAC$ と $\angle EDC$ の大きさを90°にしています。下のアからエは、この $\angle BAC$ と $\angle EDC$ の大きさについて述べたものです。正しいものを1つ選びなさい。

ア $\angle BAC$ と $\angle EDC$ がどちらも90°のときだけ、 $\triangle ABC \equiv \triangle DEC$ を利用して船までの距離を求めることができる。

イ $\angle BAC = \angle EDC$ であれば、90°にしくても、 $\triangle ABC \equiv \triangle DEC$ を利用して船までの距離を求めることができる。

ウ $\angle BAC = 90^\circ$ にすれば、 $\angle EDC$ を何度にしても、 $\triangle ABC \equiv \triangle DEC$ を利用して船までの距離を求めることができる。

エ $\angle BAC$ と $\angle EDC$ の大きさを等しくしくても、 $\triangle ABC \equiv \triangle DEC$ を利用して船までの距離を求めることができる。

1 出題の趣旨

与えられた情報をよみ、次のことができるかどうかをみる。

- ・事象を数量や図形に着目して観察し、その特徴を的確に捉えること
- ・事象を数学的に解釈し、成り立つ事柄の特徴を数学的に説明すること
- ・問題解決の方法を振り返って、発展的に考えること

陸上から直接測ることができない船までの距離を求める方法をよみ、そこで利用されている図形の性質を見いだす問題である。この問題では、タレスの方法を用いて線分の長さを求める際に使われている考えをよみとったり、タレスの方法で2点間の距離を求めることができることについて、三角形の合同条件を用いて数学的に説明したりすることが必要である。また、タレスの方法を振り返って、発展的に考えることが必要である。

2 各設問の趣旨

設問(1) タレスの方法を用いて線分の長さを求める際に使われている考えをよみとる問題である。ここでは、事象を数量や図形に着目して観察し、その特徴を的確に捉えることが求められる。直接測ることができない長さを、測ることができる長さに置き換えるために、合同な図形の対応する線分を指摘できるかどうかをみるものである。

設問(2) タレスの方法で2点間の距離を求めることができることについて、三角形の合同条件を用いて説明する問題である。ここでは、事象を数学的に解釈し、数学的な表現を用いて説明することが求められる。タレスの方法で用いられている2つの三角形が合同であることの根拠となる事柄を説明できるかどうかをみるものである。

設問(3) タレスの方法を発展的に捉え、船までの距離を求めることについて、 $\angle BAC$ と $\angle EDC$ の条件を正しく述べたものを選択する問題である。ここでは、問題解決の方法を振り返って、発展的に考えることが求められる。 $\angle BAC$ と $\angle EDC$ の大きさは 90° でなくても等しければ、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEC$ が合同になるので、そのことを利用して船までの距離を求められることを判断できるかどうかをみるものである。

■学習指導要領における内容・領域

設問(1)・設問(2)・設問(3)

第2学年 B 図形

(2) 平面図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察する能力を養う。

ア 証明の意義と方法について理解すること。

イ 三角形の合同条件を理解し、それに基づいて三角形や平行四辺形の性質を論理的に確かめることができること。

■評価の観点

設問(1)・設問(2)・設問(3)

数学的な見方や考え方

3 正答と解説

設問(1) ■正答 DE

■解説 $\triangle ABC$ と $\triangle DEC$ は合同であり、線分ABに対応する線分は線分DEである。したがって、DEになる。

設問(2) ■正答 (例) 1辺とその両端の角がそれぞれ等しい2つの三角形は、合同である。

■解説

①次の(a), (b)を記述しているものを正答(◎)とする。

(a) 「1辺とその両端の角がそれぞれ等しい2つの三角形は」などの主部(前提あるいは根拠に当たる部分)。

(b) 「合同である」などの述部(結論に当たる部分)。

②(a)のみを記述しているものを正答(○)とする。

設問(3) ■正答 イ

- 解説 1辺とその両端の角がそれぞれ等しい三角形は合同であるので、 $\angle BAC$ と $\angle EDC$ の角度が等しければ合同になる。したがって、イになる。

4 学習指導に当たって

実生活の場面では、日常的な事象を図形に着目して観察し、図形の性質を用いて事象の特徴を的確に捉えることが必要になることがある。その際、事象の特徴を数学的な表現を用いて説明することが大切である。また、事象を数学的に解釈し、問題解決に数学を活用することも大切である。そうすることを通して、生徒が問題解決の方法を振り返って、発展的に考えることができるようになると期待できる。

① 日常的な事象を図形に着目して観察し、その特徴を的確に捉えられるようにする

実生活における日常的な事象を、形や大きさ、位置関係に着目して観察し、その特徴を捉えることが大切である。そのように図形に着目して観察することで、図形の性質を用いて事象の特徴をよりの確に捉えたり、問題を解決したりすることができるようになる。

指導に当たっては、日常的な事象を観察して、図形やその要素の関係を見だし、図形の条件や性質としてその特徴を捉えることができるようにすることが大切である。例えば、本問題のタレスの方法にそってノートに図をかき、点Dから点Eまでの距離を測ればよい理由について話し合う活動を通して、2つの三角形が合同であることを利用しているというタレスの方法の特徴を捉えることができるようにすることが考えられる。

② 事象を数学的に解釈し、問題解決に数学を活用できるようにする

日常的な事象についての問題解決では、事象を数学の問題として捉えることによって、数学の知識・技能、見方や考え方を活用できるようになることが大切である。

指導に当たっては、日常的な事象の特徴を数学的に考察する場面において、そこで用いられている見方や考え方に着目できるようにすることが大切である。例えば、本問題を使って授業を行う際には、直接測りにくい部分の長さを求めるために、三角形の合同を用いて直接測りやすい部分に置き換えるという考え方をを用いていることを確認する機会を設定することが考えられる。具体的には、線分ABの長さは直接測りにくいことを確認し、タレスの方法では、この長さを求めるためにどのような工夫をしているかについて話し合うことを通して、線分ABを直接測りやすい線分DEに置き換えていることを理解できるようにすることが考えられる。

このような学習を通して、様々な日常的な事象を数学的に捉えようとする意欲や態度を養うことが大切である。

③ 事象の特徴を的確に捉え、数学的に説明できるようにする

日常的な事象の特徴を、数量や図形に着目して見だし、数学的な表現を用いて説明することが大切である。その際、前提に当たる部分（主部）と、それによって説明される結論（述部）を明確にすることが大切である。

指導に当たっては、日常的な事象を数学的に考察する場面において、事象の観察を通して見いだした事柄を、記述したり発表したりする活動を取り入れることが考えられる。

例えば、設問(2)で、まず、タレスの方法では、「 $\angle A = \angle D$, $AC = DC$, $\angle ACB = \angle DCE$ 」としていることを確認する。次に、そのようにするとなぜ

「 $\triangle ABC \equiv \triangle DEC$ 」といえるのかを話し合う場面を設定することが考えられる。その際、このことの根拠となる事柄として「1辺とその両端の角がそれぞれ等しい。」と前提に当たる部分を説明するだけでなく、「1辺とその両端の角がそれぞれ等しい2つの三角形は、合同である。」と説明できるようにすることが大切である。

④ 問題解決の方法を振り返って、発展的に考えることができるようにする

数学を活用して問題を解決する場面では、問題を解決するだけでなく、問題解決の方法を振り返り、より一般的な方法を考えることが大切である。このことを通して、生徒が問題解決の方法を振り返って、発展的に考えることができるようになると期待できる。

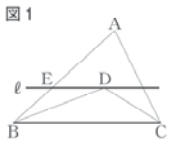
指導に当たっては、例えば、設問(3)のように、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEC$ が合同になるための $\angle BAC$ と $\angle EDC$ の条件に着目することによって、 $\angle BAC$ と $\angle EDC$ を等しくしておけば十分であり、タレスの方法のように 90° にする必要がないことを理解できるようにすることが考えられる。このように問題解決に用いた条件を明らかにしたり、その条件を変えて考察したりすることを通して、問題場面への理解を深め、問題解決の方法を評価・改善する態度を養うことが期待できる。

4 証明を振り返り、類似の場面で証明すること（角の二等分線）

4 次の問題は、下のよう \AA 証明できます。

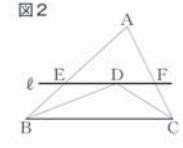
問題

図1のように、 $\triangle ABC$ において $\angle ABC$ の二等分線と $\angle ACB$ の二等分線をひき、それらの交点をDとします。点Dを通り辺BCに平行な直線 ℓ をひき、直線 ℓ と辺ABとの交点をEとします。このとき、 $EB = ED$ となることを証明しなさい。



証明

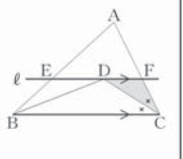
$\triangle EBD$ において、
 仮定から、 $\angle DBC = \angle EBD$ ……①
 $ED \parallel BC$ で、平行線の錯角は等しいから、
 $\angle DBC = \angle EDB$ ……②
 ①、②より、 $\angle EBD = \angle EDB$
 2つの角が等しいから、 $\triangle EBD$ は二等辺三角形である。
 二等辺三角形は2辺が等しい三角形であるから、
 $EB = ED$



(2) 図2のように、図1の直線 ℓ と辺ACとの交点をFとします。このとき、 $FC = FD$ となることを、 $\triangle FCD$ が二等辺三角形であることから証明できます。
 前ページの証明を参考にして、 $FC = FD$ となることの証明を完成しなさい。

証明

$\triangle FCD$ において、



二等辺三角形は2辺が等しい三角形であるから、
 $FC = FD$

(3) $\triangle EBD$ と $\triangle FCD$ が二等辺三角形であることから、 $EB = ED$ 、 $FC = FD$ であることを証明できます。
 $EB = ED$ 、 $FC = FD$ であることをもとにすると、図2において、 $\triangle AEF$ の周の長さ \AA 等しいものがあることが分かります。それを下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

ア $AE + AF$
 イ $AE + AC$
 ウ $AB + AF$
 エ $AB + AC$
 オ $DB + DC$

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 上の証明の「仮定から、 $\angle DBC = \angle EBD$ ……①」における「仮定」を、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

ア BDは $\angle ABC$ の二等分線である。
 イ CDは $\angle ACB$ の二等分線である。
 ウ 直線 ℓ は点Dを通り辺BCに平行な直線である。
 エ $EB = ED$ である。

1 出題の趣旨

図形についての証明をよみ、次のことができるかどうかをみる。

- ・証明を振り返り、類似の場面で証明すること
- ・証明を振り返り、新たな性質を見いだすこと

与えられた図形の2つの線分の長さが等しくなることの証明について考える問題である。この問題では、証明を振り返り、類似の場面で図形の性質を証明すること、さらに新たな性質を見いだすことが必要である。

2 各設問の趣旨

設問(1) 与えられた証明の中で根拠として用いられている事柄を指摘する問題である。ここでは、証明で用いられている根拠となる事柄を明確に捉えることが求められる。証明の中で角の相等関係を示すために用いられている「仮定」に当たる事柄を、問題の条件の中から見だし指摘できるかどうかをみるものである。

設問(2) 与えられた証明を手がかりにして、もとの問題と類似の場面で図形の性質を証明する問題である。ここでは、証明を振り返り、そのしくみを捉え、類似の場面で証明することが求められる。「もとの問題の場面とどのような点が類似しているのか」と「証明では仮定から結論がどのように導びかれているのか」について考え、2つの線分の長さが等しいことを証明できるかどうかをみるものである。

設問(3) 証明した図形の性質を根拠として、問題で示された図形について新たに分かることを指摘する問題である。ここでは、証明を振り返り、新たな性質を見いだすことが求められる。2組の線分の長さがそれぞれ等しいことを根拠として、三角形の周の長さと同じものを指摘できるかどうかをみるものである。

■学習指導要領における内容・領域

設問(1)・設問(2)・設問(3)

第2学年 B 図形

(2) 平面図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察する能力を養う。

ア 証明の意義と方法について理解すること。

イ 三角形の合同条件を理解し、それに基づいて三角形や平行四辺形の性質を論理的に確かめることができること。

■評価の観点

設問(1)・設問(2)・設問(3)

数学的な見方や考え方

3 正答と解説

設問(1) ■正答 ア

■解説 点Dは、 $\angle ABC$ の二等分線と $\angle ACB$ の二等分線の交点だから、 $\angle DBC = \angle EBD$ である。したがって、証明の中で用いられている「仮定」に当たる事柄は、アになる。

設問(2) ■正答

(例) 仮定から、 $\angle DCB = \angle FCD$ ……①

DF//BCで、平行線の錯角は等しいから、

$\angle DCB = \angle FDC$ ……②

①、②より、 $\angle FCD = \angle FDC$

2つの角が等しいから、 $\triangle FCD$ は二等辺三角形である。

■解説

①次の(a), (b), (c), (d)とそれぞれの根拠を記述し, 証明しているものを正答(◎)とする。

(a) $\angle DCB = \angle FCD$

(b) $\angle DCB = \angle FDC$

(c) $\angle FCD = \angle FDC$

(d) $\triangle FCD$ は二等辺三角形である。

②上記①以外でも正しく証明していれば, 正答(◎)とする。

③ $FC = FD$ を証明しているもののうち, 記号を書き忘れたり, 根拠が抜けていたりしているが, 証明の筋道が正しいと分かるものは, 正答(○)とする。

設問(3) ■正答 エ

■解説

$\triangle AEF$ の周の長さは,

$$(\triangle AEF \text{の周の長さ}) = AE + EF + AF$$

$$= AE + ED + DF + AF$$

ここで, $\triangle EBD$ と $\triangle FCD$ が二等辺三角形であることから証明した $EB = ED$, $FC = FD$ より,

$$AE + ED + DF + AF = AE + EB + FC + AF$$

$$= AB + AC$$

したがって, $\triangle AEF$ の周の長さは $AB + AC$ の長さに等しいので, エになる。

4 学習指導に当たって

証明の学習においては, 単に証明をするだけでなく, 証明をよみ, 証明で用いられている根拠となる事柄を明確に捉えること, 証明のしくみを捉え, 類似の場面で証明できること, さらに, 証明した図形の性質を根拠にして, 新たな性質を見いだすことが大切である。

① 証明で用いられている根拠となる事柄を明確に捉えられるようにする

証明の学習においては, 証明を書くこととともに, 証明をよむことも大切である。証明をよむ際には, 証明で用いられている根拠となる事柄を明確に捉えることが大切である。

指導に当たっては, 証明で用いられている根拠となる事柄が問題の条件や既習事項などのどれに当たるかを確認する場面を設定することが大切である。例えば, 設問(1)においては, 証明の中の「仮定から, $\angle DBC = \angle EBD$ 」について「仮定」が問題のどこの部分に当たるかを問い, それが「 $\triangle ABC$ において, $\angle ABC$ の二等分線と $\angle ACB$ の二等分線をひき, それらの交点をDとします。」であることを確認する場面を設定することが考えられる。その際, 問題や証明で記述されていることを図と照らし合わせて確認することも大切である。

② 証明のしくみを捉え、類似の場面で証明できるようにする

証明の学習においては、与えられた証明を振り返って考えることで、そのしくみを捉え、類似の場面で証明することが大切である。そのためには、解決しようとする問題場面がもとの問題場面とどのような点で類似しているか、また、与えられた証明では仮定から結論がどのように導かれているかを理解することが必要である。

指導に当たっては、まず、2つの問題場面の類似性を考察する機会を設定することが考えられる。例えば、設問(2)において、 $\triangle FCD$ は $\triangle EBD$ と同様に作図されていること、導かれる結論 $FC = FD$ はもとの問題の結論 $EB = ED$ と同様に三角形の2辺の相等関係を示していることを捉えられるようにすることが大切である。

次に、仮定から結論がどのように導かれているかを理解するために、根拠としてどのような性質や関係が用いられているか、結論を導くためにどのような条件や根拠が用いられているかなどを確認する活動を取り入れることが考えられる。例えば、本問題の結論 $EB = ED$ を導くために、 $\triangle EBD$ の2つの角が等しいことに着目して、二等辺三角形であることを示していることや、2つの角が等しいことを導くために、仮定や平行線の性質を用いていることを確認することが考えられる。

③ 証明した図形の性質を根拠にして、新たな性質を見いだすことができるようにする

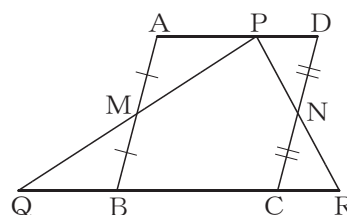
証明の学習においては、与えられた図形の性質の証明をするだけでなく、その過程や結果を振り返り、新たな性質を見いだすことが大切である。その際には、証明で用いられている根拠となる事柄を基にしたり、証明した図形の性質を基にしたりして新たな性質を見いだすことが考えられる。

指導に当たっては、証明で用いられている根拠となる事柄や証明の結論に着目し、新たな性質を見付けることができなさを考える機会を設定することが大切である。例えば、次のように、三角形の合同を用いて2つの線分の長さが等しいことを証明をした後に、その過程や結果を振り返り、新たな性質を見いだす場面を設定することが考えられる。

<問題>

右の図で、四角形 $ABCD$ は平行四辺形で、点 M 、 N をそれぞれ辺 AB 、 DC の midpoint とする。辺 AD 上に点 P をとり、辺 PM 、 PN 、 BC を延長して、 $\triangle PQR$ をつくる。

このとき、 $AP = BQ$ 、 $PD = RC$ となることを証明しなさい。



<証明を振り返り、新たな性質を見いだす場面>

$AP = BQ$ 、 $PD = RC$ となることは、 $\triangle AMP \equiv \triangle BMQ$ 、 $\triangle DNP \equiv \triangle CNR$ から証明できる。

これらのことから新たに見いだすことができる性質は、 $2AD = QR$ 、 $2MN = QR$ 、 $\triangle PQR = \square ABCD$ である。

5 情報の適切な選択と判断（甲子園大会）

5 達也さんたちは、昨年の夏の高校野球甲子園大会の決勝戦で投げ合った島袋洋奨投手と一二三慎太投手と対戦し、ヒットを打ってみたいと思いました。そこで、2人の甲子園大会の投球の記録について調べました。

投球の記録

	最高球速 (km/時)	最低球速 (km/時)	球速の平均 (km/時)	総投球数 (球)
島袋投手	147	109	132	766
一二三投手	147	105	131	628

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

球速は、投げた球の速さを表しています。

(1) 2人の球速の範囲がそれぞれ時速何 km であるか求めなさい。

(2) 達也さんたちは、一二三投手の投げた球を打つための練習について話し合っています。

達也さん「表をみると、球速の平均は時速 131 km だね。」
 大樹さん「それなら、平均の時速 131 km に的をしぼって練習すればいいのかな。」
 優花さん「だけど、ヒストグラムをつくるとこんなふうになったよ。」



図1 一二三投手の投球

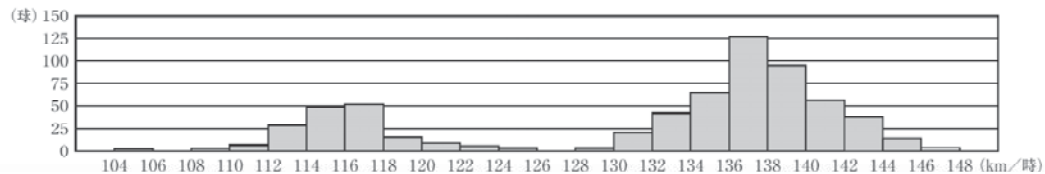


図1のヒストグラムをもとにすると、球速の平均である時速 131 km に的をしぼることは適切でないことが分かります。その理由を、図1のヒストグラムの特徴をもとに説明しなさい。

(3) 達也さんたちは、図1のヒストグラムを見て、投球を直球と変化球に分けて考えることにしました。直球だけについてそれぞれの投手のヒストグラムをつくると、図2、図3のようになりました。

図2、図3のヒストグラムを比べてよみとれることについて正しく述べたものを、下のアからエまでのの中から1つ選びなさい。

- ア 時速 140 km 以上の投球数を比べると、一二三投手の方が島袋投手より多い。
- イ 最も度数の大きい階級の中央の値で二人の球速を比べると、一二三投手の方が島袋投手より速い。
- ウ 最も度数の大きい階級で二人の投球数を比べると、一二三投手の方が島袋投手より多い。
- エ 度数が 75 を超える階級の個数を比べると、一二三投手の方が島袋投手より多い。

図2 一二三投手の直球 (457球)

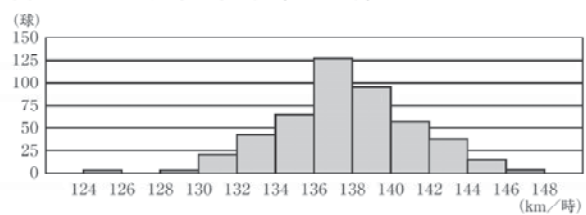
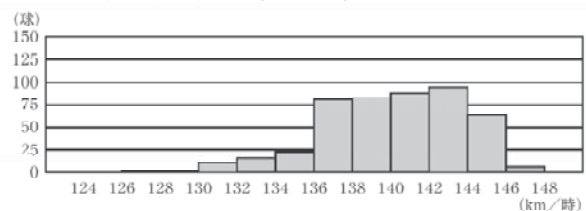


図3 島袋投手の直球 (454球)



1 出題の趣旨

資料に基づいて不確定な事象を考察する場面で、次のことができるかどうかをみる。

- ・必要な情報を適切に選択すること
- ・資料の傾向を的確に捉えること
- ・判断の理由を数学的な表現を用いて説明すること

表やヒストグラムから情報を適切によみとったり、情報を基にした判断が適切でない理由を説明したりする問題である。この問題では、投球の記録をまとめた表から情報を適切によみとったり、ヒストグラムからよみとれることを根拠に事柄が適切でないことを説明したりすることが必要である。

2 各設問の趣旨

設問(1) 表から2人の球速の範囲を求める問題である。ここでは、範囲の意味に基づいて必要な情報を適切に選択することが求められる。それぞれの投手について、最高球速と最低球速の差を求めることができるかどうかをみるものである。

設問(2) ヒストグラムの特徴を基に、時速131 kmの球速に的をしばって練習することが適切でないこと理由を説明する問題である。ここでは、資料の傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することが求められる。時速131 kmの球速は分布の谷に当たることを根拠にして、時速131 kmに的をしばることは適切でないことを説明できるかどうかをみるものである。

設問(3) 2つのヒストグラムを比べてよみとれることについて正しく述べたものを選択する問題である。ここでは、資料の傾向を的確に捉えることが求められる。最も度数の大きい階級で二人の投球数を比べると、一二三投手の方が島袋投手より多いことをよみとれるかどうかをみるものである。

■学習指導要領における内容・領域

設問(1)・設問(2)・設問(3)

第1学年 D 資料の活用 [学習指導要領(平成20年告示)]

(1) 目的に応じて資料を収集し、コンピュータを用いたりするなどして表やグラフに整理し、代表値や資料の散らばりに着目してその資料の傾向を読み取ることができるようにする。

イ ヒストグラムや代表値を用いて資料の傾向をとらえ説明すること。

■評価の観点

設問(1) 数量、図形などについての知識・理解

設問(2)・設問(3)

数学的な見方や考え方

3 正答と解説

設問(1) ■正答 島袋投手 (時速) 38 (km),
一二三投手 (時速) 42 (km)

■解説 範囲は、資料の最大値と最小値との差であるので、
島袋投手の球速の範囲は、 $147 - 109 = 38$ 、
一二三投手の球速の範囲は、 $147 - 105 = 42$
になる。

設問(2) ■正答 (例) このヒストグラムには2つの山があり、時速131 kmの球速は山の頂上ではなく、この球速の球が来る見込みが低いので、時速131 kmに的をしぼることは適切でない。

■解説

①次の(a)、(c)、または(b)、(c)について記述しているものを正答(◎)とする。

(a) 時速131 kmの球速が山の頂上に無いこと。

(b) 時速131 kmの階級の度数が他の球速の度数より小さいこと。

(c) 時速131 kmに的をしぼることは適切でないこと。

②(a)のみ、または(b)のみを記述しているものを、正答(○)とする。

設問(3) ■正答 ウ

■解説 最も度数の大きい階級は、一二三投手は時速136 km以上時速138 km未満であり、島袋投手は時速142 km以上時速144 km未満である。それぞれの階級の投球数を比べると、一二三投手は125球を超えており、島袋投手は100球未満であることから、一二三投手の方が島袋投手より多い。したがって、ウになる。

4 学習指導に当たって

実生活の場面において、不確定な事象を捉え、問題解決を行うために、目的に応じて資料を収集して整理し、必要な情報を適切に選択したり、資料の傾向をよみとったりして、資料に基づいて的確に判断しなければならない場合がある。その際、問題解決のための構想を立て、資料の特徴を基に判断したり、判断の理由を数学的な表現を用いて説明したりすることが大切である。

① 資料を整理して情報をよみとり、それを基に判断できるようにする

収集した資料を度数分布表やヒストグラムに表したり、平均値、中央値、最頻値などの代表値や資料の範囲を求めたりする活動を通して、資料の傾向をよみとり、適切に判断することが大切である。

指導に当たっては、例えば平均値について、分布の形状によっては代表値としてふさわしくない場合があることを理解できるようにすることが大切である。そのためには設問(2)のように、分布が双峰型になる事象を取り上げて、平均値を用いることが適切であるかどうかを話し合う場面を設定することが考えられる。

② 判断の理由を数学的な表現を用いて説明できるようにする

ある事柄についての判断の理由を説明する場合には、説明すべき事柄とその根拠の両方を示す必要がある。特に、資料を基にして判断をする場合には、目的に応じて統計的に処理して資料の傾向を的確に読みとり、数学的な表現を用いて説明することが大切である。

指導に当たっては、例えば設問(2)で、「時速 131 kmの球速は分布の谷にあたる」こと(A)を根拠にして「時速 131 kmに的をしぼることは適切でない」こと(B)を説明できるようにすることが考えられる。その際、説明すべき事柄(B)とその根拠(A)を明確に区別し、「(A)だから(B)である」のように的確に説明できるようにすることが大切である。また、「時速 131 kmに的をしぼることは適切でない」ことの原因について、どのような事柄を根拠に説明すればよいかを話し合う場面を設定することが考えられる。その際、「ヒストグラムには山が2つあるから」という理由では、ヒストグラムの形状を捉えているが時速 131 kmの階級の位置が特定されないことや、「時速 131 kmの球速の度数は小さいから」という理由では、度数の大小を捉えているが何と比較しているかが示されていないことなどを取り上げることが考えられる。

③ 不確定な事象について、目的に応じて資料を収集して整理し、資料の傾向をよみとって問題を解決できるようにする

不確定な事象について、目的に応じて資料を収集して整理し、資料の傾向をよみとったり、必要に応じて資料を分類整理し直したり、新たな目的に応じて資料の傾向を捉え直したりすることによって問題を解決することが大切である。

指導に当たっては、新たな目的に応じて資料の傾向を捉え直すことについて、例えば、分布が双峰型である場合を取り上げて、目的に応じてその要因を推測し、その要因に着目してヒストグラムを分けて作成することが考えられる。具体的には設問(2)のヒストグラムで、投手の投球の特徴を詳細に分析する場合には、設問(3)のように、分布が双峰型である要因として球種には直球と変化球があることに着目し、それぞれの球種に分けてヒストグラムを作成し比較できるようにすることが考えられる。

5 出典

問題中の表とヒストグラムは、asahi.com (<http://www2.asahi.com>) の第92回全国高校野球選手権大会の「一球速報」を基に、国立教育政策研究所で作成したものである。

Ⅲ 調查問題一覽表

調査問題一覧表 【中学校数学】
A 主として「知識」に関する問題

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域					評価の観点					問題形式		
			数と式	図形	数量関係	関心・意欲・態度	数学への見方や考え方の	数学的な表現・処理	数学的な知識・技能	数量・図形など解に	選択式	短答式	記述式		
1	(1) $\frac{5}{7} \times \frac{3}{4}$ を計算する	分数の乗法の計算をすることができる	○					○						○	
	(2) 四則計算のうち、数が自然数の範囲では閉じておらず、整数の範囲では閉じている計算を選ぶ	数の範囲を拡張することによって、四則計算の可能性が拡大されることを理解している	○							○		○			
	(3) 絶対値が5である負の数を書く	正の数と負の数の範囲で絶対値の意味を理解している	○							○				○	
	(4) $3-2 \times (-4)$ を計算する	加減乗除を含む正の数と負の数の計算において、計算のきまりにしたがって計算をすることができる	○						○					○	
2	(1) $(4a-6)-2(a-3)$ を計算する	整式の加法と減法の計算をすることができる	○						○					○	
	(2) 連続する3つの自然数のうち、最も小さい自然数を n とするとき、その連続する3つの自然数をそれぞれ n を用いた式で表す	数量の関係や法則などを文字式で表現することができる	○						○					○	
	(3) 青色のテープの長さ a cmは、黄色のテープの長さ b cmの何倍であるかを、 a 、 b を用いた式で表す	数量の関係や法則などを文字式で表現することができる	○						○					○	
	(4) $3x+y=7$ を y について解く	ある文字について解くことの意味を理解し、等式を目的に応じて変形することができる	○						○					○	
3	(1) $0.1x+1=1.5$ を解く	小数を含む一元一次方程式を解くことができる	○						○					○	
	(2) 2通りに表される数量を文字を用いた式で表し、一次方程式をつくる	2通りに表される数量に着目し、文字を用いた式や数で表し、一次方程式をつくることができる	○						○					○	
	(3) 連立方程式 $\begin{cases} x+y=4 \\ 3x+2y=9 \end{cases}$ の解について正しい記述を選ぶ	連立二元一次方程式の解の意味を理解している	○							○		○			
	(4) 連立方程式 $\begin{cases} y=2x-1 \\ y=x+3 \end{cases}$ を解く	簡単な連立二元一次方程式を解くことができる	○							○				○	
4	(1) 垂線の作図で利用されている図形の性質を選ぶ	垂線の作図の方法を図形の対称性に着目して見直すことができる		○						○		○			
	(2) 正三角形DACを、点Cを中心として時計回りに回転移動して正三角形BECにぴったり重ねたとき、その角度を求める	回転移動の意味を理解している		○							○			○	
5	(1) 直方体において、与えられた辺とねじれの位置にある辺を全て書く	空間における直線と直線との位置関係を理解している		○							○			○	
	(2) 底面が平行四辺形である高さ10cmの四角柱の底面積と体積を求める	四角柱の底面積と体積を求めることができる		○						○				○	
	(3) 与えられた投影図から立体をよみとり、その立体を選ぶ	与えられた投影図から空間図形をよみとることができる		○							○		○		
	(4) 球と円柱の体積を比較し、正しい図を選ぶ	球の体積を、球がぴったり入る円柱の体積との関係から理解している		○							○	○			

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域			評価の観点					問題形式		
			数式	図形	数量関係	関心・意欲・態度	数学への見方や考え方の	数学的な表現・処理	数学的な	数量、図形など解に	選択式	短答式	記述式
6	(1) 平行線の錯角の大きさが等しいことを利用して、角の大きさを求める	1組の平行線に直線が交わってできる角の性質を理解している		○					○			○	
	(2) 五角形の内角の和と六角形の内角の和について、正しいものを選ぶ	多角形の内角の和の性質を理解している		○					○	○			
	(3) 合同な2つの三角形の対応する角の大きさを求める	合同な三角形の対応する角の大きさを求めることができる		○				○				○	
7	(1) 証明で用いられている合同条件を選ぶ	証明をよみ、用いられている三角形の合同条件を理解している		○					○	○			
	(2) 長さの等しい2本の棒を2種類使って組み合わせた四角形が、いつでも平行四辺形になることの根拠となる事柄を選ぶ	平行四辺形になるための条件を理解している		○					○	○			
8	三角形の外角の和が 360° であることの証明について正しい記述を選ぶ	証明の意義について理解している		○					○	○			
9	定形外郵便物の料金表から、重量と料金の関係について、正しい記述を選ぶ	関数関係の意味を理解している			○ ^{※1}				○	○			
10	(1) 比例 $y = -3x$ のグラフを選ぶ	比例の式とグラフの関係を理解している			○				○	○			
	(2) 比例 $y = -2x$ のグラフをかくために、原点以外の点の座標を求める	比例の式からそのグラフ上にある原点以外の点の x 座標と y 座標の値の組を求めることができる			○			○				○	
	(3) 反比例 $y = \frac{4}{x}$ のグラフを完成する	反比例のグラフをかくことができる			○			○				○	
11	(1) 「高さが高くなるのにもなって、気温が一定の割合で下がる」と考えたとき、高さ気温の関係を表したグラフを選ぶ	事象における2つの数量の変化や対応の様子を捉え、その様子を表すグラフを指摘できる			○				○	○			
	(2) 一次関数 $y = 4x - 3$ について、 x の係数が4であることからいえることとして、正しいものを選ぶ	一次関数 $y = ax + b$ の a が、 x が1増加したときの y の増加量を表していることを理解している			○				○	○			
	(3) 一次関数の表から式を求める	一次関数の表から、 x と y の関係を $y = ax + b$ の式で表すことができる			○			○				○	
	(4) 比例 $y = 2x$ のグラフを基に、 $y = 2x - 4$ のグラフをかく方法として、正しい記述を選ぶ	比例のグラフと一次関数のグラフの関係を理解している			○				○	○			
12	$V = RI$ を基に、電圧 V が一定のとき、抵抗 R と電流 I の関係について、正しい記述を選ぶ	与えられた式を基に、事象における2つの数量の関係が反比例であることを判断できる			○				○	○			
13	(1) 2枚の硬貨を同時に投げるとき、2枚とも表の出る確率を求める	事象の起こる確率を求めることができる			○			○				○	
	(2) 生徒35人が100点満点の試験を受け、得点の中央値が50点だったことについて、必ずいえる記述を選ぶ	中央値の意味を理解している			○ ^{※2}				○	○			
	(3) ある月の日ごとの最高気温の分布を表したヒストグラムについて、正しいものを選ぶ	目的に応じてヒストグラムから資料の傾向をよみとることができる			○ ^{※2}				○	○			

※1 中学校学習指導要領（平成20年告示）においては、「関数」の領域の内容となる。

※2 中学校学習指導要領（平成20年告示）においては、「資料の活用」の領域の内容となる。

調査問題一覧表 【中学校数学】

B 主として「活用」に関する問題

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域			評価の観点					問題形式		
			数式	図形	数量関係	関心・意欲・態度	数学への見方や考え方の	数学的な表現・処理	数量・図形などについての知識・理解	選択式	短答式	記述式	
1	(1) 1月のキャップの回収量を比べて、平成22年度は平成21年度より何個増えたかを選ぶ	グラフから必要な情報をよみとることができる			○			○		○			
	(2) キャップの入った回収箱の重さが分かっているとき、キャップの個数を求めるために調べるものを選び、それを求める方法を説明する	問題解決の方法を数学的に説明することができる			○			○				○	
	(3) キャップの個数とキャップの入った回収箱の重さの関係について、正しい記述を選ぶ	問題解決の過程を振り返って、事象を数学的に解釈することができる			○			○		○			
2	(1) 連続する3つの自然数が11、12、13のとき、それらの和が中央の自然数の3倍になるかどうかを確かめる式を書く	問題場面における考察の対象を明確に捉えることができる	○					○				○	
	(2) 説明をよみ、 $3n+3$ を $3(n+1)$ に変形する理由を完成する	与えられた説明を振り返って考え、式変形の目的を捉えることができる	○					○				○	
	(3) 連続する5つの自然数の和が中央の自然数の5倍になることを説明する	発展的に考えて説明することができる	○					○				○	
3	(1) タレスの方法をよみ、点Aから船Bまでの距離を何に置き換えて測ればよいかを答える	事象を数量や図形に着目して観察し、その特徴を的確に捉えることができる		○				○				○	
	(2) 2つの三角形が合同になることを証明するための根拠となる事柄を説明する	事象を数学的に解釈し、成り立つ事柄の特徴を数学的な表現を用いて説明することができる		○				○				○	
	(3) タレスの方法を発展するための考えとして、正しい記述を選ぶ	問題解決の方法を振り返って考え、発展的に考えることができる		○				○		○			
4	(1) 証明をよみ、証明の「仮定」に当たる事柄を選ぶ	証明で用いられている根拠となる事柄を明確に捉えることができる		○				○		○			
	(2) 2つの線分の長さが等しいことを、二等辺三角形を利用して証明する	与えられた証明を振り返り、類似の場面で証明することができる		○				○				○	
	(3) 証明した2組の線分の長さがそれぞれ等しいことを根拠として、証明したこと以外に新しく分かることを選ぶ	証明を振り返り、新たな性質を見いだすことができる		○				○		○			
5	(1) 2人の球速の範囲をそれぞれ求める	範囲の意味に基づいて表から必要な情報をよみとることができる			○*				○		○		
	(2) ヒストグラムの特徴を基に、時速131kmの球速に的をしばって練習することが適切でない理由を説明する	資料の傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することができる			○*			○				○	
	(3) 二人の投手の直球だけのヒストグラムを比べてよみとれることを選ぶ	資料の傾向を的確に捉えることができる			○*			○		○			

※ 中学校学習指導要領（平成20年告示）においては、「資料の活用」の領域の内容となる。

IV 調查問題等

中学校第3学年

数学 A

注 意

- 1 先生の合図があるまで、冊子を開かないでください。
- 2 調査問題は、1ページから30ページまであります。
- 3 解答は、すべて解答用紙(解答冊子の「数学A」)に記入してください。
- 4 解答は、HBまたはBの黒鉛筆(シャープペンシルも可)を使い、濃く、はっきりと書いてください。
- 5 解答を選択肢から選ぶ問題は、解答用紙のマーク欄を黒く塗りつぶしてください。
- 6 解答を記述する問題は、指示された解答欄に記入してください。解答欄からはみ出さないように書いてください。
- 7 解答には、定規やコンパスは使用しません。
- 8 解答用紙の解答欄は、裏面にもあります。
- 9 調査時間は、45分間です。
- 10 「数学A」の解答用紙に、組、出席番号、性別を記入し、マーク欄を黒く塗りつぶしてください。

1 次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

(1) $\frac{5}{7} \times \frac{3}{4}$ を計算しなさい。

(2) 下のアからエまでの計算のうち、次の2つのことが両方ともいえるのはどれですか。正しいものを1つ選びなさい。

- ・ a と b が自然数のとき、計算の結果が自然数にならないことがある。
- ・ a と b が整数のとき、計算の結果はいつも整数になる。

ア $a + b$

イ $a - b$

ウ $a \times b$

エ $a \div b$

(3) 絶対値が5である負の数を書きなさい。

(4) $3 - 2 \times (-4)$ を計算しなさい。

2 次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

(1) $(4a - 6) - 2(a - 3)$ を計算しなさい。

(2) 連続する3つの自然数のうち、最も小さい自然数を n とするとき、その連続する3つの自然数をそれぞれ n を用いた式で表しなさい。

(3) 青色のテープと黄色のテープがあります。青色のテープの長さは a m, 黄色のテープの長さは b m です。

青色のテープの長さが黄色のテープの長さの何倍であるかを, a, b を用いた式で表しなさい。

(4) 等式 $3x + y = 7$ を, y について解きなさい。

3 次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

(1) 一次方程式 $0.1x + 1 = 1.5$ を解きなさい。

- (2) 次の問題と方程式をつくるための考え方を読んで、下の ア と イ に当てはまる式を書きなさい。

問題

ある学級の人数は全部で37人で、男子は女子より5人多いそうです。この学級の女子の人数を求めるために方程式をつくりなさい。

方程式をつくるための考え方

- ① 求めたい数量である、女子の人数を x 人とする。
- ② 「男子の人数」に着目すると、
「男子の人数」は、女子の人数より5人多いので、文字 x を使って、 $(x+5)$ 人と表すことができる。
- ③ また、「男子の人数」は、学級の全部の人数から女子の人数をひけばよいので、文字 x を使って、(ア) 人と表すこともできる。
- ④ 「男子の人数」を②、③のように2通りの式で表すことができるので、方程式は等号を使って イ と表すことができる。

(3) 連立方程式 $\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$ の解を求めるために、2つの二元

一次方程式 $x + y = 4$, $3x + 2y = 9$ をそれぞれ成り立たせる x , y の値の組を調べています。次の表1, 表2は, x の値が -1 から 5 までの整数のときについて調べたものです。

表1 $x + y = 4$ を成り立たせる x , y の値の組

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	5	4	3	2	1	0	-1

表2 $3x + 2y = 9$ を成り立たせる x , y の値の組

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	6	4.5	3	1.5	0	-1.5	-3

この連立方程式の解について正しく述べたものを, 下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

ア $x = 1$, $y = 3$ の値の組は, 表1, 表2の両方にあるので, この連立方程式の解である。

イ $x = 1$, $y = 3$ の値の組は, 表1にあるので, この連立方程式の解である。

ウ $x = 1$, $y = 3$ の値の組は, 表2にあるので, この連立方程式の解である。

エ $x = 1$, $y = 3$ の値の組は, x , y の値がともに整数なので, この連立方程式の解である。

オ 表1, 表2の x , y の値の組の中には, この連立方程式の解はない。

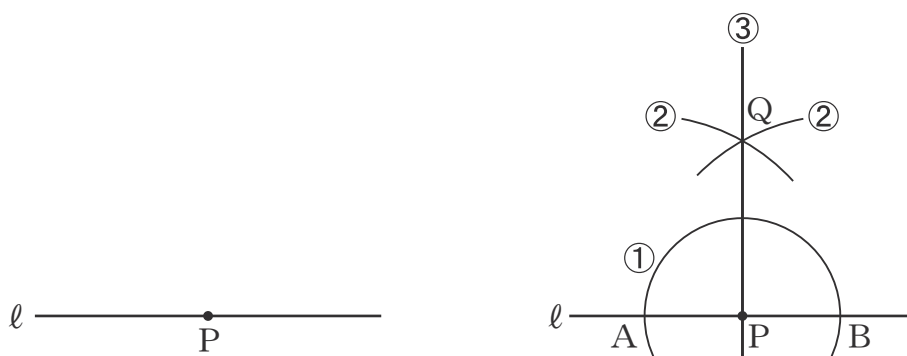
(4) 連立方程式 $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = x + 3 \end{cases}$ を解きなさい。

4 次の(1), (2)の各問いに答えなさい。

(1) 直線 l 上の点 P を通る l の垂線を, 下の①, ②, ③の手順で作図しました。

作図の方法

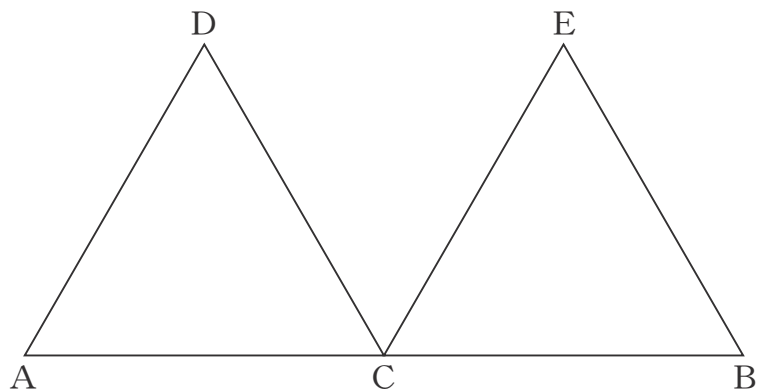
- ① 点 P を中心として, 適当な半径の円をかき, l との交点をそれぞれ点 A , 点 B とする。
- ② 点 A , 点 B を中心として, 等しい半径の円を交わるようにかき, その交点の1つを点 Q とする。
- ③ 点 P と点 Q を通る直線をひく。



この作図の方法は, 対称な図形の性質を用いているとみることができます。どのような性質を用いているといえますか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア 点 A を対称の中心とする点対称な図形の性質を用いている。
- イ 点 B を対称の中心とする点対称な図形の性質を用いている。
- ウ 点 Q を対称の中心とする点対称な図形の性質を用いている。
- エ 直線 AB を対称軸とする線対称な図形の性質を用いている。
- オ 直線 PQ を対称軸とする線対称な図形の性質を用いている。

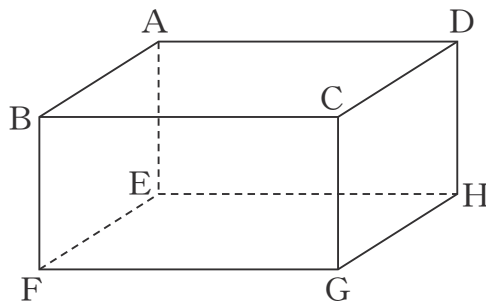
(2) 下の図のように，線分ABの中点Cをとり，辺AC，辺CBをそれぞれ1辺とする正三角形DAC，正三角形BECをつくります。



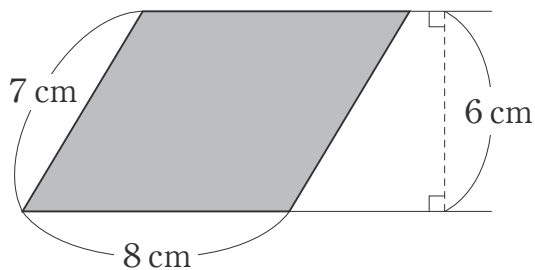
正三角形DACを，点Cを中心として時計回りに回転移動して，正三角形BECにぴったり重ねるには，何度回転移動すればよいですか。その角度を求めなさい。

5 次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

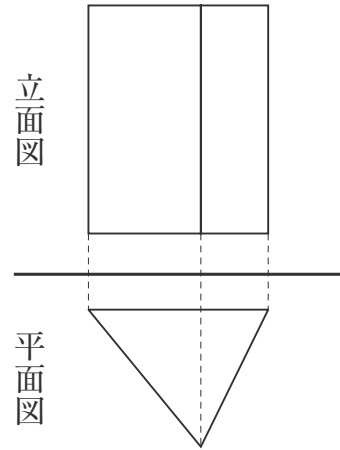
(1) 下の図のような直方体があります。四角形CGHDの4つの辺CG, GH, DH, CDのうち、辺BFとねじれの位置にある辺をすべて書きなさい。



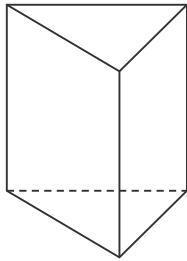
(2) 底面が下の図のような平行四辺形で、高さが10 cmの四角柱があります。この四角柱の底面積と体積を求めなさい。



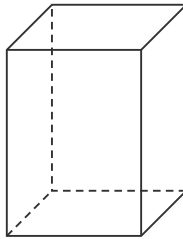
(3) 右の図は、ある立体の投影図で、正面から見た図(立面図)と真上から見た図(平面図)で表したものです。この立体の見取図が下のアからオまでの中にあります。正しいものを1つ選びなさい。



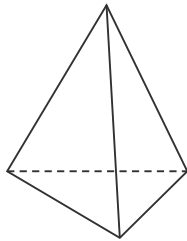
ア



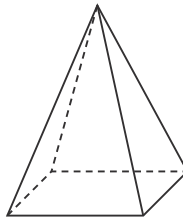
イ



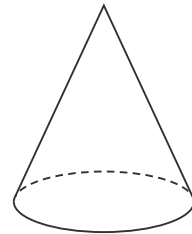
ウ



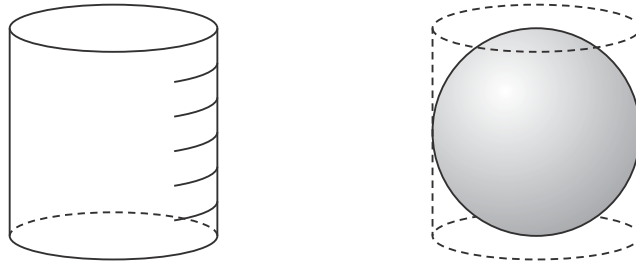
エ



オ

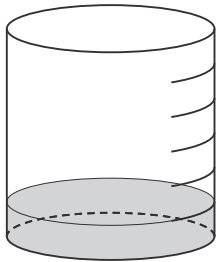


(4) 下の図のように、底面の直径と高さが等しい円柱の容器と、この円柱の容器にぴったり入る球があります。この円柱の容器には、高さを6等分した目盛りがついています。

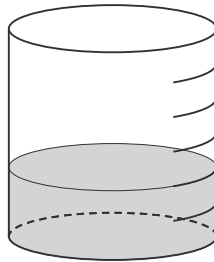


この円柱の容器に、球の体積と同じ量の水を入れます。このとき、下のアからオまでの中に、球の体積と同じ量の水を表している図があります。正しいものを1つ選びなさい。

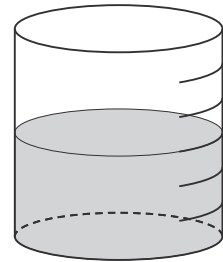
ア



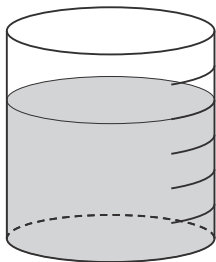
イ



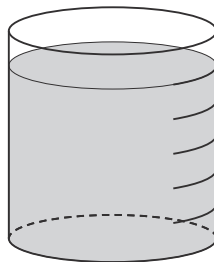
ウ



エ

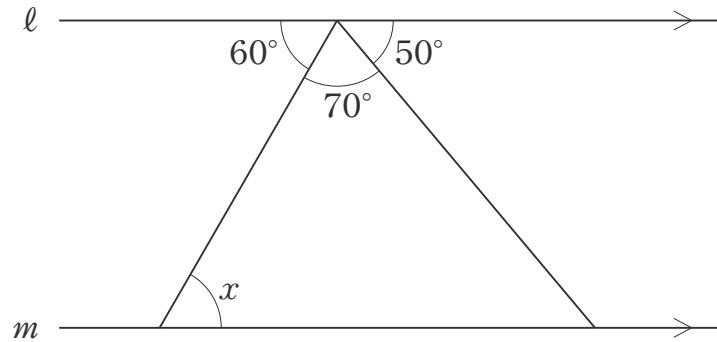


オ



6 次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 下の図で、直線 l , m は平行です。このとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



(2) 図1のように五角形の外側に点Pをとり、図2の六角形をつくと、頂点Pにおける内角は 120° になりました。

図1

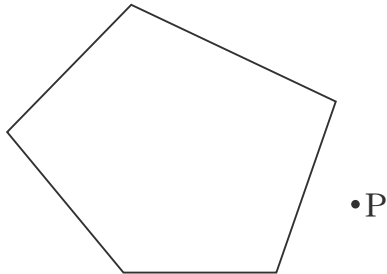


図2

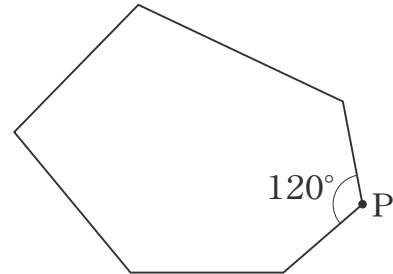
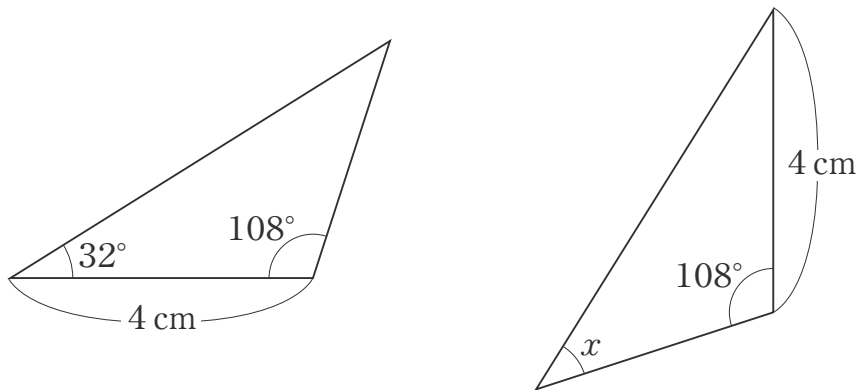


図2の六角形の内角の和は、図1の五角形の内角の和と比べてどうなりますか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア 図2の六角形の内角の和は、図1の五角形の内角の和より 120° 大きくなる。
- イ 図2の六角形の内角の和は、図1の五角形の内角の和より 180° 大きくなる。
- ウ 図2の六角形の内角の和は、図1の五角形の内角の和より 360° 大きくなる。
- エ 図2の六角形の内角の和は、図1の五角形の内角の和と変わらない。
- オ 図2の六角形の内角の和が、図1の五角形の内角の和と比べてどうなるかは、問題の条件だけでは決まらない。

(3) 下の図のような合同な2つの三角形があります。このとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



7 次の(1), (2)の各問いに答えなさい。

(1) 「2つの角が等しい三角形は, 二等辺三角形である」ことを次のように証明しました。

証明

$\angle B$ と $\angle C$ が等しい $\triangle ABC$ で,
 $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とする。

$\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ において,

仮定から, $\angle B = \angle C$ ……①

AD は $\angle A$ の二等分線だから,

$\angle BAD = \angle CAD$ ……②

三角形の内角の和が 180° であることと,

①, ②から,

$\angle ADB = \angle ADC$ ……③

共通な辺だから,

$AD = AD$ ……④

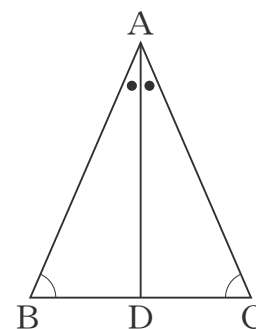
②, ③, ④より, から,

$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから,

$AB = AC$

したがって, 2つの角が等しい三角形は, 二等辺三角形である。



上の証明の に当てはまる合同条件を, 下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

ア 3辺がそれぞれ等しい

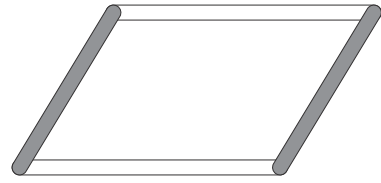
イ 2辺とその間の角がそれぞれ等しい

ウ 1辺とその両端の角がそれぞれ等しい

エ 直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい

オ 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい

(2) 長さの等しい2本の棒を2種類用意して、右の図のように組み合わせます。このときできる四角形は、いつでも平行四辺形になります。



この四角形がいつでも平行四辺形になることの根拠となることがらが、下のアからオまでの中にあります。正しいものを1つ選びなさい。

- ア 2組の向かい合う辺がそれぞれ平行な四角形は、平行四辺形である。
- イ 2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である。
- ウ 2組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は、平行四辺形である。
- エ 1組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい四角形は、平行四辺形である。
- オ 対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は、平行四辺形である。

- 8 ある学級で、「三角形の外角の和は 360° である」ことの証明について、次の①、②を比べて考えています。

①

右の図の $\triangle ABC$ で、

$$\angle d = 180^\circ - \angle a$$

$$\angle e = 180^\circ - \angle b$$

$$\angle f = 180^\circ - \angle c$$

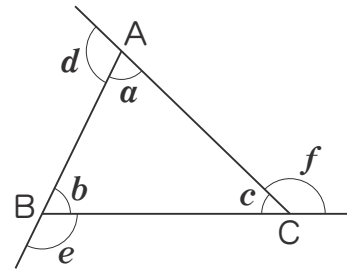
また、三角形の内角の和は 180° であるから、

$$\angle a + \angle b + \angle c = 180^\circ$$

したがって、

$$\begin{aligned} \angle d + \angle e + \angle f &= (180^\circ - \angle a) + (180^\circ - \angle b) + (180^\circ - \angle c) \\ &= 540^\circ - (\angle a + \angle b + \angle c) \\ &= 540^\circ - 180^\circ \\ &= 360^\circ \end{aligned}$$

よって、三角形の外角の和は 360° である。



②

右の図の $\triangle ABC$ で、

各頂点における外角の大きさをそれぞれ測ると、

頂点Aの外角の大きさは 108° 、

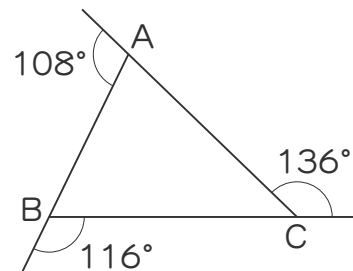
頂点Bの外角の大きさは 116° 、

頂点Cの外角の大きさは 136° である。

したがって、それらの和を計算すると、

$$108^\circ + 116^\circ + 136^\circ = 360^\circ$$

よって、三角形の外角の和は 360° である。



どんな三角形でも外角の和は 360° であることの証明について、正しく述べたものが下のアからオまでの中にあります。それを1つ選びなさい。

ア ①も②も証明できている。

イ ①は証明できており、②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

ウ ①は証明できているが、②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめても証明したことにならない。

エ ①も②も形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

オ ①は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになるが、②はそれでも証明したことにはならない。

- 9 下の表は、定形外郵便物の料金表です。この表の重量と料金の関係について、下のアからオまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。

重量	50 g まで	100 g まで	150 g まで	250 g まで	500 g まで	1 kg まで	2 kg まで	4 kg まで
料金	120 円	140 円	200 円	240 円	390 円	580 円	850 円	1150 円

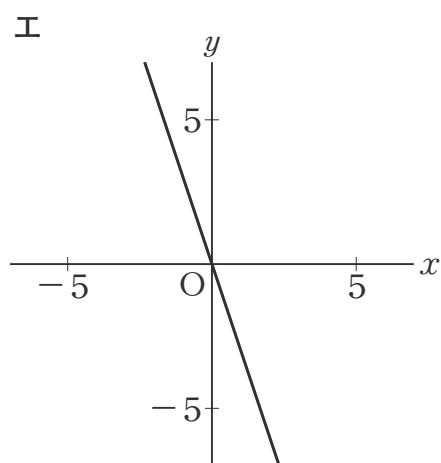
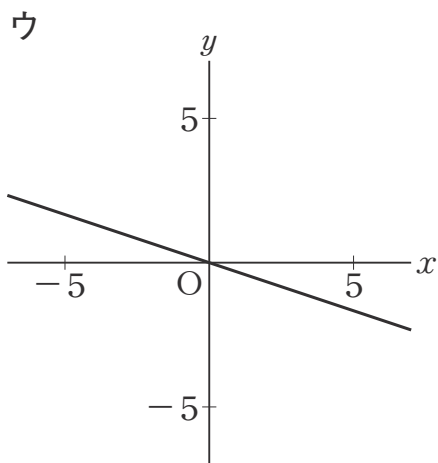
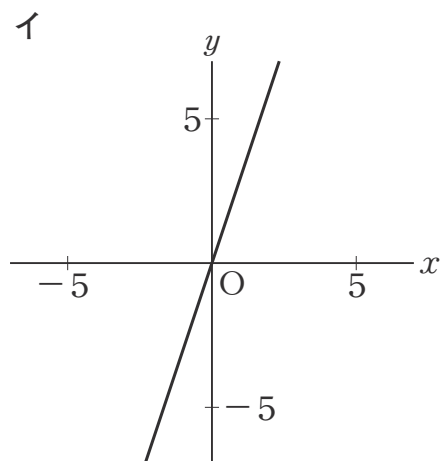
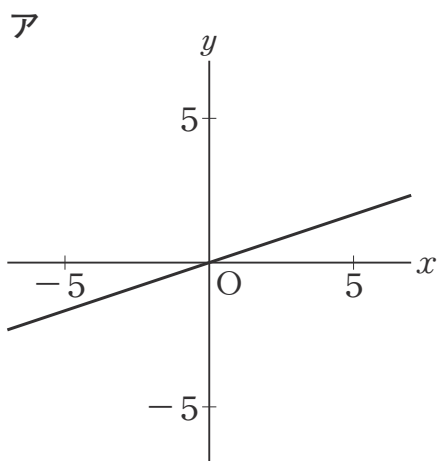
定形外郵便物で扱っている重量は4 kg までです。

- ア 料金は重量に比例する。
- イ 料金は重量に反比例する。
- ウ 料金は重量の一次関数である。
- エ 料金は重量の関数であるが、比例、反比例、一次関数のいずれでもない。
- オ 料金は重量の関数ではない。

問題は，次のページに続きます。

10 次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 下のアからエまでの中に、比例 $y = -3x$ のグラフがあります。
それを1つ選びなさい。

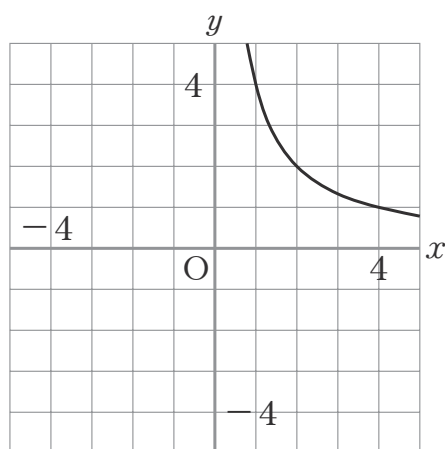


(2) 比例のグラフは、原点 $O(0, 0)$ と、もう1つの点を取り、これらを通る直線をひいてかくことができます。

比例 $y = -2x$ のグラフをかくには、原点以外にどのような点をとればよいですか。その点の座標を1つ求めなさい。

(3) 下の図の曲線は、反比例 $y = \frac{4}{x}$ のグラフの一部です。

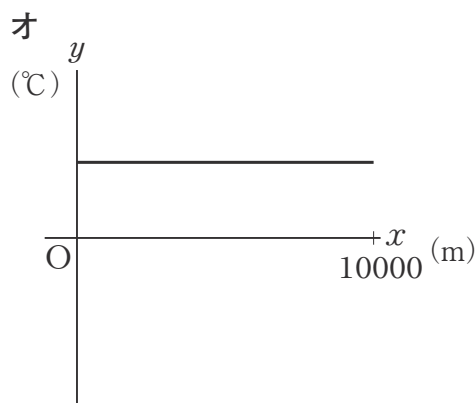
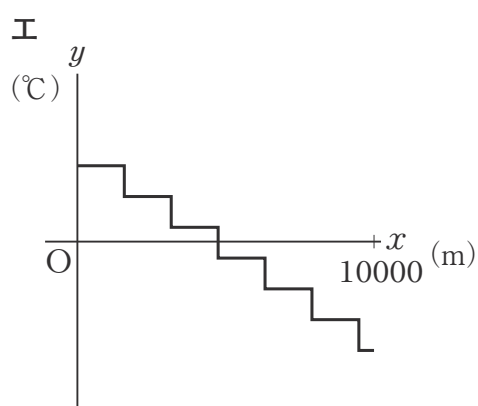
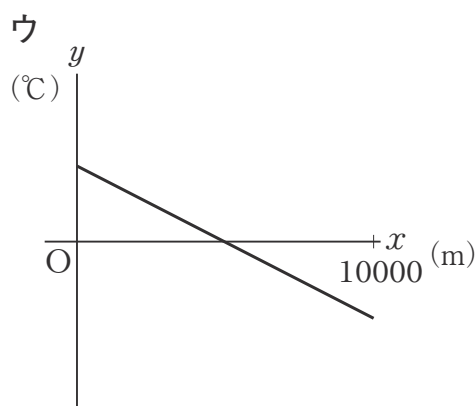
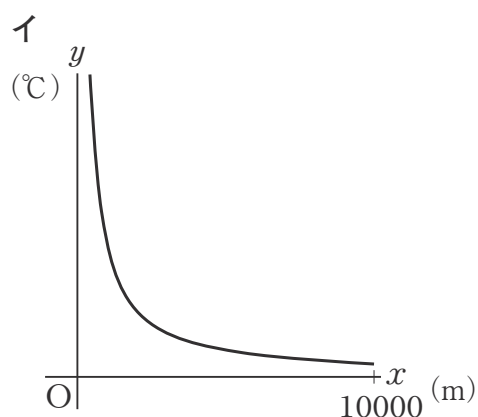
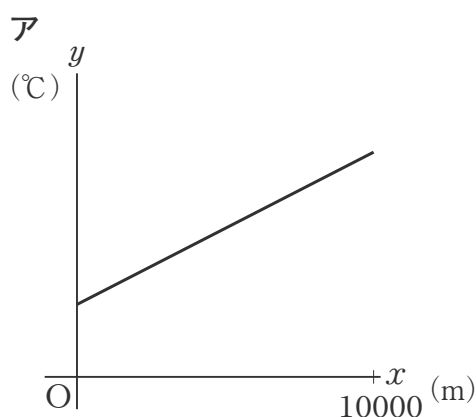
解答用紙の図に、この反比例のグラフをかきなさい。



11 次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

(1) 気温は、地上から10000 m ぐらいまでは、高さが高くなるのにもなって、ほぼ一定の割合で下がるのが知られています。

「地上から10000 m までは、高さが高くなるのにもなって、気温が一定の割合で下がる」と考え、高さ x m の気温を y °C として、この範囲の x と y の関係をグラフに表します。このとき正しいグラフが下のアからオまでの中にあります。それを1つ選びなさい。



(2) 一次関数 $y = 4x - 3$ について、 x の係数が 4 であることからのようなことがいえますか。下のアからオまでの中から正しいものを 1 つ選びなさい。

ア x の値が 1 増えるとき、 y の値はいつも 4 増える。

イ x の値が 1 増えるとき、 y の値はいつも 4 減る。

ウ y の値が 1 増えるとき、 x の値はいつも 4 増える。

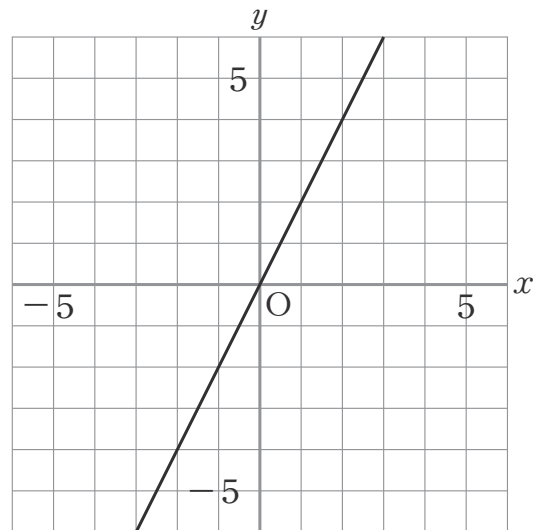
エ x の値が 1 のとき、 y の値は 4 である。

オ y の値が 1 のとき、 x の値は 4 である。

(3) 下の表は、ある一次関数について、 x の値と y の値の関係を示したものです。 y を x の式で表しなさい。

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	-1	2	5	8	11	...

- (4) 次の図は、比例 $y = 2x$ のグラフです。このグラフをもとにして一次関数 $y = 2x - 4$ のグラフをかくにはどのようにすればよいですか。下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。



- ア $y = 2x$ のグラフ上のいくつかの点を、 x 軸の正の方向に4だけ動かし、それらの点を通る直線をひく。
- イ $y = 2x$ のグラフ上のいくつかの点を、 x 軸の負の方向に4だけ動かし、それらの点を通る直線をひく。
- ウ $y = 2x$ のグラフ上のいくつかの点を、 y 軸の正の方向に4だけ動かし、それらの点を通る直線をひく。
- エ $y = 2x$ のグラフ上のいくつかの点を、 y 軸の負の方向に4だけ動かし、それらの点を通る直線をひく。

- 12 金属線に電圧を加えると電流が流れます。一般に、抵抗 R (Ω) の金属線の両端に、 V (V) の電圧を加えたとき、流れる電流を I (A) とすれば、電圧 V を次のように表すことができます。

$$V = RI$$

電圧 V が一定のとき、抵抗 R と電流 I の関係について、下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア I は R に比例する。
- イ I は R に反比例する。
- ウ I は R の一次関数である。
- エ R と I の関係は、比例、反比例、一次関数のいずれでもない。

13 次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 2枚の硬貨A, Bを同時に投げるとき, 2枚とも表の出る確率を求めなさい。ただし, 硬貨の表と裏の出方は, 同様に確からしいものとする。

(2) ある学級の生徒35人が100点満点の試験を受けました。得点の中央値は50点でした。このとき必ずいえることが下のアからエまでの中にあります。それを1つ選びなさい。

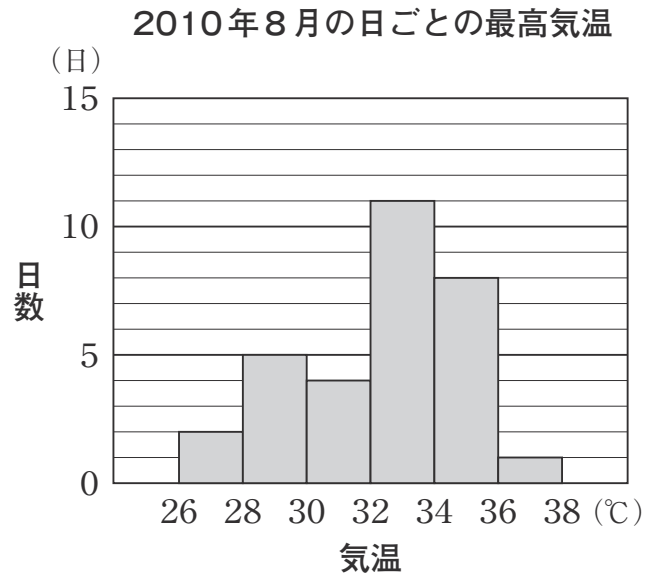
ア 35人の得点の最高点と最低点の差は50点である。

イ 35人のうち, 50点の得点の人数が最も大きい。

ウ 35人の得点の合計を35で割ると, 50点である。

エ 35人の得点を高い順に並べたとき, 高い方から18番目の人の得点が50点である。

(3) 次の図は、ある市の2010年8月の日ごとの最高気温の記録をヒストグラムに表したものです。このヒストグラムから、たとえば、 26°C 以上 28°C 未満の日が2日あったことが分かります。



最高気温が 30°C 以上の日は何日あったでしょうか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア 4日
- イ 7日
- ウ 11日
- エ 20日
- オ 24日

平成 23 年度 全国学力・学習状況調査
平成 23 年 4 月 文部科学省

中学校第3学年

数学 B

注 意

- 1 先生の合図があるまで、冊子を開かないでください。
- 2 調査問題は、1ページから12ページまであります。
- 3 解答は、すべて解答用紙(解答冊子の「数学B」)に記入してください。
- 4 解答は、HBまたはBの黒鉛筆(シャープペンシルも可)を使い、濃く、はっきりと書いてください。
- 5 解答を選択肢から選ぶ問題は、解答用紙のマーク欄を黒く塗りつぶしてください。
- 6 解答を記述する問題は、指示された解答欄に記入してください。解答欄からはみ出さないように書いてください。
- 7 解答には、定規やコンパスは使用しません。
- 8 解答用紙の解答欄は、裏面にもあります。
- 9 調査時間は、45分間です。
- 10 「数学B」の解答用紙に、組、出席番号、性別を記入し、マーク欄を黒く塗りつぶしてください。

- 1 生徒会役員の友美さんは、ペットボトルのキャップの回収について全校生徒に知らせる生徒会だよりの下書きを作成しています。

生徒会だよりの下書き

生徒会だより

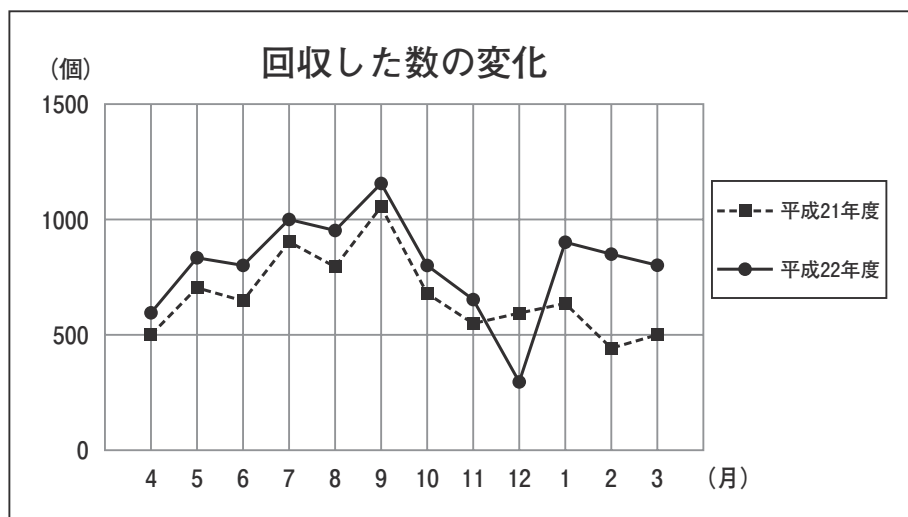
平成23年4月15日
第一中学校生徒会

ペットボトルのキャップの回収にご協力を！

生徒会ではペットボトルのキャップの回収を行っています。

回収されたペットボトルのキャップはリサイクルされるので、二酸化炭素の発生をおさえ、環境かんきょうを保護することになります。また、この活動は世界中の子どもたちにワクチンを届けることにもつながります。

平成22年度は、みなさんにたくさん協力してもらいました。特に、年末に行った生徒会からの呼びかけに応じて協力してくれる人が増え、冬休み明けは、回収量が平成21年度に比べて大きく増えました。



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 1月のキャップの回収量を比べると、平成22年度は平成21年度よりおよそ何個増えましたか。下のアからオまでの中に正しいものがあります。それを1つ選びなさい。

ア およそ 100 個

イ およそ 300 個

ウ およそ 600 個

エ およそ 900 個

オ およそ 1200 個



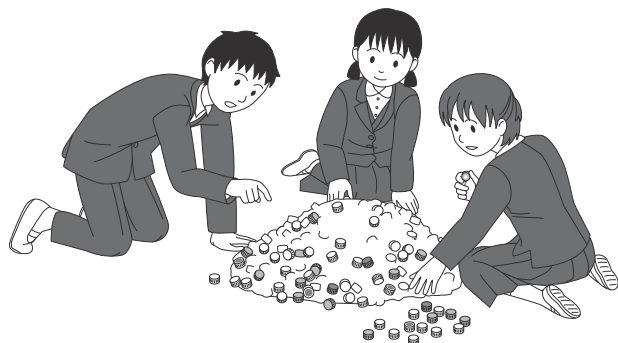
- (2) 生徒会では、キャップを1個ずつ数える作業が大変だったので、今年度はおよその個数を工夫して求めることにしました。

キャップの入った回収箱の重さが分かっているとき、キャップ1個の重さがすべて等しいと考えれば、キャップのおよその個数を求めることができます。そのためには、キャップ1個の重さのほかに何を調べてどのような計算をすればよいですか。下のアからウまでの中から調べるものを1つ選びなさい。また、それを使ってキャップのおよその個数を求める方法を説明しなさい。

ア 空の回収箱の重さ

イ 空の回収箱の体積

ウ 空の回収箱の高さ



(3) キャップ1個の重さがすべて等しいと考えれば, キャップのおよその個数を求めることができます。このとき, キャップの個数を x 個とし, x 個のキャップの入った回収箱の重さを y g とすると, x と y の間にはどのような関係がありますか。下のアからエまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア y は x に比例する。

イ y は x に反比例する。

ウ y は x の一次関数である。

エ x と y の関係は, 比例, 反比例, 一次関数のいずれでもない。

問題は、次のページに続きます。

- 2 健一さんは、連続する3つの自然数について、それらの和がどんな数になるかを調べています。

$$1, 2, 3 \text{ のとき} \quad 1 + 2 + 3 = 6 = 2 \times 3$$

$$4, 5, 6 \text{ のとき} \quad 4 + 5 + 6 = 15 = 5 \times 3$$

$$6, 7, 8 \text{ のとき} \quad 6 + 7 + 8 = 21 = 7 \times 3$$

健一さんは、これらの結果から次のことを予想しました。

健一さんの予想

連続する3つの自然数の和は、中央の自然数の3倍になる。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 連続する3つの自然数が11, 12, 13のとき、健一さんの予想が成り立つかどうかを確かめるためには、下の にどのような式を書けばよいですか。下の に当てはまる式を書きなさい。

$$11, 12, 13 \text{ のとき} \quad 11 + 12 + 13 = 36 = \text{ }$$

- (2) 健一さんの予想が正しいことは、次のように説明できます。

説明

連続する3つの自然数のうち、最も小さい自然数を n とすると、連続する3つの自然数は、 n , $n + 1$, $n + 2$ と表される。

それらの和は、

$$\begin{aligned} n + (n + 1) + (n + 2) &= n + n + 1 + n + 2 \\ &= 3n + 3 \\ &= 3(n + 1) \end{aligned}$$

$n + 1$ は中央の自然数だから、 $3(n + 1)$ は中央の自然数の3倍である。

したがって、連続する3つの自然数の和は、中央の自然数の3倍である。

前ページの説明では、 $3n + 3$ を $3(n + 1)$ と変形しています。
このように変形するのは、次のことを示すためです。

, に当てはまる文字式や数を書きなさい。

連続する3つの自然数 n , $n + 1$, $n + 2$ の和が、
中央の自然数 の 倍であること。

(3) 前ページの説明から、連続する5つの自然数について、次のことが予想されます。

予想

連続する5つの自然数の和は、中央の自然数の5倍になる。

この予想は正しいといえます。前ページの説明を参考にして、この予想が正しいことの説明を完成しなさい。

説明

連続する5つの自然数のうち、最も小さい自然数を n とすると、
連続する5つの自然数は、 n , $n + 1$, $n + 2$, $n + 3$, $n + 4$
と表される。

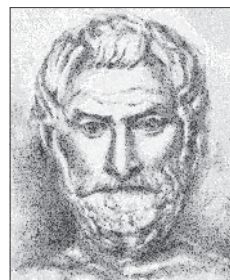
それらの和は、

$$\begin{aligned} & n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) \\ &= n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4 \\ &= \end{aligned}$$

したがって、連続する5つの自然数の和は、中央の自然数の5倍である。

3

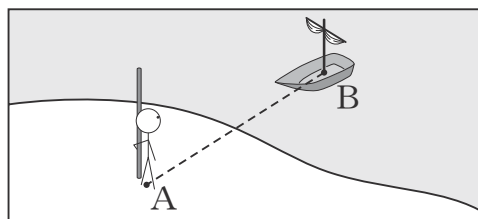
紀元前6世紀ごろの古代ギリシャで活躍した学者の1人に、タレスという人がいます。タレスは、次のようにして、陸上から直接測ることができない船までの距離を求めたといられています。



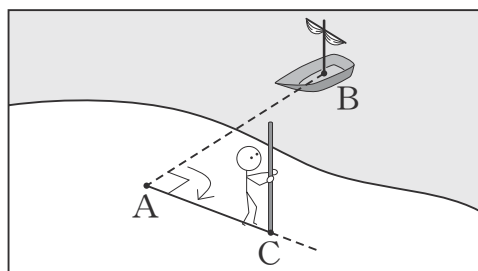
タレスの方法

◎陸上の点Aから沖に停泊している船Bまでの距離を求める場合

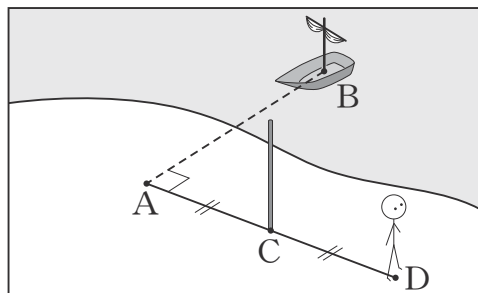
① 陸上の点Aから船Bを見る。



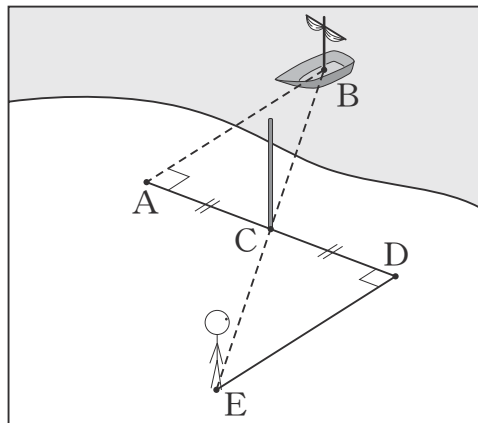
② 点Aで体の向きを90°変え、距離を決めてまっすぐ歩いて棒を立て、その点をCとする。



③ さらに同じ方向に点Aから点Cまでの距離と同じだけまっすぐ歩いて立ち止まり、その点をDとする。



④ 点Dで点Cの方を向き、船Bとは反対側に体の向きを90°変える。そこからまっすぐ歩き、点Cに立てた棒と船Bが重なって見える点をEとする。



⑤ 点Dから点Eまでの距離を測る。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 点Aから船Bまでの距離を求めるために、タレスの方法では次のような考えが使われています。下の に当てはまる記号を書きなさい。

線分ABの長さを直接測ることができないので、 $\triangle ABC$ と合同な $\triangle DEC$ をつくり、線分ABの長さを線分 の長さに置きかえて求める。

- (2) タレスの方法で点Aから船Bまでの距離を求めることができるのは、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEC$ が合同であるからです。下線部を証明するための根拠となることから、三角形の合同条件を用いて書きなさい。

- (3) タレスの方法では、 $\angle BAC$ と $\angle EDC$ の大きさを 90° にしています。下のアからエは、この $\angle BAC$ と $\angle EDC$ の大きさについて述べたものです。正しいものを1つ選びなさい。

ア $\angle BAC$ と $\angle EDC$ がどちらも 90° のときだけ、 $\triangle ABC \equiv \triangle DEC$ を利用して船までの距離を求めることができる。

イ $\angle BAC = \angle EDC$ であれば、 90° にしなくても、 $\triangle ABC \equiv \triangle DEC$ を利用して船までの距離を求めることができる。

ウ $\angle BAC$ を 90° にすれば、 $\angle EDC$ を何度にしても、 $\triangle ABC \equiv \triangle DEC$ を利用して船までの距離を求めることができる。

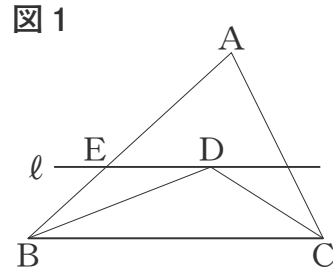
エ $\angle BAC$ と $\angle EDC$ の大きさを等しくしなくても、 $\triangle ABC \equiv \triangle DEC$ を利用して船までの距離を求めることができる。

4 次の問題は、下のよう証明できます。

問題

図1のように、 $\triangle ABC$ において $\angle ABC$ の二等分線と $\angle ACB$ の二等分線をひき、それらの交点をDとします。点Dを通り辺BCに平行な直線 l をひき、直線 l と辺ABとの交点をEとします。

このとき、 $EB = ED$ となることを証明しなさい。



証明

$\triangle EBD$ において、

仮定から、 $\angle DBC = \angle EBD$ ……①

$ED \parallel BC$ で、平行線の錯角は等しいから、

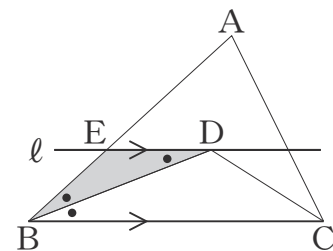
$\angle DBC = \angle EDB$ ……②

①、②より、 $\angle EBD = \angle EDB$

2つの角が等しいから、 $\triangle EBD$ は二等辺三角形である。

二等辺三角形は2辺が等しい三角形であるから、

$$EB = ED$$



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 上の証明の「仮定から、 $\angle DBC = \angle EBD$ ……①」における「仮定」を、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

ア BD は $\angle ABC$ の二等分線である。

イ CD は $\angle ACB$ の二等分線である。

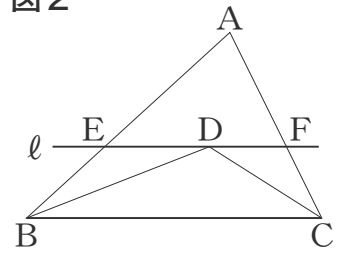
ウ 直線 l は点Dを通り辺BCに平行な直線である。

エ $EB = ED$ である。

- (2) 図2のように、図1の直線 l と辺 AC との交点を F とします。このとき、 $FC = FD$ となることを、 $\triangle FCD$ が二等辺三角形であることから証明できます。

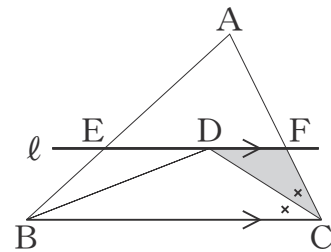
前ページの証明を参考にして、
 $FC = FD$ となることの証明を完成しなさい。

図2



証明

$\triangle FCD$ において、



二等辺三角形は2辺が等しい三角形であるから、
 $FC = FD$

- (3) $\triangle EBD$ と $\triangle FCD$ が二等辺三角形であることから、 $EB = ED$ 、 $FC = FD$ であることを証明できます。

$EB = ED$ 、 $FC = FD$ であることをもとにすると、図2において、 $\triangle AEF$ の周の長さと等しいものがあることが分かります。それを下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

- ア $AE + AF$
- イ $AE + AC$
- ウ $AB + AF$
- エ $AB + AC$
- オ $DB + DC$

5

達也さんたちは、昨年の夏の高校野球甲子園大会の決勝戦で投げ合った島袋洋奨投手と一二三慎太投手と対戦し、ヒットを打ってみたいと思いました。そこで、2人の甲子園大会の投球の記録について調べました。

投球の記録

	最高球速 (km/時)	最低球速 (km/時)	球速の平均 (km/時)	総投球数 (球)
島袋投手	147	109	132	766
一二三投手	147	105	131	628

球速は、投げた球の速さを表しています。

(1) 2人の球速の範囲がそれぞれ時速何kmであるか求めなさい。

(2) 達也さんたちは、一二三投手の投げた球を打つための練習について話合っています。

達也さん「表をみると、球速の平均は時速131kmだね。」
 大樹さん「それなら、平均の時速131kmに的をしぼって練習すればいいのかな。」
 優花さん「ただけど、ヒストグラムをつくとこんなふうになったよ。」

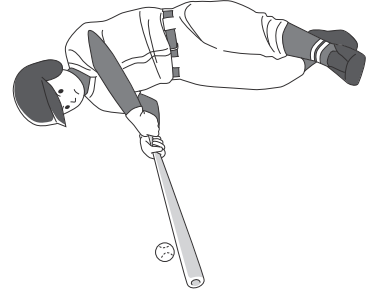


図1 一二三投手の投球

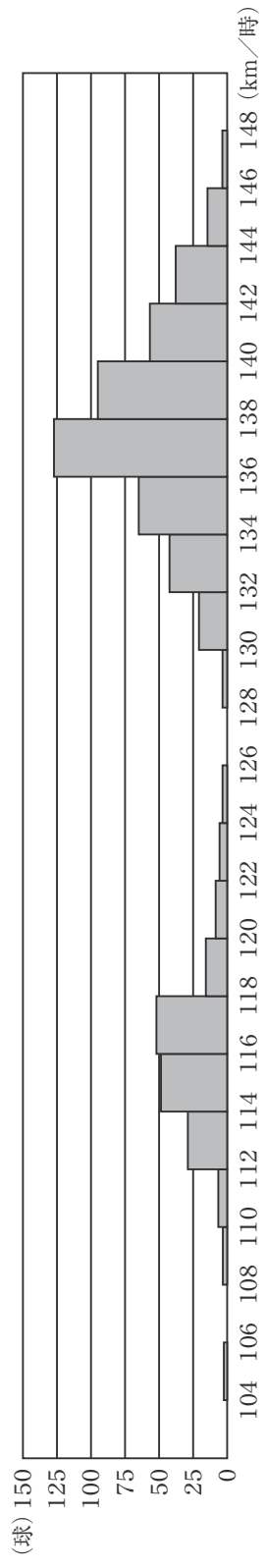


図1のヒストグラムをもとにすると、球速の平均である時速131kmに的をしぼることは適切でないことが分かります。その理由を、図1のヒストグラムの特徴をもとに説明しなさい。

(3) 達也さんたちは、図1のヒストグラムを見て、投球を直球と変化球に分けて考えることにしました。直球だけについてそれぞれ投手のヒストグラムをつくと、図2、図3のようになりました。

図2、図3のヒストグラムを比べてよみとれることについて正しく述べたものを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

ア 時速140km以上の投球数を比べると、一二三投手の方が島袋投手より多い。

イ 最も度数の大きい階級の中央の値で二人の球速を比べると、一二三投手の方が島袋投手より速い。

ウ 最も度数の大きい階級で二人の投球数を比べると、一二三投手の方が島袋投手より多い。

エ 度数が75を超える階級の個数を比べると、一二三投手の方が島袋投手より多い。

図2 一二三投手の直球 (457球)

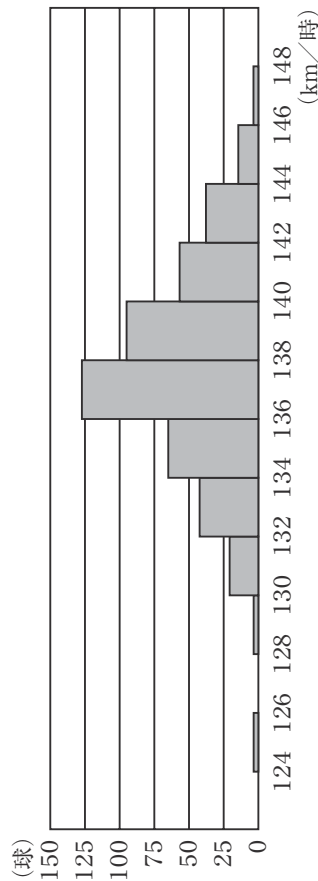
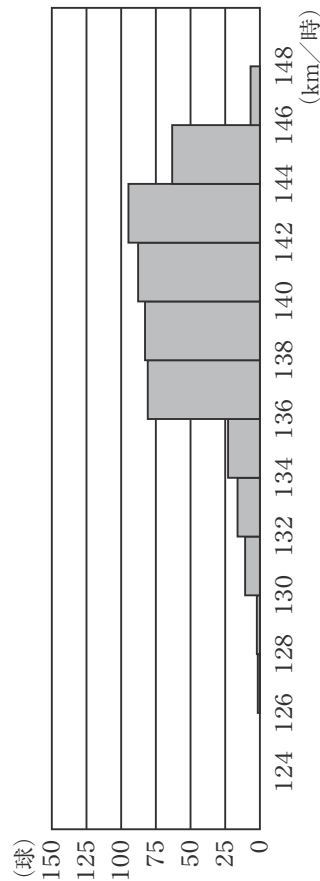


図3 島袋投手の直球 (454球)



これで、数学Bの問題は終わりです。

平成 23 年度 全国学力・学習状況調査
平成 23 年 4 月 文部科学省

解答用紙

数学 A ウラ 1021

解答欄はオモテにもあります。

5 (1)

(2)

底面積	cm^2
体積	cm^3

(3)

(4)

6 (1)

(2)

(3)

7 (1)

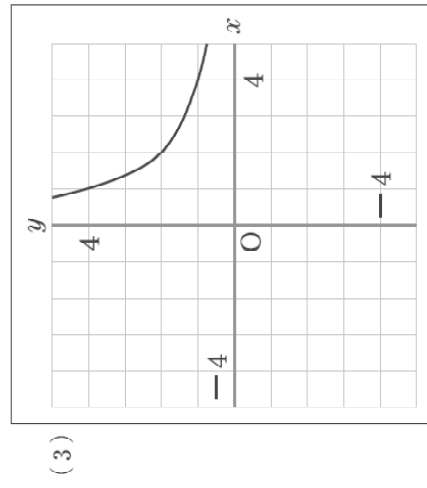
(2)

8

9

10 (1)

(2) (,)



11 (1)

(2)

(3) $y =$

(4)

12

13 (1)

(2)

(3)

■ 全国学力・学習状況調査 解答(回答)用紙 ③ 数学B

※この答案番号は、あなたが受けるすべての調査に共通した番号なので、ほかの答案番号の解答(回答)用紙は、使わないでください。

いりり取れり取れ/くいいいりり取れしこ。

数学B オモテ 学校名

解答欄はウラにもあります。

1

(1) ㉠ ㉡ ㉢ ㉣

(2) ㉠ ㉡

説明

(3)

$$n + (n+1) + (n+2) + (n+3) + (n+4)$$

$$= n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4$$

$$=$$

3

(1)

(3) ㉠ ㉡ ㉢

2

(1)

(1)

(2)

①

②

(3) ㉠ ㉡ ㉢

※この答案番号は、あなたが受けるすべての調査に共通した番号なので、ほかの答案番号の解答(回答)用紙は、使わないでください。

絶対に入らないこと。

答案番号

※「組」と「出席番号」は、下の例のように、2ケタで記入し、マーク欄を塗りつぶしてください。
例：3組 7番の場合
組：03 出席番号：07

生徒記入欄		性別	男女
組	出席番号	男	女
00	00	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
01	01	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
02	02	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
03	03	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
04	04	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
05	05	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
06	06	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
07	07	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
08	08	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
09	09	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

※組・出席番号が1ケタの場合、左の0を塗りつぶしてください。

1010

数学B ウラ 1011

解答欄はオモテにもあります。

4

- (1) ㉠ ㉡ ㉢ ㉣

(2) 証明
△FCDにおいて、

二等辺三角形は2辺が等しい三角形であるから、
FC = FD

- (3) ㉠ ㉡ ㉢ ㉣

5

(1) 島袋 投手	時速	km
一二三 投手	時速	km

(2) 説明

- (3) ㉠ ㉡ ㉢ ㉣

正 答 (例)

数学 A オモテ

学校名

解答欄はウラにもあります。

→解答類型 P.166 参照

1 (1) $\frac{15}{28}$

(2) ア イ ウ エ

(3) -5

(4) 11

→解答類型 P.167 ~ 168 参照

2 (1) $2a$

(2) n $n+1$ $n+2$

(3) $\frac{a}{b}$ 倍

(4) $y = -3x + 7$

→解答類型 P.168 ~ 169 参照

3 (1) $x = 5$

(2) ア $37 - x$
イ $x + 5 = 37 - x$

(3) ア イ ウ エ オ

(4) $x = 4$, $y = 7$

→解答類型 P.170 参照

4 (1) ア イ ウ エ オ

(2) 120 度

※この答案番号は、あなたが受けるすべての題舎に共通した番号なので、ほかの答案番号の解答(回答)用紙は、使わないでください。

答案番号

絶対に汚さないこと。

※「組」と「出席番号」は、下の例のように、2ケタで記入し、マーク欄を塗りつぶしてください。

例：3組 7番の場合

組：013 出席番号：017

生徒記入欄	
性別	男女
組	出席番号
00	00
01	01
02	02
03	03
04	04
05	05
06	06
07	07
08	08
09	09

※組・出席番号が1ケタの場合、左の○を塗りつぶしてください。

1020

■ 全国学力・学習状況調査 解答(回答)用紙 ④ 数学 A

※ 「Ⅴ 各設問の正答の条件、他の解答例などについては、「Ⅱ 調査問題の解説」や「Ⅴ 解答類型」に記載しているのので、採点や学習指導の改善等に当たってはそれぞれ参照されたい。

解答欄はオモテにもあります。

→解答類型 P.170 ~ 171 参照

5 (1) GH, CD

(2) 底面積 48 cm^2
体積 480 cm^3

(3)

(4)

→解答類型 P.172 参照

6 (1) 60 度

(2)

(3) 40 度

→解答類型 P.172 ~ 173 参照

7 (1)

(2)

→解答類型 P.173 参照

8

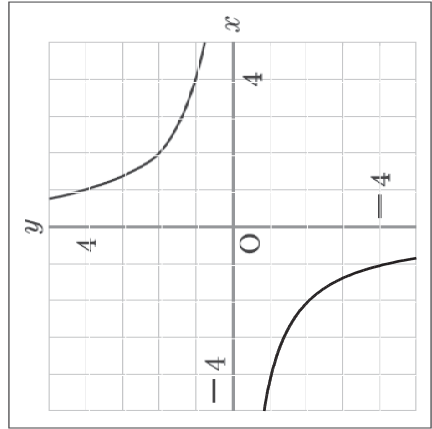
→解答類型 P.173 参照

9

→解答類型 P.173 ~ 174 参照

10 (1)

(2) (例) (1 , -2)



→解答類型 P.175 ~ 176 参照

11 (1)

(2)

(3) $y = 3x + 5$

(4)

→解答類型 P.176 参照

12

→解答類型 P.176 ~ 177 参照

13 (1) $\frac{1}{4}$

(2)

(3)

※ 「Ⅴ 各設問の正答の条件、他の解答例などについては、「Ⅱ 調査問題の解説」や「Ⅴ 解答類型」に記載しているのので、採点や学習指導の改善等に当たってはそちらも参照されたい。

全国学力・学習状況調査 解答(回答)用紙 ④ 数学 A

数学B オモテ

学校名

解答欄はウラにもあります。

1 → 解答類型 P.180 ~ 181 参照

(1) ㉠ ● ㉡ ㉢ ㉣

(2) ● ㉠ ㉡

説明

(例) キヤップ全体の重さを求めるために、まず、空の回収箱の重さを調べ、キヤップの重さを回収箱全体の重さから空の回収箱の重さをひいた重さを求め、次に、キヤップ1個の重さを求め、キヤップ全体の重さを求めることができる。

(3)
$$n + (n+1) + (n+2) + (n+3) + (n+4)$$

$$= n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4$$

$$= (\text{例}) 5(n+2)$$

$n+2$ は中央の自然数だから、
 $5(n+2)$ は中央の自然数の
 5倍である。

→ 解答類型 P.184 ~ 185 参照

3

(1) DE

(3) ㉠ ㉡ ● ㉢

→ 解答類型 P.182 ~ 184 参照

2

(1) 12×3

(2) (例) 1辺とその両端の角がそれぞれ等しい2つの三角形は、合同である。

(2)

① $n+1$	② 3
---------	-----

(3) ㉠ ● ㉡ ㉢

1010

答案番号

絶対に汚さないこと。

※「組」と「出席番号」は、下の例のように、2ケタで記入し、マーク欄を塗りつぶしてください。
 例：3組 7番の場合

組：0:3 出席番号：0:7

生徒記入欄	
組	出席番号
0	0
0	1
0	2
0	3
0	4
0	5
0	6
0	7
0	8
0	9
1	0
1	1
1	2
1	3
1	4
1	5
1	6
1	7
1	8
1	9
2	0
2	1
2	2
2	3
2	4
2	5
2	6
2	7
2	8
2	9
3	0
3	1
3	2
3	3
3	4
3	5
3	6
3	7
3	8
3	9
4	0
4	1
4	2
4	3
4	4
4	5
4	6
4	7
4	8
4	9
5	0
5	1
5	2
5	3
5	4
5	5
5	6
5	7
5	8
5	9
6	0
6	1
6	2
6	3
6	4
6	5
6	6
6	7
6	8
6	9
7	0
7	1
7	2
7	3
7	4
7	5
7	6
7	7
7	8
7	9
8	0
8	1
8	2
8	3
8	4
8	5
8	6
8	7
8	8
8	9
9	0
9	1
9	2
9	3
9	4
9	5
9	6
9	7
9	8
9	9

※組・出席番号が1ケタの場合、左の0を塗りつぶしてください。

※「V」各設問の正答の「II」調査問題の解説「そちらも参照されたい。」に記載しているのので、採点や学習指導の改善等に当たってはそちらも参照されたい。

■ 全国学力・学習状況調査 解答(回答)用紙 ③ 数学B

数学B ウラ 1011

解答欄はオモテにもあります。

4 →解答類型 P.186 ~ 187 参照

- (1)

証明

△FCD において、

(例) 仮定から、
 $\angle DCB = \angle FCD$ ①
 $DF \parallel BC$ で、平行線の錯角は等しいから、
 $\angle DCB = \angle FDC$ ②
 ①, ②より、
 $\angle FCD = \angle FDC$
 2つの角が等しいから、
 △FCD は二等辺三角形である。

二等辺三角形は2辺が等しい三角形であるから、
 $FC = FD$

- (3)

→解答類型 P.187 ~ 189 参照

島袋投手	時速 38	km
一二三投手	時速 42	km

説明

(例) このヒストグラムには2つの山があり、
 時速 131 km の球速は山の頂上ではなく、
 この球速の球が来る見込みが低いので、
 時速 131 km に的をしぼることは適切で
 ない。

- (3)

※ 「V」各設問の正答の条件、他の解答例などについては、「II 調査問題の解説」や「V 解答類型」に記載しているの採点や学習指導の改善等に当たっては、それぞれ参照されたい。

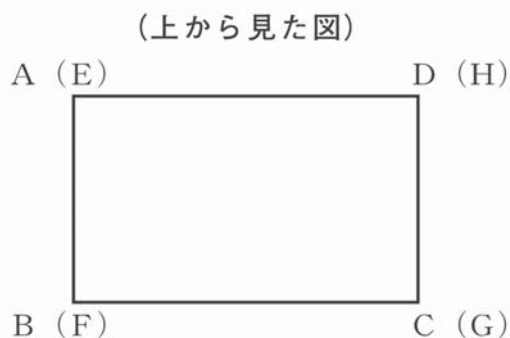
全国学力・学習状況調査 解答(回答)用紙 ③ 数学B

点字問題（抜粋）

【中学校数学】A 主として「知識」に関する問題

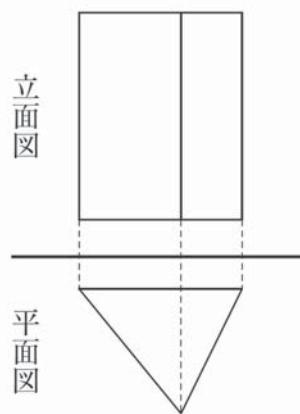
5 次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

(1) 次の図のような直方体があります。四角形CGHDの4つの辺CG, GH, DH, CDのうち、辺BFとねじれの位置にある辺をすべて書きなさい。



(3) 次の図は、ある立体の投影図で、正面から見た図(立面図)と真上から見た図(平面図)で表したものです。この立体の名前が次のアからオまでの中にあります。正しいものを1つ選びなさい。

- ア 三角柱
- イ 四角柱
- ウ 三角錐
- エ 四角錐
- オ 円錐



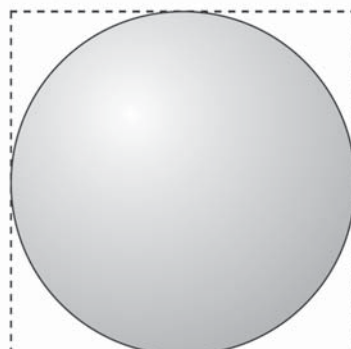
(4) 次の図のように、底面の直径と高さが等しい円柱の容器と、この円柱の容器にぴったり入る球があります。この円柱の容器には、高さを6等分した目盛りがついています。

この円柱の容器に、球の体積と同じ量の水を入れます。このとき、水は容器につけたアからオまでの目盛りのうち、どこまで入りますか。正しいものを1つ選びなさい。

(容器を前から見た図)



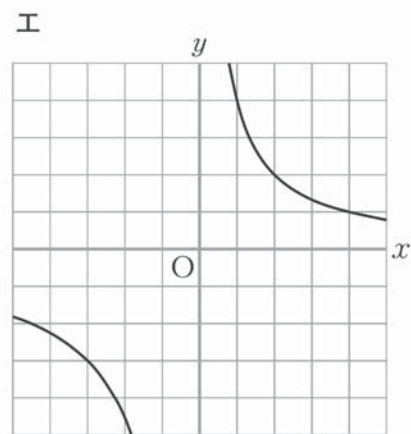
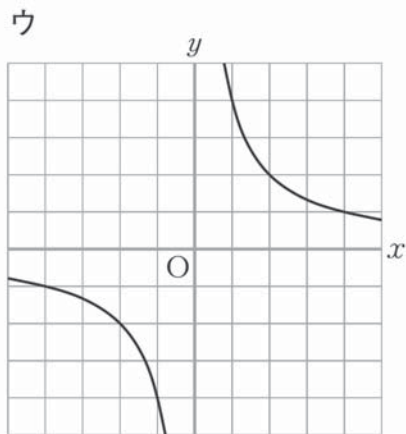
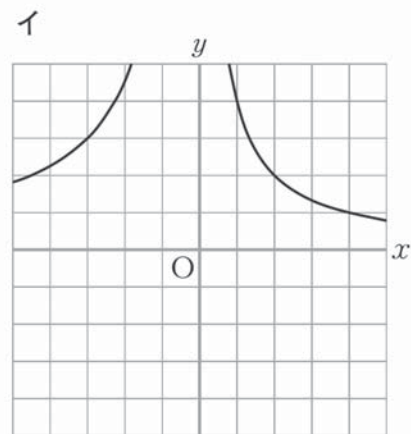
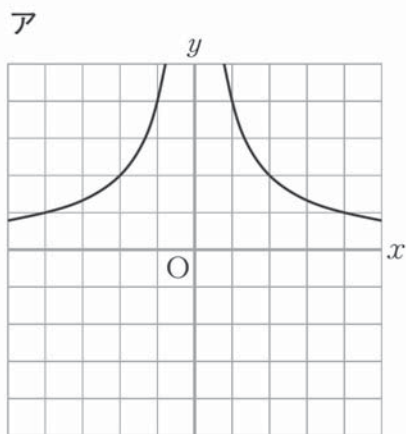
(球を前から見た図)



10 次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(3) 反比例 $y = \frac{4}{x}$ のグラフが、次のアからエまでの中にあります。

それを1つ選びなさい。



投球の記録

5 達也さんたちは、昨年の夏の高校野球甲子園大会の決勝戦で投げ合った鳥袋洋奨投手と一二三慎太投手と対戦し、ヒットを打ってみたいと思います。そこで、2人の甲子園大会の投球の記録について調べました。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

	最高球速 (km/時)	最低球速 (km/時)	球速の平均 (km/時)	総投球数 (球)
鳥袋	147	109	132	766
一二三	147	105	131	628

球速は、投げた球の速さを表しています。

(3) 達也さんたちは、図1のヒストグラムを見て、投球を直球と変化球に分けて考えることにしました。直球だけについてそれぞれの投手の表を作ると次のようになりました。

表からよみとれることについて正しく述べたものを、次のアからエまでの中から1つ選びなさい。

- ア 時速140 km以上の投球数を比べると、一二三投手の方が鳥袋投手より多い。
- イ 最も度数の大きい階級の中央の値で二人の球速を比べると、一二三投手の方が鳥袋投手より速い。
- ウ 最も度数の大きい階級で二人の投球数を比べると、一二三投手の方が鳥袋投手より多い。
- エ 度数が75を超える階級の個数を比べると、一二三投手の方が鳥袋投手より多い。

一二三投手と鳥袋投手の直球

球速(km/時) 以上	未満	一二三 (球)	鳥袋 (球)
124 ~	126	1	0
126 ~	128	0	1
128 ~	130	3	1
130 ~	132	19	10
132 ~	134	41	15
134 ~	136	62	22
136 ~	138	127	79
138 ~	140	94	81
140 ~	142	56	85
142 ~	144	37	92
144 ~	146	14	62
146 ~	148	3	6
合 計		457	454

V 解答類型

A 主として「知識」に関する問題

解答類型【中学校数学】

A 主として「知識」に関する問題

◎…解答として求める条件を全て満たしている正答

○…設問の趣旨に即し必要な条件を満たしている正答

問題番号	解答類型	類型番号
1	(1) $\frac{15}{28}$ と解答しているもの。	1◎
	----- 上記以外の解答	9
	----- 無解答	0
	(2) ア と解答しているもの。	1
	----- イ と解答しているもの。	2◎
	----- ウ と解答しているもの。	3
	----- エ と解答しているもの。	4
	----- 上記以外の解答	9
	----- 無解答	0
	(3) -5 と解答しているもの。	1◎
	----- 5 と解答しているもの。	2
	----- 5, -5 と解答しているもの。	3
	----- 上記以外の解答	9
	----- 無解答	0
	(4) 11 と解答しているもの。	1◎
	----- -5 と解答しているもの。	2
	----- -4 と解答しているもの。	3
	----- 4 と解答しているもの。	4
	----- 上記以外の解答	9
	----- 無解答	0

※複数の類型に該当する類型については、上位の類型に分類する。(以下同様。)

問題番号	解答類型	類型番号	
2	(1)		
	$2a$	と解答しているもの。	1◎
	$2 \times a$ または $a \times 2$	と解答しているもの。	2
	$2a - 12$	と解答しているもの。	3
	$-10a$	と解答しているもの。	4
	$2a - 3$	と解答しているもの。	5
	$2a - 9$	と解答しているもの。	6
	上記以外の解答		9
	無解答		0
	(2)		
	$n, n+1, n+2$	と解答しているもの。 (解答の順番は不問。以下同様。)	1◎
	$n-1, n, n+1$ など、最も小さい自然数を n とせずに連続する3つの自然数を解答しているもの。		2
	$n, 2n, 3n$ など、連続しない3つの自然数を解答しているもの。		3
	1, 2, 3 など、連続する3つの自然数を数で解答しているもの。		4
	上記以外の解答		9
	無解答		0
	(3)		
	$\frac{a}{b}$	と解答しているもの。	1◎
	$a \div b$	と解答しているもの。	2○
	$\frac{b}{a}$	と解答しているもの。	3
	$b \div a$	と解答しているもの。	4
	ab	と解答しているもの。	5
	$a - b$ または $b - a$	と解答しているもの。	6
	上記以外の解答		9
	無解答		0

問題番号		解答類型		類型番号
2	(4)	「 $y=$ 」の形に変形している。	$y = -3x + 7$ と解答しているもの。 (項の順は不問。同値な式を含む。以下同様。)	1◎
			$y = 3x + 7$, $y = 3x - 7$, $y = -3x - 7$ のいずれかを解答しているもの。	2
			$y = 4x$ など, x の単項式を解答しているもの。	3
			$y = 7$ など, 数値を1つだけ解答しているもの。	4
			上記1~4以外で「 $y=$ 」の形で解答しているもの。	5
		「 $y=$ 」の形に変形していない。	$-3x + 7$ と解答しているもの。	6○
			$3x + 7$, $3x - 7$, $-3x - 7$ のいずれかを解答しているもの。	7
			上記6, 7以外で, 数値や式を解答しているもの。 例1 $4x$ 例2 7 例3 $3x + y = 7$	8
		上記以外の解答		9
		無解答		0
3	(1)	5 と解答しているもの。	1◎	
		25 と解答しているもの。	2	
		14 と解答しているもの。	3	
		0.5 と解答しているもの。	4	
		-8.5 と解答しているもの。	5	
		上記以外の解答	9	
		無解答	0	

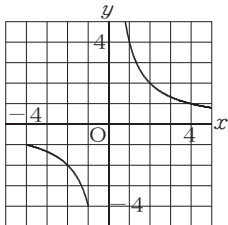
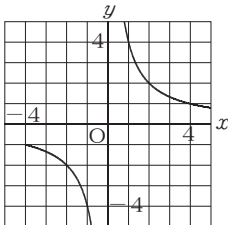
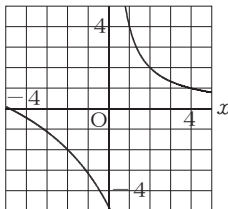
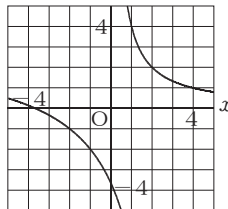
問題番号		解答類型		類型番号
③	(2)	ア	イ	
		37-x と解答しているもの。	$x + 5 = 37 - x$ と解答しているもの。	1◎
			($x + 5$) + $x = 37$ など, $x = 16$ 以外で上記1と同値な式を解答しているもの。	2○
			$x = 16$ と解答しているもの。	3
			上記以外の解答	4
			無解答	5
		上記以外の解答	$x + 5 = 37 - x$ と解答しているもの。 ($x = 16$ 以外の同値な式を含む。)	6
		無解答	$x + 5 = 37 - x$ と解答しているもの。 ($x = 16$ 以外の同値な式を含む。)	7
		上記以外の解答		9
		無解答		0
	(3)	ア と解答しているもの。		1◎
		イ と解答しているもの。		2
		ウ と解答しているもの。		3
		エ と解答しているもの。		4
		オ と解答しているもの。		5
		上記以外の解答		9
		無解答		0
	(4)	($x =$) 4, ($y =$) 7 と解答しているもの。		1◎
		x の値のみを正しく解答しているもの。		2
		y の値のみを正しく解答しているもの。		3
		($x =$) 7, ($y =$) 4 と解答しているもの。		4
		上記以外の解答		9
		無解答		0

問題番号	解答類型	類型番号	
4	(1)	ア と解答しているもの。	1
		イ と解答しているもの。	2
		ウ と解答しているもの。	3
		エ と解答しているもの。	4
		オ と解答しているもの。	5◎
		上記以外の解答	9
		無解答	0
	(2)	120 と解答しているもの。 (480 など同じ移動であるものを含む。以下同様。)	1◎
		60 と解答しているもの。	2
		180 と解答しているもの。	3
		240 と解答しているもの。	4
		上記以外の解答	9
		無解答	0
	5	(1)	GH, CD と解答しているもの。 (辺GH, 辺CD と解答しているものを含む。記号の順序は不問。以下同様。)
GH のみを解答しているもの。			2
CD のみを解答しているもの。			3
CG, DH と解答しているもの。			4
CG のみを解答しているもの。			5
DH のみを解答しているもの。			6
上記1～6以外で, CG, GH, DH, CD のうち2つ以上を解答しているもの。 例 GH, CG			7
AD, EH の両方, もしくは一方を解答しているもの。 または, AD, EHに加えて, GH, CD を解答しているもの。 例 AD, GH			8
上記以外の解答			9
無解答			0

問題番号	解答類型		類型番号	
5	(2)	底面積	体積	
		48 と解答しているもの。	480 と解答しているもの。	1 ◎
			上記以外の解答, または無解答	2
		56 と解答しているもの。	560 と解答しているもの。	3
			上記以外の解答, または無解答	4
		24 と解答しているもの。	240 と解答しているもの。	5
			上記以外の解答, または無解答	6
		上記以外の解答, または無解答	480 と解答しているもの。	7
	上記以外の解答		9	
	無解答		0	
	(3)	ア と解答しているもの。		1 ◎
		イ と解答しているもの。		2
		ウ と解答しているもの。		3
		エ と解答しているもの。		4
		オ と解答しているもの。		5
		上記以外の解答		9
		無解答		0
	(4)	ア と解答しているもの。		1
		イ と解答しているもの。		2
		ウ と解答しているもの。		3
		エ と解答しているもの。		4 ◎
		オ と解答しているもの。		5
		上記以外の解答		9
		無解答		0

問題番号	解 答 類 型		類型番号	
6	(1)	60 と解答しているもの。	1◎	
		50 と解答しているもの。	2	
		70 と解答しているもの。	3	
		上記以外の解答	9	
		無解答	0	
	(2)	ア と解答しているもの。	1	
		イ と解答しているもの。	2◎	
		ウ と解答しているもの。	3	
		エ と解答しているもの。	4	
		オ と解答しているもの。	5	
		上記以外の解答	9	
		無解答	0	
	(3)	40 と解答しているもの。	1◎	
		30 と解答しているもの。	2	
		50 と解答しているもの。	3	
		32 と解答しているもの。	4	
		108 と解答しているもの。	5	
		上記以外の解答	9	
		無解答	0	
	7	(1)	ア と解答しているもの。	1
			イ と解答しているもの。	2
ウ と解答しているもの。			3◎	
エ と解答しているもの。			4	
オ と解答しているもの。			5	
上記以外の解答			9	
無解答			0	

問題番号	解答類型	類型番号
7	(2) ア と解答しているもの。	1
	イ と解答しているもの。	2◎
	ウ と解答しているもの。	3
	エ と解答しているもの。	4
	オ と解答しているもの。	5
	上記以外の解答	9
	無解答	0
8	ア と解答しているもの。	1
	イ と解答しているもの。	2
	ウ と解答しているもの。	3◎
	エ と解答しているもの。	4
	オ と解答しているもの。	5
	上記以外の解答	9
	無解答	0
9	ア と解答しているもの。	1
	イ と解答しているもの。	2
	ウ と解答しているもの。	3
	エ と解答しているもの。	4◎
	オ と解答しているもの。	5
	上記以外の解答	9
	無解答	0
10	(1) ア と解答しているもの。	1
	イ と解答しているもの。	2
	ウ と解答しているもの。	3
	エ と解答しているもの。	4◎
	上記以外の解答	9
	無解答	0

問題番号	解答類型	類型番号
10	(2) (1, -2) など, $y = -2x$ 上の点で原点以外の座標を解答しているもの。	1 ◎
	(1, 2) など, $y = 2x$ 上の点で原点以外の座標を解答しているもの。	2
	(2, -1) など, $y = -\frac{1}{2}x$ 上の点で原点以外の座標を解答しているもの。 (ただし, (-2, 1) を除く)	3
	(2, 1) など, $y = \frac{1}{2}x$ 上の点で原点以外の座標を解答しているもの。	4
	(-2, 1) と解答しているもの。	5
	(0, -2) と解答しているもの。	6
	(-2, 0) と解答しているもの。	7
	(0, 0) と解答しているもの。	8
	上記以外の解答	9
	無解答	0
(3)	3点 (-4, -1), (-2, -2), (-1, -4) を通る曲線をかいて双曲線を完成しているもの。 (通る点の多少のずれや, 曲線の多少のゆがみは不問。)	1 ◎
	下の図のように, 3点 (-4, -1), (-2, -2), (-1, -4) を通る双曲線の一部をかいているもの。	2
	例1  例2 	
	3点 (-4, -1), (-2, -2), (-1, -4) のみをかいているもの。	3
	下の図のように, 第3象限に座標軸と交わるような曲線のグラフをかいているもの。	4
	例1  例2 	
	上記1~4以外で, グラフを第3象限のみにかいているもの。	5
	グラフを第2象限のみ, または第4象限のみにかいているもの。	6
	上記以外の解答	9
	無解答	0

問題番号	解答類型	類型番号	
11	(1)	ア と解答しているもの。	1
		イ と解答しているもの。	2
		ウ と解答しているもの。	3◎
		エ と解答しているもの。	4
		オ と解答しているもの。	5
		上記以外の解答	9
		無解答	0
		(2)	ア と解答しているもの。
	イ と解答しているもの。		2
	ウ と解答しているもの。		3
	エ と解答しているもの。		4
	オ と解答しているもの。		5
	上記以外の解答		9
	無解答		0
	(3)		$3x + 5$ と解答しているもの。
		一次関数の式を解答しているもののうち、切片を5と解答しているもの。	2
		一次関数の式を解答しているもののうち、変化の割合を3と解答しているもの。	3
		$5x + 3$ と解答しているもの。	4
		上記1～4以外の一次関数の式を解答しているもの。	5
		比例の式を解答しているもの。	6
		例 $3x$	
		上記以外の解答	9
		無解答	0

問題番号	解 答 類 型		類型番号	
11	(4)	ア と解答しているもの。	1	
		イ と解答しているもの。	2	
		ウ と解答しているもの。	3	
		エ と解答しているもの。	4◎	
		上記以外の解答	9	
		無解答	0	
		12		ア と解答しているもの。
イ と解答しているもの。	2◎			
ウ と解答しているもの。	3			
エ と解答しているもの。	4			
上記以外の解答	9			
無解答	0			
13	(1)			$\frac{1}{4}$ と解答しているもの。(数学的に同値と判断できるものを含む。以下同様。)
		$\frac{1}{3}$ と解答しているもの。	2	
		$\frac{1}{2}$ と解答しているもの。	3	
		上記以外の解答	9	
		無解答	0	
		(2)	ア と解答しているもの。	1
			イ と解答しているもの。	2
	ウ と解答しているもの。		3	
	エ と解答しているもの。		4◎	
	上記以外の解答		9	
	無解答		0	

問題番号		解答類型	類型番号
13	(3)	ア と解答しているもの。	1
		イ と解答しているもの。	2
		ウ と解答しているもの。	3
		エ と解答しているもの。	4
		オ と解答しているもの。	5 ◎
		上記以外の解答	9
		無解答	0

解答類型

B 主として「活用」に関する問題

解答類型【中学校数学】

B 主として「活用」に関する問題

◎…解答として求める条件を全て満たしている正答

○…設問の趣旨に即し必要な条件を満たしている正答

問題番号	解答類型	類型番号
1	(1) ア と解答しているもの。	1
	イ と解答しているもの。	2◎
	ウ と解答しているもの。	3
	エ と解答しているもの。	4
	オ と解答しているもの。	5
	上記以外の解答	9
	無解答	0
	(2) (正答の条件) アを選択し、次の(a), (b), (c)について記述しているもの。 (a) キャップの入った回収箱の重さから空の回収箱の重さをひいた重さ (b) キャップ1個の重さ (c) (a)を(b)でわること。	
	(正答例) 例 キャップ全体の重さを求めるために、まず、空の回収箱の重さを調べて、キャップの入った回収箱全体の重さから空の回収箱の重さをひいた重さを求める。次に、求めたキャップ全体の重さをキャップ1個の重さでわれば、キャップの個数を求めることができる。(解答類型1)	
	アを選択 (a), (b), (c)について記述しているもの。 例1 キャップの入った回収箱の重さから空の回収箱の重さをひいた重さを、キャップ1個の重さでわれば、キャップの個数を求めることができる。 例2 「空の回収箱の重さ」と「キャップの入った回収箱の重さ」をひき算して求めた重さを、キャップ1個の重さでわる。	1◎
(a)についてひいた重さであることを明示していないが、キャップ全体の重さについて記述しており、(b), (c)について記述しているもの。 例1 キャップ全体の重さをキャップ1個の重さでわれば、キャップの個数を求めることができる。 例2 キャップ全体の重さを1個の重さでわる。 例3 キャップの入った回収箱の重さと空の回収箱の重さから求めた重さを、キャップ1個の重さでわる。	2○	

問題番号	解答類型		類型番号	
1	(2)	ア を選択	(b)について1個の重さであることを明示していないが、(a)、(c)について記述しているもの。 例 全体の重さから入れ物の重さをひいた重さを、キャップの重さでわれば、キャップの個数を求めることができる。	3○
			(c)について、(a)を(b)でわることを明示していない、または(b)を(a)でわることを記述しているもの。(a)についてひいた重さであることを明示していないものや(b)について1個の重さであることを明示していないものを含む。) 例1 全体の重さから入れ物の重さをひいた重さやキャップ1個の重さを使って、わればよい。 例2 キャップ1個の重さを、全体の重さから入れ物の重さをひいた重さでわれば、キャップの個数を求めることができる。	4
			(c)について、(a)、(b)どちらか一方だけを記述しているもの。 例1 全体の重さから回収箱の重さをひいた重さをわる。 例2 キャップ1個の重さでわる。	5
			上記以外の解答	6
			無解答	7
			イまたは、ウを選択しているもの。	8
			上記以外の解答	9
			無解答	0
	(3)	ア	と解答しているもの。	1
		イ	と解答しているもの。	2
		ウ	と解答しているもの。	3◎
		エ	と解答しているもの。	4
			上記以外の解答	9
			無解答	0

問題番号	解 答 類 型		類型番号	
2	(1)	12×3 と解答しているもの。	1◎	
		3×12 と解答しているもの。	2○	
		$12 + 12 + 12$ と解答しているもの。	3○	
		$\square \times 3$ のように、 \square に12以外の自然数を入れて解答しているもの。 ($3 \times \square$ でもよい。以下同様。)	4	
		言葉や文字を用いて解答しているもの。	5	
		例1 (自然数) $\times 3$		
		例2 $n \times 3$		
		上記1, 2以外で、積が36になる乗法の式を解答しているもの。	6	
	例 9×4			
	上記以外の解答	9		
	無解答	0		
	(2)	①	②	
		$n + 1$ と解答しているもの。	3 と解答しているもの。	1◎
			上記以外の解答	2
			無解答	3
		n または $n + 2$ と解答しているもの。	3 と解答しているもの。	4
上記以外の解答			5	
無解答			6	
3 と解答しているもの。		$n + 1$ と解答しているもの。	7	
上記以外の解答, または無解答	3 と解答しているもの。	8		
上記以外の解答		9		
無解答		0		

問題番号	解 答 類 型	類型番号
<p>2 (3)</p>	<p>(正答の条件) $< 5(n+2)$と計算している場合 次の(a), (b)を記述しているもの。 (a) $n+2$は中央の自然数だから, (b) $5(n+2)$は中央の自然数の5倍である。</p> <p>$< 5n+10$と計算している場合 次の(c), (d), (e)を記述しているもの。 (c) $5n+10$から$n+2$を求めている。 (d) $n+2$が中央の自然数だから, (e) $5n+10$は中央の自然数の5倍である。</p> <hr/> <p>(正答例) 例1 $5(n+2)$ $n+2$は中央の自然数だから, $5(n+2)$は中央の自然数の5倍である。 (解答類型1)</p> <p>例2 $5n+10$ $(5n+10) \div 5 = n+2$ ここで$n+2$は中央の自然数だから, $5n+10$は中央の自然数の5倍である。 (解答類型5)</p>	
	<p>$5(n+2)$</p> <p>(a), (b)の両方を記述しているもの。----- 1◎</p> <p>(a), (b)のどちらか一方を記述しているもの。----- 2○</p> <p>$< (a)$のみを記述しているもの 例 $5(n+2)$ $(n+2)$は中央の自然数であるからいえる。</p> <p>$< (b)$のみを記述しているもの 例 $5(n+2)$ よって, $5(n+2)$は中央の自然数の5倍である。-----</p> <p>(a), (b)の両方を記述していないもの。----- 3○</p> <p>例 $5(n+2)$</p> <p>(a), (b)の記述に誤りがあるもの。----- 4</p>	
	<p>$5n+10$</p> <p>(c), (d), (e)の全てを記述しているもの。----- 5◎</p> <p>(c)と(d), または(c)と(e)を記述しているもの。----- 6○</p> <p>$< (c)$と(d)を記述しているもの 例 $5n+10$ $(5n+10) \div 5 = n+2$ $n+2$は中央の自然数なのでいえる。</p> <p>$< (c)$と(e)を記述しているもの 例 $5n+10$ $(5n+10) \div 5 = n+2$ よって, $5n+10$は中央の自然数の5倍である。</p>	

問題番号	解答類型		類型番号
2	(3)	$5n + 10$ <p>次のいずれかについて記述しているもの。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ (d) と (e) を記述しているもの。 ・ (c) のみを記述しているもの。 ・ (d) のみを記述しているもの。 ・ (e) のみを記述しているもの。 ・ (c), (d), (e) を記述していないもの。 <p>< (d) と (e) を記述しているもの > 例 $5n + 10$ $n + 2$ は中央の自然数だから、 $5n + 10$ は中央の自然数の 5 倍である。</p> <p>< (e) のみを記述しているもの > 例 $5n + 10$ よって、$5n + 10$ は中央の自然数の 5 倍である。</p> <p>< (c), (d), (e) を記述していないもの > 例 $5n + 10$</p>	7
		(c), (d), (e) の記述に誤りがあるもの。	8
		上記以外の解答	9
		無解答	0
3	(1)	DE と解答しているもの。	1 ◎
		CB と解答しているもの。	2
		CE と解答しているもの。	3
		AD と解答しているもの。	4
		AC と解答しているもの。	5
		AE と解答しているもの。	6
		上記以外の解答	9
		無解答	0
	(2)	(正答の条件) 次の (a), (b) を記述しているもの。(問題の中の記号を用いて (a), (b) を記述しているものを含む。) (a) 「1 辺とその両端の角がそれぞれ等しい 2 つの三角形は」などの主部 (前提あるいは根拠に当たる部分)。 (b) 「合同である」などの述部 (結論に当たる部分)。 ~~~~~ (正答例) 例 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しい 2 つの三角形は、合同である。 (解答類型 1)	

問題番号	解答類型	類型番号	
3	(2)	(a), (b)を記述しているもの。	1◎
	例1	1辺とその両端の角がそれぞれ等しい三角形は、合同である。	
	例2	$AC=DC$, $\angle BAC = \angle EDC$, $\angle ACB = \angle DCE$ より, $\triangle ABC$ と $\triangle DEC$ は合同である。	
	(a)のみを記述しているもの。	2○	
	例1	1辺とその両端の角がそれぞれ等しい。	
	例2	$AC=DC$, $\angle BAC = \angle EDC$, $\angle ACB = \angle DCE$	
	(a)を記述しているが、(b)の記述に誤りがあるもの。 または、(a)についての記述が十分でないもの。(b)についての記述は問わない。)	3	
	例1	1辺とその両端の角がそれぞれ等しい三角形は、直角三角形である。	
	例2	両端の角がそれぞれ等しい三角形は、合同である。	
	(a)と(b)を入れ替えて記述しているもの。(a)が十分でないものを含む。)	4	
	例	合同な三角形は、1辺とその両端の角が等しい。	
	「3辺がそれぞれ等しい」について記述しているもの。	5	
	「2辺とその間の角がそれぞれ等しい」について記述しているもの。	6	
	「直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい」について記述しているもの。	7	
「直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい」について記述しているもの。	8		
上記以外の解答	9		
無解答	0		
(3)	ア	と解答しているもの。	1
	イ	と解答しているもの。	2◎
	ウ	と解答しているもの。	3
	エ	と解答しているもの。	4
	上記以外の解答	9	
	無解答	0	

問題番号	解答類型	類型番号
4	(1) ア と解答しているもの。	1◎
	イ と解答しているもの。	2
	ウ と解答しているもの。	3
	エ と解答しているもの。	4
	上記以外の解答	9
	無解答	0
	(2) (正答の条件) 次の(a), (b), (c), (d)とそれぞれの根拠を記述し、証明しているもの。 なお、ここで根拠として求める記述は、正答例に記述されている程度のものであればよい。 (a) $\angle DCB = \angle FCD$ (b) $\angle DCB = \angle FDC$ (c) $\angle FCD = \angle FDC$ (d) $\triangle FCD$ は二等辺三角形である。	
	(正答例) 仮定から、 $\angle DCB = \angle FCD$ ……① DF//BC で、平行線の錯角は等しいから、 $\angle DCB = \angle FDC$ ……② ①, ②より、 $\angle FCD = \angle FDC$ 2つの角が等しいから、 $\triangle FCD$ は二等辺三角形である。(解答類型1)	
	(a), (b), (c), (d)とそれぞれの根拠を記述しているもの。	1◎
	(a), (b), (c), (d)の表現が十分でなかったり、記号を書き忘れていたりするが、(a), (b), (c), (d)の根拠を記述し、証明の筋道が正しいと分かるもの。 例 正答例で、角の記号(\angle)を書き忘れている。	2○
	(a), (b), (c), (d)の根拠が抜けていたり、根拠の表現が十分でなかったりするが、(a), (b), (c), (d)を記述し、証明の筋道が正しいと分かるもの。(a), (b), (c), (d)の表現が十分でなかったり、記号を書き忘れていたりするものを含む。 例1 正答例で「2つの角が等しいから」を書き忘れている。 例2 正答例で「DF//BC より、平行線の錯角は等しいから」を「錯角だから」と記述している。	3○
	(a), (b), (d)と、(c)の根拠について記述しているが、(c)を記述していないもの。(a), (b), (d)の表現が十分でなかったり、記号を書き忘れていたりするものを含む。 例 仮定から、 $\angle DCB = \angle FCD$ ……① DF//BC で、平行線の錯角は等しいから、 $\angle DCB = \angle FDC$ ……② ①, ②より、2つの角が等しいから、 $\triangle FCD$ は二等辺三角形である。	4○

問題番号	解答類型	類型番号	
4	(2)	上記1～4以外で、正しく証明をしているもの。	5◎
		上記5について、表現が十分でなかったり、記号を書き忘れていたりするが、(a), (b), (c), (d)の根拠を記述し、証明の筋道が正しいと分かるもの。 (根拠が抜けていたり、根拠の表現が十分でなかったりするものを含む。)	6○
		上記1～6について、根拠に誤りがあるもの。	7
		例1 「平行線の錯角は等しい」を「平行線の同位角は等しい」と記述している。	
		例2 「2つの角が等しい」ではなく三角形の合同条件を記述している。	
		(a), (b)のみを記述しているもの。	8
		上記以外の解答	9
		無解答	0
	(3)	ア と解答しているもの。	1
		イ と解答しているもの。	2
		ウ と解答しているもの。	3
		エ と解答しているもの。	4◎
		オ と解答しているもの。	5
		上記以外の解答	9
無解答		0	
5		(1)	島袋投手 時速38 km, 一二三投手 時速42 km と解答しているもの。
	島袋投手のみを正しく解答しているもの。		2
	一二三投手のみを正しく解答しているもの。		3
	島袋投手 時速42 km, 一二三投手 時速38 km と解答しているもの。		4
	島袋投手 時速132 km, 一二三投手 時速131 km と解答しているもの。		5
	島袋投手 時速109～147 km, 一二三投手 時速105～147 km など, 時速○～△ kmや時速○から△ kmのように解答しているもの。		6
	上記以外の解答		9
	無解答		0

問題番号	解 答 類 型		類型番号
5	(2)	(a)や(b)について，資料を根拠にしているが，よみとりを誤って記述しているもの。 例 時速 116 kmから時速 118 kmまでの階級の度数が最も高いため，適切でない。	8
		----- 上記以外の解答	9
		----- 無解答	0
	(3)	ア と解答しているもの。	1
		----- イ と解答しているもの。	2
		----- ウ と解答しているもの。	3◎
		----- エ と解答しているもの。	4
		----- 上記以外の解答	9
		----- 無解答	0

解答類型

点字問題部分

解答類型 [点字問題] 【中学校数学】
 A 主として「知識」に関する問題

◎ … 解答として求める条件を全て満たしている正答

問題番号		解答類型	類型番号
10	(3)	ウ と解答しているもの。	1◎
		上記以外の解答	9
		無解答	0

VI 質問紙調査項目 (教科関連部分)

15 あなたは、^{すうがく}数学についてどのように^{おも}思っていますか。^あ当てはまるものを右の①から④の^{なか}中から1つずつ^{えら}選んでください。

当てはまる	どちらかといえば、当てはまる	どちらかといえば、当てはまらない	当てはまらない
-------	----------------	------------------	---------

(63) ^{すうがく}数学の^{べんきょう}勉強は^す好きだ…………… ① — ② — ③ — ④

(64) ^{すうがく}数学の^{べんきょう}勉強は^{たいせつ}大切だ…………… ① — ② — ③ — ④

(65) ^{すうがく}数学の^{じゅぎょう}授業の^{ないよう}内容はよく^わ分かる・ ① — ② — ③ — ④

当てはまる	どちらかといえ、当てはまる	どちらかといえ、当てはまらない	当てはまらない
-------	---------------	-----------------	---------

(66) 数学すうがくができるようになりたい…… ① — ② — ③ — ④

(67) 数学すうがくの問題もんだいの解き方とが分わかからない
 ときは、あきらめずほうにいろいろな方ほう
 法ほうを考かんがえる…………… ① — ② — ③ — ④

(68) 数学すうがくの授業じゅぎょうで学がく習しゅうしたことを普ふ
 段だんの生せい活かつの中なかで活かつ用ようできないか考かんが
 える…………… ① — ② — ③ — ④

(69) 数学すうがくの授業じゅぎょうで学がく習しゅうしたことは、
 将しょう来らい、社しゃ会かいに出でたときやくに役やくに立たつ。 ① — ② — ③ — ④

当てはまる	どちらかといえ ば、当てはまる	どちらかといえ ば、当てはまらない	当てはまらない
-------	--------------------	----------------------	---------

(70) 数学の授業で問題を解くとき、
もっと簡単に解く方法がないか考
える…………… ① — ② — ③ — ④

(71) 数学の授業で公式やきまりを習
うとき、その根拠を理解するように
している…………… ① — ② — ③ — ④

(72) 数学の授業で問題の解き方や考
え方が分かるようにノートに書いて
いる…………… ① — ② — ③ — ④

あなたは、今回の数学の問題について、どのようにおもいましたか。次の(73)について、当てはまるものを1つえらんでください。

(73) 解答を言葉や式を使って説明する問題がありましたが、それらの問題で最後まで解答を書こうと努力しましたか。

- ① すべての書く問題で最後まで解答を書こうと努力した
- ② 書く問題で解答しなかったり、解答を書くことを途中であきらめたりしたものがあつた
- ③ 書く問題は全く解答しなかった

【参考文献】

- ・文部科学省「中学校学習指導要領（平成10年12月告示，平成15年12月一部改正）」平成16年1月20日（改訂版）
- ・文部科学省「中学校学習指導要領（平成10年12月）解説　－数学編－（平成11年9月，平成16年5月一部補訂）」平成16年10月15日（一部補訂）
- ・文部科学省「小学校学習指導要領（平成10年12月告示，平成15年12月一部改正）」平成16年1月20日（改訂版）
- ・文部省「小学校学習指導要領解説算数編」平成11年5月31日
- ・全国的な学力調査の実施方法等に関する専門家検討会議「全国的な学力調査の具体的な実施方法等について（報告）」平成18年4月25日
- ・国立教育政策研究所教育課程研究センター「評価規準の作成，評価方法の工夫改善のための参考資料（中学校）－評価規準，評価方法等の研究開発（報告）－」平成14年2月
- ・国立教育政策研究所教育課程研究センター「評価規準の作成，評価方法の工夫改善のための参考資料（小学校）－評価規準，評価方法の研究開発（報告）－」平成14年2月
- ・国立教育政策研究所教育課程研究センター「評価規準の作成のための参考資料　－中学校－」平成22年11月
- ・文部科学省　国立教育政策研究所「平成19年度　全国学力・学習状況調査【中学校】報告書」平成20年1月
- ・文部科学省　国立教育政策研究所「平成20年度　全国学力・学習状況調査【中学校】報告書」平成20年11月
- ・文部科学省　国立教育政策研究所「平成21年度　全国学力・学習状況調査【中学校】報告書」平成21年12月
- ・文部科学省　国立教育政策研究所「平成22年度　全国学力・学習状況調査【中学校】報告書」平成22年12月
- ・国立教育政策研究所教育課程研究センター「平成19年度　全国学力・学習状況調査解説資料　中学校　数学」平成19年5月
- ・国立教育政策研究所教育課程研究センター「平成20年度　全国学力・学習状況調査解説資料　中学校　数学」平成20年4月
- ・国立教育政策研究所教育課程研究センター「平成21年度　全国学力・学習状況調査解説資料　中学校　数学」平成21年4月
- ・国立教育政策研究所教育課程研究センター「平成22年度　全国学力・学習状況調査解説資料　中学校　数学」平成22年4月

(SOY INK)

本書の一部または全部を無断で転載，複製することを禁じます。