

平成21年度 全国学力・学習状況調査

解説資料

中学校 数学

平成21年4月

国立教育政策研究所
教育課程研究センター

はじめに

平成21年度全国学力・学習状況調査は、小学校第6学年及び中学校第3学年の原則として全児童生徒を対象に、4月21日に実施されました。

調査の目的は、①国が、全国的な義務教育の機会均等とその水準の維持向上の観点から、各地域における児童生徒の学力・学習状況をきめ細かく把握・分析することにより、教育及び教育施策の成果と課題を検証し、その改善を図ること、②各教育委員会、学校等が、全国的な状況との関係において自らの教育及び教育施策の成果と課題を把握し、その改善を図るとともに、そのような取組を通じて、教育に関する継続的な検証改善サイクルを確立すること、③各学校が、各児童生徒の学力や学習状況を把握し、児童生徒への教育指導や学習状況の改善等に役立てることです。

調査の内容は、教科に関する調査（国語と算数・数学）と生活環境や学習環境等に関する質問紙調査（児童生徒対象と学校対象）があり、教科に関する調査は、主として「知識」に関する問題と、主として「活用」に関する問題の2種類からなります。

主として「知識」に関する問題は、①身に付けておかなければ後の学年等の学習内容に影響を及ぼす内容や、②実生活において不可欠であり常に活用できるようになっていることが望ましい知識・技能などを調査するものです。また、主として「活用」に関する問題は、①知識・技能等を実生活の様々な場面に活用する力や、②様々な課題解決のための構想を立て実践し評価・改善する力などにかかわる内容を調査するものです。

国立教育政策研究所教育課程研究センターにおいては、調査問題の作成と調査結果の分析を担当しております。この調査を、児童生徒一人一人の学力や学習状況の把握はもとより、今後の指導や学習の改善に生かしていくことが重要であると考えています。このため、問題の作成に当たっては、学習指導要領に示されている内容が正しく理解されるよう留意するとともに、子どもたちに身に付けさせたい力として重視されるものについての具体的なメッセージとなるように努めました。

本資料は、調査問題について出題の趣旨や正答・誤答の解説などをまとめたものです。各学校や教育委員会において、日常の学習指導や教育施策の改善・充実に生かしていただければ幸いです。特に、学校においては、当該学年以外の先生方や当該教科以外の先生方を含めて学校全体で活用していただきたいと考えております。

最後に、本調査の実施に当たりご協力いただきました皆様、調査に参加していただいた教育委員会、学校の皆様、本資料の作成に当たりご協力いただきました皆様に心から御礼申し上げます。

平成21年4月

国立教育政策研究所 教育課程研究センター長

中 岡 司

●本書の目的

本書は、平成21年度全国学力・学習状況調査の実施後速やかに、児童生徒への教育指導や学習状況の改善等に役立てることができるよう、教科に関する調査問題についての解説などをまとめたものである。

●本書の内容・構成

I 中学校数学科の調査問題作成に当たって

調査問題作成の基本方針として、調査問題の出題範囲、問題作成の枠組みについて解説した。

II 調査問題の解説

問題ごとに、出題の趣旨、正答とその解説などについて記述した。

1 出題の趣旨

問題ごとに把握する力やその意義、場面設定などについて解説した。

2 各設問の趣旨

各設問について出題の趣旨を記述するとともに、学習指導要領における領域・内容及び評価の観点などを示した。

3 正答と解説

■正答 各設問の正答や正答例を記述した。

■解説 問題の代表的な解き方、正答の条件、予想される誤答例と考えられる原因などを記述した。

4 学習指導に当たって

問題と関連して、今後の学習指導において参考となる事柄を記述した。

III 調査問題一覧表

問題の概要、出題の趣旨、学習指導要領の領域、評価の観点、問題形式を一覧表にまとめた。

IV 調査問題等

調査問題、解答用紙及び正答（例）を掲載した。

V 解答類型

解答類型は、各設問についての正答・予想される誤答・無解答などの解答状況を分類し整理したものである。

正答については、設問の趣旨に即して解答として求める条件を定め、その条件をすべて満たしているものを◎で表し、設問の趣旨に即し必要な条件を満たしているものを○で表した。

なお、解答類型には次のように番号を付けた。

類型1～類型8(最大) … 正答・予想される誤答の類型

(複数の類型が正答となる問題もある。)

類型9 …………… 「上記以外の解答」(類型1から類型8までに含まれない解答。)

類型0 …………… 「無解答」(解答の記入のないもの。)

VI 質問紙調査項目(教科関連部分)

質問紙調査項目のうち、中学校数学科の教科に関する項目を掲載した。

※ 本調査においては、障害のある児童生徒や日本語指導が必要な児童生徒に対して、点字問題、拡大文字問題、総ルビ付き問題を用意した。

なお、点字問題については、問題が一部異なっており、本書ではその部分を掲載した。

目 次

I	中学校数学科の調査問題作成に当たって	7
II	調査問題の解説	
A	主として「知識」に関する問題	15
1	比の意味・正の数と負の数とその計算	16
2	文字式の計算とその利用	20
3	方程式の解き方とその利用	25
4	対称な図形・作図の利用	30
5	空間図形	33
6	平面図形の角についての性質	38
7	三角形の合同条件・図形の性質を記号で表すこと	41
8	証明の意義	44
9	比例定数の意味・座標・比例の表	46
10	反比例の意味と式	50
11	一次関数のグラフと式	53
12	二元一次方程式のグラフ	57
13	確率の意味と確率の求め方	59
B	主として「活用」に関する問題	63
1	事象の数学的な解釈と判断（紋切り遊び）	64
2	説明を振り返って考える（3段目の数）	68
3	事象の数学的な解釈と問題解決の方法（電球形蛍光灯のよさ）	72
4	証明の方針（中点で交わる2つの線分）	76
5	情報の選択と判断（賞品当てゲーム）	80
III	調査問題一覧表	85
A	主として「知識」に関する問題	86
B	主として「活用」に関する問題	88
IV	調査問題等	89
	数学A（主として「知識」に関する問題）	91
	数学B（主として「活用」に関する問題）	119
	解答用紙	131
	正答（例）	137
	点字問題（抜粋）	141
V	解答類型	
A	主として「知識」に関する問題	147
B	主として「活用」に関する問題	159
	点字問題部分	167
VI	質問紙調査項目（教科関連部分）	169

I 中学校数学科の調査問題作成に当たって

1 調査問題の出題範囲

全国的な学力調査の実施方法等に関する専門家検討会議による報告書『全国的な学力調査の具体的な実施方法等について（報告）』（平成18年4月、以下『報告書』という。）では、全国的な学力調査における調査問題の出題範囲・内容について、各学校段階における各教科等の土台となる基盤的な事項に絞った上で、以下のように問題作成の基本理念を整理することが適当であるとされている。

- ・身に付けておかなければ後の学年等の学習内容に影響を及ぼす内容や、実生活において不可欠であり常に活用できるようになっていることが望ましい知識・技能など（主として「知識」に関する問題）
- ・知識・技能等を実生活の様々な場面に活用する力や、様々な課題解決のための構想を立て実践し評価・改善する力などにかかわる内容（主として「活用」に関する問題）

また、具体的な調査問題の作成に当たっては、調査問題自体が学校の教員や児童生徒に対して土台となる基盤的な事項を具体的に示すものであり、教員による指導改善や児童生徒の学習改善・学習意欲の向上などに役立つとの視点が重要であるとされている。

特に、算数・数学科では、調査問題の作成に当たって、以下のような観点を盛り込むことや工夫をすることが考えられるとされている。

主として「知識」に関する問題

- ・整数、小数、分数等の四則計算をすること
- ・身の回りにある量の単位と測定が分かること
- ・図形の性質が分かること
- ・数量の関係を表すこと
- ・変化の様子を調べること
- ・確率の意味を理解し確率を求めること など

主として「活用」に関する問題

- ・物事を数・量・図形などに着目して観察し的確にとらえること
- ・与えられた情報を分類整理したり必要なものを適切に選択したりすること
- ・筋道を立てて考えたり振り返って考えたりすること
- ・事象を数学的に解釈したり自分の考えを数学的に表現したりすること など

主として「知識」に関する問題と、主として「活用」に関する問題の内容については、それぞれの問題を知識・技能の習得と考える力の育成の両面にかかわるものとしてとらえる必要がある。

2 問題作成の枠組み

問題作成に当たっては、上記のような趣旨にもとづいて、主として「知識」に関する問題、主として「活用」に関する問題のそれぞれを、数学科の内容の領域、主たる評価の観点、問題場面の文脈とのかかわりで位置付けた。

(1) 内容の領域・評価の観点との対応

中学校数学科の調査問題の構成については、次の（表1）のように内容の領域・評価の観点との対応をまとめた。

問題作成の基本理念と具体的な観点からみて、数学科の問題としては、主として「知識」に関する問題、及び主として「活用」に関する問題のいずれについても、「数と式」、「図形」、「数量関係」の領域から出題した。

また、評価の観点として、主として「知識」に関する問題では、「数学的な表現・処理」、及び「数量、図形などについての知識・理解」にかかわるものを中心に出了題した。一方、主として「活用」に関する問題では、上記2つの観点に「数学的な見方や考え方」の観点を加えたものを主たる評価の観点とした。

なお、「数学への関心・意欲・態度」にかかわる学習状況は、質問紙調査を中心に調べることにした。

（表1） 中学校数学科の調査問題の構成

	領域	評価の観点	調査内容（『報告書』における例示）
主として「知識」に関する問題	数と式 図形 数量関係	数学的な表現・処理 数量、図形などについての知識・理解	<ul style="list-style-type: none"> ・整数、小数、分数等の四則計算をすること ・身の回りにある量の単位と測定が分かること ・図形の性質が分かること ・数量の関係を表すこと ・変化の様子を調べること ・確率の意味を理解し確率を求めること など
主として「活用」に関する問題	数と式 図形 数量関係	数学的な見方や考え方 数学的な表現・処理 数量、図形などについての知識・理解	<ul style="list-style-type: none"> ・物事を数・量・図形などに着目して観察し的確にとらえること ・与えられた情報を分類整理したり必要なものを適切に選択したりすること ・筋道を立てて考えたり振り返って考えたりすること ・事象を数学的に解釈したり自分の考えを数学的に表現したりすること など

(2) 主として「知識」に関する問題の枠組み

主として「知識」に関する問題は、『報告書』で例示のある観点をもとに作成した。したがって、「数と式」、「図形」、「数量関係」の各領域の内容からの出題を基本としながらも、網羅的に出題するのではなく、各教科などの土台となる基盤的な事項を選択して出題することにした。

なお、中学校数学科では、調査対象を中学校第3学年としていることから、中学校第2学年までの学習内容を出題範囲とした。

次ページの（表2）のように、学習指導要領（平成10年告示）の内容とその評価規準の具体例* に対応するように、各領域から出題した。

* 国立教育政策研究所教育課程研究センター

『評価規準の作成、評価方法の工夫改善のための参考資料（中学校）』平成14年2月。

『評価規準の作成、評価方法の工夫改善のための参考資料（小学校）』平成14年2月。

(表2) 主として「知識」に関する問題作成の枠組み

問題番号は平成21年度出題, ○は平成19年度出題, ◇は平成20年度出題を表す。

		学習指導要領の内容	評価規準の具体例またはその項目	問題番号
小学校	第6学年	【A 数と計算】 (2) 分数についての理解を一層深めるとともに, 異分母分数の加法及び減法の意味について理解し, それらを適切に用いることができるようにする。	異分母の分数の加法及び減法(真分数と真分数との加法及びその逆の減法)の計算ができ, それを用いることができる。	◇
		【A 数と計算】 (3) 分数の乗法及び除法の意味について理解し, それらを適切に用いることができるようにする。	帯分数を含まない分数の乗法及び除法の計算ができ, それを用いることができる。	○
		【B 量と測定】 (3) 異種の二つの量の割合としてとらえられる数量について, その比べ方や表し方を理解し, それを用いることができるようにする。	速さや人口密度などの比べ方や表し方について理解している。	○
		【D 数量関係】 (1) 簡単な場合について, 比の意味を理解できるようにする。	簡単な場合について, 二つの数量の関係を表す比の意味や表し方を理解している。	①(1)
		【D 数量関係】 (3) 平均の意味について理解し, それを用いることができるようにする。	平均の意味について理解している。	○
A 数と式	第1学年	(1) 正の数と負の数について具体的な場面での活動を通して理解し, その四則計算ができるようにする。	正の数・負の数の必要性やよさ	○◇
			正の数・負の数の計算	①(2)(3) ○◇
		(2) 文字を用いて関係や法則を式に表現したり式の意味をよみとったりする能力を養うとともに, 文字を用いた式の計算ができるようにする。	文字を用いて考えることの必要性やよさ	②(2)
			文字を用いた式の計算	◇
		(3) 方程式について理解し, 一元一次方程式を用いることができるようにする。	一元一次方程式及びその解の意味	
	等式の性質と一元一次方程式の解き方		③(1)(2) ○◇	
	一元一次方程式の利用		③(3) ◇	
	第2学年	(1) 事象の中に数量の関係を見だし, それを文字を用いて式に表現し活用する能力を伸ばすとともに, 文字を用いた式の四則計算ができるようにする。	整式の加法・減法, 単項式の乗法・除法	②(1) ○
			文字式の利用	②(3) ○◇
			目的に応じた式の変形	②(4) ○◇
(2) 連立二元一次方程式について理解し, それを用いることができるようにする。		連立二元一次方程式とその解の意味	◇	
		連立二元一次方程式の解き方	③(4) ○◇	
	連立二元一次方程式の利用	○		
B 図形	第1学年	(1) 基本的な図形を見通しをもって作図する能力を伸ばすとともに, 平面図形についての理解を深める。	平面図形の対称性	④(1) ○◇
			基本的な作図	④(2) ○◇
		(2) 図形を観察, 操作や実験を通して考察し, 空間図形についての理解を深める。また, 図形の計量についての能力を伸ばす。	空間における直線や平面の位置関係	⑤(1) ○◇
			空間図形の平面図形の運動による構成	⑤(2) ○
			空間図形の平面上での表現	⑤(3) ○
基本的な図形の計量	⑤(4) ○◇			

		学習指導要領の内容	評価規準の具体例またはその項目	問題番号
B 図形	第2学年	(1) 観察, 操作や実験を通して, 基本的な平面図形の性質を見だし, 平行線の性質を基にしてそれらを確認することができるようにする。	平行線と角	⑥(1) ○◇
			多角形の角	⑥(2) ◇
	(2) 平面図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ, 論理的に考察する能力を養う。	証明の意義と方法	⑧ ○◇	
		三角形の合同条件	⑦(1) ○◇	
		三角形や四角形の性質	⑦(2) ○◇	
	円周角と中心角	○◇		
C 数量関係	第1学年	(1) 具体的な事象の中にある二つの数量の変化や対応を調べることを通して, 比例, 反比例の関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす。	比例, 反比例の関係	⑩(1) ○◇
			比例, 反比例の特徴	⑨(1)(2)(3) ⑩(2) ○◇
			比例, 反比例の見方や考え方の活用	
	第2学年	(1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し, それらの変化や対応を調べることを通して, 一次関数について理解するとともに, 関数関係を見だし表現し考察する能力を養う。	一次関数の関係	⑪(2) ○
			一次関数の特徴	⑪(1) ○◇
			一次関数の利用	⑪(3) ○◇
			方程式とグラフ	⑫ ○◇
	(2) 具体的な事象についての観察や実験を通して, 確率について理解する。	場合の数	○◇	
		確率の意味と簡単な場合について確率を求めること	⑬(1)(2) ○◇	

(3) 主として「活用」に関する問題の枠組み

主として「活用」に関する問題は、『報告書』で例示された4つの観点など（表1）の「調査内容」参照）をもとに作成した。作成に当たっては、中学校数学科の指導のねらいからみて、どのような場面で、どのような数学的な知識・技能などが用いられるか、また、それぞれの場面で生徒のどのような力を評価しようとするかを明確にした。

そのために、主として「活用」に関する問題の枠組みでは、

- ①当該の数学的な知識・技能などが活用される文脈や状況
- ②活用される数学科の領域・内容
- ③用いられる数学的なプロセス

の3つの視点から次ページの（表3）のように整理することにした。

そして、（表3）の「数学的なプロセス」である α 、 β 、 γ を出題の趣旨として問題の作成に当たった。主として「活用」に関する問題の平成19年度から平成21年度までの出題の趣旨（数学的なプロセス）と出題問題との対応は、（表4）のようである。

(表3) 主として「活用」に関する問題作成の枠組み

活用する力	文脈や状況	主たる評価の観点	数学科の内容	数学的なプロセス
α : 知識・技能などを実生活の様々な場面で活用する力	実生活や身の回りの事象での考察	数学的な見方や考え方	数と式	<u>$\alpha 1$: 日常的な事象を数理化すること</u> $\alpha 1(1)$ ものごとを数・量・図形などに着目して観察すること $\alpha 1(2)$ ものごとの特徴を的確にとらえること $\alpha 1(3)$ 理想化・単純化すること <u>$\alpha 2$: 情報を活用すること</u> $\alpha 2(1)$ 与えられた情報を分類整理すること $\alpha 2(2)$ 必要な情報を適切に選択し判断すること <u>$\alpha 3$: 数学的に解釈することや表現すること</u> $\alpha 3(1)$ 数学的な結果を事象に即して解釈すること $\alpha 3(2)$ 解決の結果を数学的に表現すること
β : 様々な課題解決のための構想を立て実践し評価・改善する力	他教科などの学習 算数・数学の世界での考察	数学的な表現・処理 数量, 図形などについての知識・理解	図形 数量関係	<u>$\beta 1$: 課題解決のための構想を立て実践すること</u> $\beta 1(1)$ 筋道を立てて考えること $\beta 1(2)$ 立式や証明(説明)の方針を立てること $\beta 1(3)$ 方針にもとづいて証明(説明)すること <u>$\beta 2$: 結果を評価し改善すること</u> $\beta 2(1)$ 結果を振り返って考えること $\beta 2(2)$ 結果を改善すること $\beta 2(3)$ 発展的に考えること
γ : 上記 α, β の両方にかかわる力				<u>$\gamma 1$: 他の事象との関係をとらえること</u> <u>$\gamma 2$: 複数の事象を統合すること</u> <u>$\gamma 3$: 多面的にもものを見ること</u>

(表4) 主として「活用」に関する問題と数学的なプロセス

[]内は出題年度, □内は問題番号を表す。

数学的なプロセス		数学科の領域		
		数と式	図形	数量関係
$\alpha 1$	日常的な事象を数理化すること		[H21] □1 紋切り遊び	[H19] □5 水温の変化 [H20] □5 富士山の気温
$\alpha 2$	情報を活用すること	[H19] □3 サッカー大会		[H21] □3 電球形蛍光灯のよさ □5 賞品当てゲーム [H19] □1 セットメニュー [H20] □5 富士山の気温
$\alpha 3$	数学的に解釈することや表現すること	[H19] □1 セットメニュー	[H21] □1 紋切り遊び	[H21] □3 電球形蛍光灯のよさ [H19] □6 図書館への往復 [H20] □1 身長 の推定 □5 富士山の気温
$\beta 1$	課題解決のための構想を立て実践すること	[H21] □2 3段目の数 [H19] □3 サッカー大会	[H21] □4 中点で交わる2つの線分 [H20] □4 重なりのある2つの三角形	[H21] □5 賞品当てゲーム
$\beta 2$	結果を評価し改善すること	[H21] □2 3段目の数 [H19] □2 連続する自然数の和 [H19] □3 サッカー大会 [H20] □2 位を入れかえた数	[H21] □4 中点で交わる2つの線分 [H19] □4 垂直二等分線の性質の証明	
$\gamma 2$	複数の事象を統合すること			[H20] □3 ベニヤ板と釘

(4) 問題形式

今回の調査では、以下のような問題形式で出題した。

- 選択式 ……複数の選択肢から正しいものを選択する。
- 短答式 ……数値や用語など主として単語で答える。
- 記述式 ……事柄について文などで説明する。

なお、『報告書』では「記述式の問題を一定割合で導入する。」とされていることから、問題の位置付けを明確にするために、記述式の問題のタイプを次の(5)のように整理した。

(5) 記述式の問題

①記述式の問題の位置付け

『報告書』では「調査問題自体が学校の教員や児童生徒に対して土台となる基盤的な事項を具体的に示すものであり、教員による指導改善や、児童生徒の学習改善・学習意欲の向上などに役立つとの視点が重要である。」との指摘がある。この意味で、特に記述式の問題の出題において評価する記述内容は、今後の数学科の指導で求められる方向を示すものにつながる。つまり、個々の記述式の問題について、どのような記述内容を求めるかは、その問題ごとにある種の「あるべき姿」を示すことになる。

②記述式の問題のタイプ

今回の調査では、記述式の問題として、次の(a)～(c)の3つのタイプを考えた。

- (a) 見いだした事柄や事実を説明する問題
……「紋切り遊び・㊦(2)」
- (b) 事柄を調べる方法や手順を説明する問題
……「電球形蛍光灯のよさ・㊧(2)」
- (c) 事柄が成り立つ理由を説明する問題
 - (c-1) 明示された説明すべき事柄の根拠を記述する形式
……「3段目の数・㊨(2)」
「中点で交わる2つの線分・㊩(1)」
「賞品当てゲーム・㊪(2)」
 - (c-2) 説明すべき事柄を判断し、その根拠を記述する形式
……平成21年度の出題はなし

これらの問題のタイプについて、問題で求める記述内容とそれに対応して構成される解答類型を、次のように整理した。

(a) 見いだした事柄や事実を説明する問題

数学科の学習指導では、数量や図形などの考察対象について、あるいは問題場面について、成り立つ数学的な事実を見だし、見いだした事柄を証明したり、その反例をあげたりすることによって検証する活動が行われる。この活動の中では、見いだした事柄を的確にとらえ直し、数学的に正しく表現することが大切である。そこで、記述式の問題のタイプとして「見いだした事柄や事実を説明する問題」を出題し、このような場面での数学的な表現力をみることにした。

一般に、ある事柄を数学的に説明する場合、前提あるいは根拠とそれによって説明される結論の両方を含む命題の形で記述することが求められる。したがって、「見いだした事柄や事実を説明する問題」では、前提あるいは根拠となる事実の指摘と、その事実によって説明される結論の両方を解答として求めることになる。今回の調査では、説明すべき対象を複数の選択肢から選択して、その性質を記述する形式で出題し、適切な選択肢の選択とその性質の記述を解答として求めた。

例えば、「紋切り遊び・図(2)」の問題(p. 64)では、正しい選択肢「ア」を選択した上で、「『紋切り遊び』でできる模様だけにみられる図形の性質は、対称軸をもつことである。」のように主部と述部を明示することを求めた。

この事柄や事実を説明する問題においては、前提あるいは根拠となる事実(主部)とそれによって説明される結論(述部)を、正答の条件として解答類型を作成した。

このように、見いだした事柄や事実を説明する内容としては、数や図形の性質・特徴や、問題場面における要素間の関係などが考えられる。

(b) 事柄を調べる方法や手順を説明する問題

数学を活用する場面で、問題を解決する方法や手順を的確に説明できるようにすることは大切である。また、主として「活用」に関する問題作成の基本理念に、様々な課題解決のための構想を立て実践し評価・改善する力をみることがあげられている。このことから、事象を数学的に解釈する場面でのアプローチの仕方や手順の説明を求める問題によって、構想を立てたり、それを評価・改善したりする力をみることにした。

一般に、事柄を調べる方法や手順を説明する場合、問題にアプローチする方法を考える上で、何をを用いるのか(例えば、グラフ、表、式などの用いるもの)、さらにそれをどう用いるのか(例えば、 x と y の関係式にある値を代入して求めることや、2点を結ぶ直線からグラフ上の x の値に対応する y の値を求めるなどの用い方)の2つの事項についての記述(「○○を用いて、△△をする。」の形式での解答)を解答として求めた。

例えば、「電球形蛍光灯のよさ・図(3)」の問題(p. 72)では、「蛍光灯と白熱電球について、使用時間と総費用の関係を直線のグラフに表して(用いるもの)、その交点の座標から、使用時間の値をよむ(その用い方)」という形の解答を求めた。また、解答類型の作成においても、「用いるもの(○○)」とその「用い方(△△)」を視点として解答を分類した。

この方法の説明を求める問題においては、「用いるもの」とその「用い方」を一般的に述べて説明する解答と、その方法の利用によって具体的に解を求める過程を示す解答の両方を想定して解答類型を作成した。

なお、いずれの場合にも、方法の説明が的確に行われる一方で、それを具体的に適用する過程で式とその計算やグラフ・表での解答に数値等の誤りがある場合も想定される。しかし、このタイプの問題は、様々な課題解決のための構想を立て実践し評価・改善する力を評価することにも対応するので、そのような正誤にはよらず、方法の説明がなされているかどうかに関心を当てて評価することにした。

(c) 事柄が成り立つ理由を説明する問題

数学を活用する場面で、ある事柄が成り立つ根拠を説明できるようにすることが大切である。主として「活用」に関する問題の調査内容には、筋道を立てて考えたり、振り返って考えたりすることが例示されている。このことから、説明すべき事柄についてそ

の根拠を示して理由を説明する問題を出題し、論理的な思考力や表現力をみることにした。

ある事柄が成り立つ理由の説明を求める問題では、説明対象となる事柄の根拠を示すこと、その根拠にもとづいて事柄が成り立つことを指摘することの両方を求めた。すなわち、「○○であるから、△△である。」の形で表現される前半部分と後半部分の両方の記述を解答として求めた。

理由の説明を求める問題においては、説明すべき事柄を明示し、その根拠を記述させる形式と、複数の選択肢から1つを選択させてから、その選択の理由を問い生徒の判断と根拠の説明をさせる形式が考えられる。今回の調査では、前者の形式、すなわち、明示された説明すべき事柄の根拠を記述する形式で出題し、説明すべき事柄と根拠の両方の記述を解答として求めた。

例えば、「3段目の数・図(2)」の問題(p. 68)では、連続する自然数から規則にしたがってつくられた数について、計算結果である $4(n+1)$ について、「 $n+1$ は自然数だから、 $4(n+1)$ は4の倍数である。」のように根拠と説明すべき事柄を明示することを求めた。

Ⅱ 調査問題の解説

A 主として「知識」に関する問題

1 比の意味・正の数と負の数とその計算

① 次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 下の□に当てはまる数を求めなさい。

$$15 : 9 = 5 : \square$$

(2) $2 \times (-3^2)$ の計算で、 (-3^2) の部分はどのように計算しますか。
下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア $(-3) \times (-3)$

イ $-(3 \times 3)$

ウ $-(3 \times 2)$

エ $+(3 \times 3)$

オ $+(3 \times 2)$

(3) $2 \times (5 - 8)$ を計算しなさい。

1 出題の趣旨

比の意味を理解しているかどうかをみる。
指数を含む正の数と負の数の計算で、指数の計算の仕方を理解しているかどうかをみる。
() を含む正の数と負の数の計算ができるかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問(1) この問題は、比の意味を理解しているかどうかをみるものである。ここでは、等しい比の意味を理解していることが求められる。

比の意味を理解することは、相似の学習や日常生活で比が用いられる事象などを考察する際に必要である。

設問(2) この問題は、指数を含む正の数と負の数の計算で、指数の計算の仕方を理解しているかどうかをみるものである。ここでは、 $-a^2 = -(a \times a)$ と計算することを理解していることが求められる。

この内容は、文字式を計算したり、二次方程式の解を吟味したり、二次関数の式に数を代入したりする際に必要である。

なお、平成19年度全国学力・学習状況調査（以下「平成19年度調査」という。）では、 $(-a)^2$ の形の指数を含む正の数と負の数の計算ができるかどうかをみる問題を出題した。また、平成20年度全国学力・学習状況調査（以下「平成20年度調査」という。）では、 $-a^2$ の形の指数を含む正の数と負の数の計算ができるかどうかをみる問題を出題した。

設問(3) この問題は、()を含む正の数と負の数の計算ができるかどうかをみるものである。ここでは、数を正の数と負の数にまで拡張した場合も、()を用いた式について理解し、計算できることが求められる。

この内容は、中学校数学科の学習全般において必要である。

■学習指導要領における領域・内容

設問(1) 小学校第6学年 D 数量関係

(1) 簡単な場合について、比の意味を理解できるようにする。

設問(2)・設問(3)

第1学年 A 数と式

(1) 正の数と負の数について具体的な場面での活動を通して理解し、その四則計算ができるようにする。

イ 正の数と負の数の四則計算の意味を理解し、簡単な計算ができること。

■評価の観点

設問(1) 数量や図形についての知識・理解（小学校）

設問(2) 数量、図形などについての知識・理解

設問(3) 数学的な表現・処理

3 正答と解説

設問(1) ■正答 3

■解説 15 : 9の15と9をそれぞれ同じ数でわってできる比は、すべて等しくなる。 $15 \div 3 = 5$ 、 $9 \div 3 = 3$ だから、 $15 : 9 = 5 : 3$ で、に当てはまる数は3になる。

設問(2) ■正答 イ

■解説 $(-3^2) = -(3 \times 3)$ であることから、イになる。

[誤答例] ア…… (-3^2) を $(-3) \times (-3)$ と考えている。

設問(3) ■正答 -6

■解説 $2 \times (5 - 8) = 2 \times (-3)$
 $= -6$

4 学習指導に当たって

2つの数量を共通な基準を用いて比較することにより、等しい比の意味を理解することが大切である。また、数の範囲を正の数と負の数にまで拡張した場面で、計算の意味や計算の方法を理解することも大切である。

① 比の意味を理解し、2つの数量を簡単な比に表すことができるようにする

2つの数量を共通な基準を用いて比較することにより、等しい比の意味を理解することが大切である。そのために、比に使われている2つの数に同じ数をかけたり同じ数でわったりしても、その比は変わらないことを理解することが必要である。

指導に当たっては、等しい比を求めるだけでなく、具体的な日常生活の場面の中で表された比を簡単に表すことができるようにすることが大切である。

② 指数の意味や計算の順序を理解し、確実に計算できるようにする

指数を含む正の数と負の数の計算では、乗法の記号×を用いて表すなどして計算の仕方を確認することが大切である。また、()を含む計算では、計算の順序を理解することが大切である。

指導に当たっては、例えば、 (-3^2) と $(-3)^2$ では、 (-3^2) は $-(3 \times 3)$ と計算し、 $(-3)^2$ は $(-3) \times (-3)$ と計算するなど、計算の仕方が異なることを理解できるようにすることが必要である。また、 $2 \times (5 - 8)$ のような()を含む四則の混じった式では、()の中を先に計算したり、分配法則を用いたりするなど、計算の順序を理解できるようにすることが大切である。さらに、次のような誤りのある計算例を取り上げて、その誤りを計算のきまりにもとづいて指摘し合い、計算方法を確認するなど、計算の順序を理解し、確実に計算できるようにすることが大切である。

<誤りのある計算例>

$$2 \times \underbrace{(-3^2)} = 2 \times \underbrace{(-3) \times (-3)}$$

$$2 \times \underbrace{(-3)^2} = 2 \times \underbrace{(-3) \times 2}$$

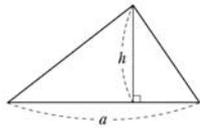
(参考) 平成19・20年度調査との関連

	問題番号	問題の概要	正答率
設問(2)	H19A $\boxed{1}$ (3)	$2 \times (-3)^2$ を計算する	88.7%
	H20A $\boxed{1}$ (3)	$2 \times (-3^2)$ を計算する	71.9%

(参考) 過去の調査における正答率

	調査の名称 (実施学年)	正答率
設問(1)	平成15年度小・中学校教育課程実施状況調査 (小学校6学年)	90.6%

2 文字式の計算とその利用

<p>② 次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。</p> <p>(1) $3x \times (-4xy)$ を計算しなさい。</p> <p>(2) n が負の整数のとき、最も大きな数になる式を、下のアからエまでのの中から1つ選びなさい。</p> <p>ア $3+n$</p> <p>イ $3 \times n$</p> <p>ウ $3-n$</p> <p>エ $3 \div n$</p>	<p>(3) 連続する3つの自然数の和は、文字 n を使って次のように表すことができます。</p> $n + (n+1) + (n+2)$ <p>このとき、文字 n が表すものを、下のアからエまでのの中から1つ選びなさい。</p> <p>ア 連続する3つの自然数のうち、最も大きい自然数</p> <p>イ 連続する3つの自然数のうち、中央の自然数</p> <p>ウ 連続する3つの自然数のうち、最も小さい自然数</p> <p>エ 連続する3つの自然数の平均</p> <p>(4) 右の図で、底辺の長さ a、高さ h の三角形の面積 S は、次のように表されます。</p> $S = \frac{1}{2} ah$ <p>底辺の長さを求めるために、この式を、a について解きなさい。</p> 
--	---

1 出題の趣旨

単項式どうしの乗法の計算ができるかどうかをみる。
 文字式の値について考察できるかどうかをみる。
 文字式の意味をよみとることができるかどうかをみる。
 具体的な場面で、等式を目的に応じて変形できるかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問(1) この問題は、単項式どうしの乗法の計算ができるかどうかをみるものである。単項式の乗法・除法の計算は、式を展開する際に必要である。

設問(2) この問題は、文字の値が負の整数のときに、文字式の値について考察することができるかどうかをみるものである。
 文字に数を代入して式の値の大小を判断したり、文字の値が負の整数であることを意識して式の値をとらえたりすることは、変数としての文字の理解を深めたり、関数を利用して事象を考察したりする際に必要である。

設問(3) この問題は、具体的な場面に照らして、文字式の意味をよみとることができるかどうかをみるものである。

数量やその関係・法則を文字式で表現したり、文字式の意味をよみとったりすることは、文字の役割を理解し、そのよさを感じたり、様々な問題解決の場面で文字式を利用したりする際に必要である。

設問(4) この問題は、具体的な場面で関係を表す式を、等式の性質を用いて、目的に応じて変形できるかどうかをみるものである。

等式の変形は、具体的な場面を視点を変えて考察する際や、方程式を解いたり、一次関数の式を変形したりする際に必要である。

なお、平成19年度調査、及び平成20年度調査では、関係を表す式を、等式の性質を用いて目的に応じて変形できるかどうかをみる問題を出題した。

■学習指導要領における領域・内容

設問(1) 第2学年 A 数と式

(1) 事象の中に数量の関係を見だし、それを文字を用いて式に表現し活用する能力を伸ばすとともに、文字を用いた式の四則計算ができるようにする。

ア 簡単な整式の加法、減法及び単項式の乗法、除法の計算ができること。

設問(2) 第1学年 A 数と式

(2) 文字を用いて関係や法則を式に表現したり式の意味をよみとったりする能力を養うとともに、文字を用いた式の計算ができるようにする。

設問(3) 第2学年 A 数と式

(1) 事象の中に数量の関係を見だし、それを文字を用いて式に表現し活用する能力を伸ばすとともに、文字を用いた式の四則計算ができるようにする。

イ 数量及び数量の関係をとらえるために文字式を利用できることを理解すること。

設問(4) 第2学年 A 数と式

(1) 事象の中に数量の関係を見だし、それを文字を用いて式に表現し活用する能力を伸ばすとともに、文字を用いた式の四則計算ができるようにする。

ウ 目的に応じて、簡単な式を変形できること。

■評価の観点

設問(1)・設問(4)

数学的な表現・処理

設問(2)・設問(3)

数量、図形などについての知識・理解

3 正答と解説

設問(1) ■正答 $-12x^2y$

■解説
$$3x \times (-4xy) = 3 \times (-4) \times x \times x \times y$$
$$= -12x^2y$$

設問(2) ■正答 ウ

- 解説
- ① n は負の整数なので、例えば、 $n = -1$ を代入すると、アは2、イは-3、ウは4、エは-3になる。したがって、最も大きな数になる式はウになる。
- ② 正の整数に負の整数をかけたり、正の整数を負の整数でわると、いつも負の数になる。そのため、イとエはいつも負の数になる。また、負の数をひくことは絶対値が等しい正の数を加えることと同じなので、ウはいつも3より大きくなる。負の数を加えることは絶対値が等しい正の数をひくことと同じなので、アはいつも3より小さくなる。これらのことから、最も大きな数になる式はウになる。

設問(3) ■正答 ウ

- 解説 連続する3つの自然数では、最も小さい自然数より1大きいものが中央の自然数である。また、最も小さい自然数より2大きいものが最も大きい自然数である。したがって、文字 n が表すものは最も小さい自然数であるので、ウになる。

設問(4) ■正答 $(a =) \frac{2S}{h}$

■解説

$$S = \frac{1}{2} ah$$

両辺に2をかけると、 $2S = ah$

両辺を h でわると、 $\frac{2S}{h} = a$

$$a = \frac{2S}{h}$$

[誤答例] $2S - h \cdots \cdots 2S = ah$ と変形した後で、左辺から h をひき、右辺を h でわっている。

4 学習指導に当たって

文字式の学習では、いくつかの文字を含む式の計算ができることが大切である。さらに、事象における数量の関係を見だし、それを式に表現したり、式の意味をよみとったり、目的に応じて等式を変形したりすることなどの学習を通して、文字式を利用することのよさを感じ得することも大切である。

① 文字式の計算技能を確かなものにする

単項式どうしの乗法では、正の数と負の数の乗法や文字の累乗の計算の表し方を踏まえて正確に計算することが大切である。

指導に当たっては、計算過程を振り返り、文字式の計算がどのようなきまりをもとになされているかを理解できるようにすることが考えられる。

② 文字式の値について考察できるようにする

いろいろな数を文字に代入して式の値を調べることは、文字を変数としてとらえたり、文字式の意味を理解したりするために大切である。さらに、そのことは、方程式の解を吟味したり、関数を利用して事象を考察したりするための素地としても大切である。

指導に当たっては、単に式の値を求める計算をするだけでなく、文字のとり得る値の範囲を意識しながら、いろいろな数を代入し、その式の値の変化を調べる場面を設定することが考えられる。また、設問(2)のように、演算が異なる式に共通な数を代入して式の値を比べる場面を設定することも考えられる。

③ 数量の関係を文字式で表したり、文字式をよんだりすることができるようにする

数量の関係を文字式で表したり、文字式で表された事柄や関係をよんだりすることが大切である。

指導に当たっては、具体的な数や言葉を使った式を利用して数量の関係をとらえ、文字式で表したり、その意味を解釈したりする場面を設定することが考えられる。例えば、連続する3つの自然数の和を「 $\underline{1} + 2 + 3 = \underline{1} + (\underline{1} + 1) + (\underline{1} + 2)$ 」とみたり、自然数 n に対して、 $n + 1$ や $n + 2$ はいつも n よりも大きい自然数を表すとみたりして、式 $n + (n + 1) + (n + 2)$ の意味を解釈できるようにすることが考えられる。

④ 目的を明確にして等式を変形することができるようにする

2つ以上の文字を含む等式の変形では、式変形の目的を明確にするとともに、ある文字について解くことの意味を理解し、等式の性質などの根拠にもとづいて正しく変形することが大切である。

指導に当たっては、具体的な場面で目的に応じて式を変形することの意味や、変形して得られた式を利用することのよさを感じ得できるようにすることが大切である。例えば、二等辺三角形の内角の和に関する式 $2x + y = 180$ (x を底角の大きさ、 y を頂角の大きさとする。)を、底角の大きさを求めるために、 x について解いた式 $x = \frac{180 - y}{2}$ に変形できるようにすることなどが考えられる。

(参考) 平成19・20年度調査との関連

	問題番号	問題の概要	正答率
設問(4)	H19A[2](4)	$2x + 3y = 9$ を y について解く	57.1%
	H20A[2](4)	$x + 2y = 6$ を y について解く	55.0%

(参考) 過去の調査における正答率

	調査の名称 (実施学年)	正答率
設問(1)	平成13年度小中学校教育課程実施状況調査 (2学年)	84.2%
設問(2)	国際数学・理科教育動向調査 [TIMSS2003] (2学年)	68.2%

3 方程式の解き方とその利用

3 次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

(1) 一次方程式 $4x + 7 = 15$ を次のように解きました。

$$4x + 7 = 15 \quad \dots\dots\text{①}$$

$$4x = 15 - 7 \quad \dots\dots\text{②}$$

$$4x = 8$$

$$x = 2$$

上の①の式から②の式への変形では、7を左辺から右辺に移項しました。移項してよい理由は、等式の性質をもとに説明できます。7を移項してよい理由として正しいものを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

ア ①の式の両辺に7をたしても等式は成り立つから、移項してよい。
 イ ①の式の両辺から7をひいても等式は成り立つから、移項してよい。
 ウ ①の式の両辺に7をかけても等式は成り立つから、移項してよい。
 エ ①の式の両辺を7でわっても等式は成り立つから、移項してよい。

(2) 一次方程式 $\frac{3}{4}x = \frac{1}{4}x - 7$ を解きなさい。

(3) 次の問題と考え方を読んで、下の に当てはまる言葉を書きなさい。

問題
 折り紙を何人かの生徒に配るのに、1人に3枚ずつ配ると20枚余ります。また、1人に5枚ずつ配ると2枚たりません。生徒の人数を求めるために、生徒の人数を x 人として、方程式をつくりなさい。

考え方
 方程式をつくるために、 x を使って、上の問題の数量のうち、 を2通りの式で表すと、 $3x + 20$ と $5x - 2$ になります。
 この2つの式が等しいので、方程式は $3x + 20 = 5x - 2$ です。

(4) 連立方程式 $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$ を解きなさい。

1 出題の趣旨

等式の性質と移項の関係を理解しているかどうかをみる。
 一元一次方程式や連立二元一次方程式を解くことができるかどうかをみる。
 一元一次方程式をつくって問題を解決するために、数量の関係をとらえ、2通りに表せる数量に着目できるかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問(1) この問題は、方程式を解くに当たって、等式の性質と移項の関係を理解しているかどうかをみるものである。

移項の意味を理解することは、関係を表す式の変形や、方程式を解く際に必要である。

なお、平成19年度調査においても、同趣旨の問題を出題した。

設問(2) この問題は、係数に分数を含む一元一次方程式を解くことができるかどうかをみるものである。

係数に分数を含む一元一次方程式を等式の性質にもとづいて解くことは、連立二元一次方程式や二次方程式などを解く際に必要である。

設問(3) この問題は、一元一次方程式をつくって問題を解決するために、数量の関係をとらえ、2通りに表せる数量に着目できるかどうかをみるものである。

このことは、方程式を利用して問題を解決する過程の中で、問題場面に即した方程式をつくるために必要である。

本問題では、平成20年度調査³(2)で出題した問題場面と同じ場面を取り上げ、立式する際に2通りに表せる数量に着目できるかどうかをみることを意図している。

設問(4) この問題は、簡単な連立二元一次方程式を解くことができるかどうかをみるものである。ここでは、文字を1つ減らして、一元一次方程式に変形し、2つの二元一次方程式を同時に満たす値の組を求めることになる。

連立二元一次方程式を解くことは、一次関数のグラフの交点を求めたり、二次方程式を解いたりする際に必要である。

なお、平成19年度調査においても、同趣旨の問題を出題した。

■学習指導要領における領域・内容

設問(1)・設問(2)

第1学年 A 数と式

- (3) 方程式について理解し、一元一次方程式を用いることができるようにする。
 - イ 等式の性質を見だし、方程式がそれに基づいて解けることを知ること。

設問(3) 第1学年 A 数と式

- (3) 方程式について理解し、一元一次方程式を用いることができるようにする。
 - ウ 簡単な一元一次方程式を解くことができ、それを利用できること。

設問(4) 第2学年 A 数と式

- (2) 連立二元一次方程式について理解し、それを用いることができるようにする。
 - イ 連立二元一次方程式とその解の意味を理解し、簡単な連立二元一次方程式を解くことができ、それを利用できること。

■評価の観点

設問(1)・設問(3)

数量、図形などについての知識・理解

設問(2)・設問(4)

数学的な表現・処理

3 正答と解説

設問(1) ■正答 イ

■解説 $4x + 7 = 15$
 $4x + 7 - 7 = 15 - 7$
 $4x = 15 - 7$
となり，両辺から7をひいているから，イになる。

設問(2) ■正答 (x =) -14

■解説 $\frac{3}{4}x = \frac{1}{4}x - 7$
 $3x = x - 28$
 $3x - x = -28$
 $2x = -28$
 $x = -14$

[誤答例] $-\frac{7}{2}$ ……両辺を4倍することを誤って， $3x = x - 7$ としている。

設問(3) ■正答 (例) 折り紙の枚数

■解説 この問題で方程式をつくるためには， x を使って2通りに表される数量に着目することが必要である。よって，折り紙の枚数に着目する。生徒の人数を x 人として折り紙の枚数を文字式で表すと，3枚ずつ配ると20枚余ることから， $3x + 20$ となる。また，5枚ずつ配ると2枚足りないことから， $5x - 2$ となる。

設問(4) ■正答 (x =) 2, (y =) 1

■解説
$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 & \cdots\cdots\text{①} \\ 3x + 2y = 8 & \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$$
$$\begin{aligned} \text{①} \times 2 & \quad 4x - 6y = 2 & \cdots\cdots\text{①}' \\ \text{②} \times 3 & \quad 9x + 6y = 24 & \cdots\cdots\text{②}' \\ \text{①}' + \text{②}' & \quad 13x = 26 \\ & \quad x = 2 \end{aligned}$$

①に $x = 2$ を代入すると， $y = 1$
したがって， $x = 2$ ， $y = 1$

4 学習指導に当たって

方程式をつくったり，方程式の解を求めたりすることについて，単に手続きとしてするのはなく，その意味や根拠を明確にして，理解を深めることが大切である。

① 方程式を解く手続きの根拠を説明できるようにする

方程式を解く際に，移項などの手続きを形式的に行うだけでなく，等式の性質がその根拠になっていることを理解することが大切である。

指導に当たっては，移項の操作を誤って解いた例を示し，移項したときに使われている等式の性質を問うことで，式を変形して解くことの根拠を理解できるようにすることが考えられる。また，連立二元一次方程式の解き方についても，等式の性質が根拠になっていることを理解し，一元一次方程式の解き方とのつながりを意識し，説明できるようにすることが大切である。

② 工夫して方程式を解くことができるようにする

方程式を解く際には，解く手続きを正確に実行できるようになるとともに，式に応じて操作や移項を工夫して行い，解を正しく求めることが大切である。

指導に当たっては，例えば，設問(2)のような係数に分数を含む方程式の場合，係数が分数のまま解く方法と係数を整数にして解く方法を比べ，等式の性質を利用して方程式を工夫して解くことよさを実感できるようにすることが大切である。また，連立二元一次方程式の場合，「代入法や加減法によって文字を1つ消去し，既習の一元一次方程式に帰着できる。」という，方程式を解くときの考え方を理解できるようにすることも大切である。

③ 方程式をつくるために，着目する数量を見いだすことができるようにする

問題解決の場面で方程式を利用する場合，問題の中にある数量の関係をとらえて，式をつくる必要がある。そのためには，ある数量に着目して，等しい関係を意識して方程式をつくることを理解することが大切である。

指導に当たっては，一元一次方程式をつくる際，着目する数量を問題文の中から取り出して，それを2通りに表せば等式ができることを意識できるようにする必要がある。例えば，設問(3)で，生徒の人数を x 人とするとき，折り紙の枚数は $3x + 20$ と $5x - 2$ の2通りに表されること，そしてそれらが等しい関係にあることを確認する場面を設定することが考えられる。また，連立二元一次方程式をつくる場面でも，2つの数量に着目するなど一元一次方程式の場合との違いを明確にした上で，等しい関係をとらえて方程式をつくれるようにすることが大切である。

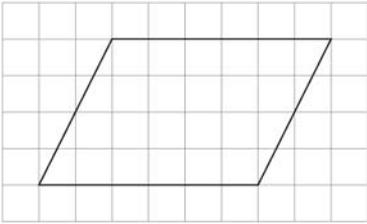
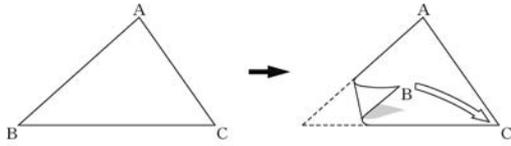
(参考) 平成19・20年度調査との関連

	問題番号	問題の概要	正答率
設問(1)	H19A③(1)	一次方程式 $7x = 5x + 6$ を解くとき, 移項の意味を選ぶ	61.7%
設問(3)	H20A③(2)	数量の関係を一元一次方程式で表す	60.5%
設問(4)	H19A③(4)	連立方程式 $\begin{cases} 5x + 7y = 3 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$ を解く	72.7%

(参考) 過去の調査における正答率

	調査の名称 (実施学年)	正答率
設問(2)	昭和41年度全国中学校学力調査 (3学年)	42.2%

4 対称な図形・作図の利用

<p>4 次の(1), (2)の各問いに答えなさい。</p> <p>(1) 次の方眼紙にかかれた平行四辺形について, 下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。</p>  <p>ア 線対称であり, 点対称でもある。</p> <p>イ 線対称であるが, 点対称ではない。</p> <p>ウ 線対称ではないが, 点対称である。</p> <p>エ 線対称でも, 点対称でもない。</p>	<p>(2) 次の図の$\triangle ABC$を, 頂点Bが頂点Cに重なるように折ったときにできる折り目の線を作図しようとしています。</p> <p>この作図について述べた下のアからエまでの中から, 正しいものを1つ選びなさい。</p>  <p>ア 辺BCの垂直二等分線を作図する。</p> <p>イ 頂点Aから辺BCへの垂線を作図する。</p> <p>ウ $\angle A$の二等分線を作図する。</p> <p>エ この折り目の線は作図できない。</p>
---	--

1 出題の趣旨

平行四辺形は点対称な図形であるが, 一般には線対称な図形ではないことを理解しているかどうかをみる。

作図と線分の垂直二等分線について理解しているかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問(1) この問題は, 平行四辺形は点対称な図形であるが, 一般には線対称な図形ではないことを理解しているかどうかをみるものである。

平行四辺形などの図形を線対称や点対称の観点から考察することは, 図形を統合的にとらえたり, 図形についての直観的な見方や考え方を深めたりする際に必要である。また, 線対称や点対称は, 形や模様などの美しさを感じることができる背景にある見方である。

設問(2) この問題は、作図と線分の垂直二等分線について理解しているかどうかをみるものである。

角の二等分線，線分の垂直二等分線，垂線などの意味に着目して，作図の方法について考えたり，それを利用したりすることは，図形の性質を見いだしたり，筋道立てて説明したりする際に必要である。

■学習指導要領における領域・内容

設問(1) 第1学年 B 図形

(1) 基本的な図形を見通しをもって作図する能力を伸ばすとともに，平面図形についての理解を深める。

ア 線対称，点対称の意味を理解するとともに，対称性に着目して平面図形についての直観的な見方や考え方を深めること。

設問(2) 第1学年 B 図形

(1) 基本的な図形を見通しをもって作図する能力を伸ばすとともに，平面図形についての理解を深める。

イ 角の二等分線，線分の垂直二等分線，垂線などの基本的な作図の方法を理解し，それを利用することができること。

■評価の観点

設問(1)・設問(2)

数量，図形などについての知識・理解

3 正答と解説

設問(1) ■正答 ウ

■解説 与えられた平行四辺形は，どのような直線を折り目としてもぴったりと重なり合うように折り返すことはできないが，対角線の交点を中心に 180° 回転させるともとの図形にぴったりと重ね合わせることができるので，ウになる。

設問(2) ■正答 ア

■解説 頂点Bが頂点Cに重なるように折ったときにできる折り目の線は，辺BCの対称軸である。これは辺BCの垂直二等分線であるので，アになる。

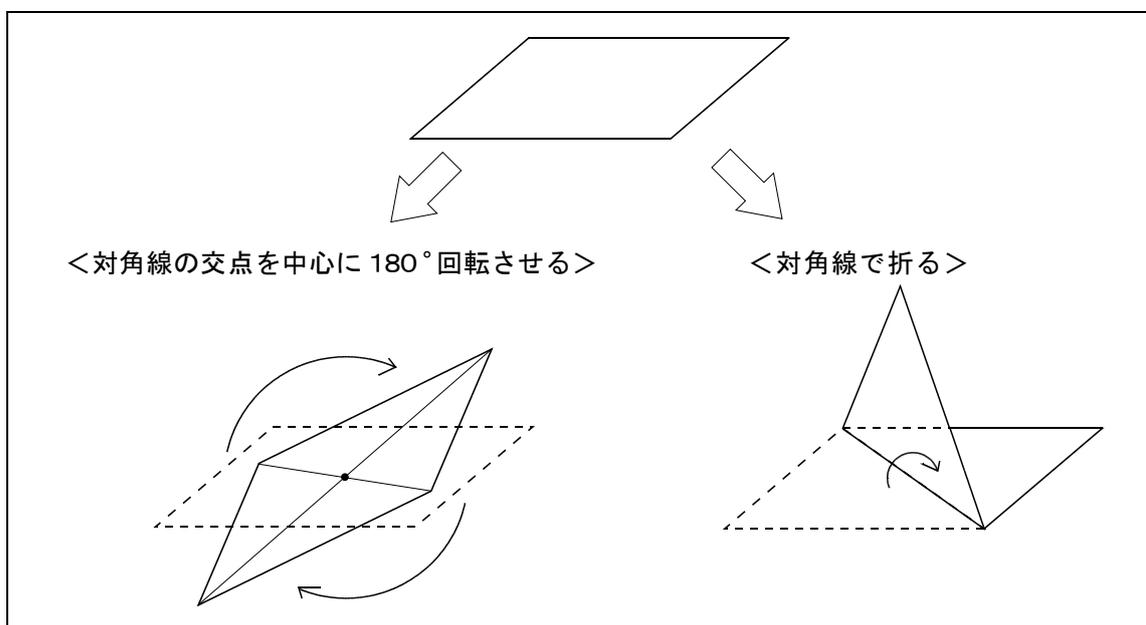
4 学習指導に当たって

平面図形の学習では、図をかいたり紙を折ったりする活動を通して、図形の性質をとらえることが大切である。また、目的に応じて見通しをもって作図することが大切である。

① 線対称や点対称の観点から図形を考察できるようにする

線対称や点対称の学習では、対称性に着目して考察することを通して図形の性質をとらえることが大切である。

指導に当たっては、線対称な図形や点対称な図形をかいたり、実際に折ったり、回したり、重ねたりする活動を通して、線対称な図形と点対称な図形の性質を比較しながら考察する場面を設定することが考えられる。例えば、次の図のような平行四辺形の紙は対角線の交点を中心に 180° 回転させるとぴったりと重なるが、対角線で折ってもぴったりと重ならない。このことから、平行四辺形は点対称な図形であるが、一般には線対称な図形ではないことを確かめる場面を設定することが考えられる。



② 目的に応じて見通しをもって作図できるようにする

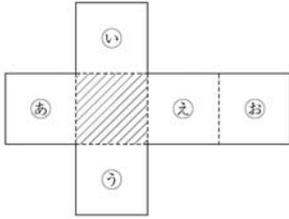
作図では、構成する図形を対称性に着目してとらえ直し、見通しをもって作図することが大切である。

指導に当たっては、作図する図形を実際に操作して推測し、その活動にもとづいて作図の方法を考える場面を設定することが大切である。例えば、設問(2)のような場面で、折り目の線や折って重なる部分について考え、図形の等しい部分を確認し、どのような直線を作図すればよいかを判断できるようにすることが考えられる。

5 空間図形

5 次の(1)から(4)までの各問に答えなさい。

(1) 次の図は、立方体の展開図です。



この展開図を組み立ててできる立方体において、斜線をつけた面と平行になる面を、下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

ア 面あ イ 面い ウ 面う エ 面え オ 面お

(2) 右の図の直角三角形ABCを、直線ABを軸として1回転させて立体をつくります。

このとき、できる立体の見取図が下のアからオまでの中にあります。正しいものを1つ選びなさい。



ア



イ



ウ



エ



オ



(3) 次の図1は円柱の見取図で、図2はその展開図です。図2で、円Oの周の長ささと長方形ABCDの辺BCの長さには、どのような関係がありますか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

図1

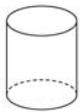
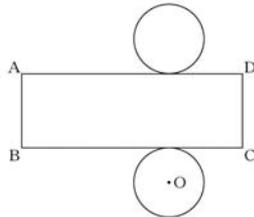
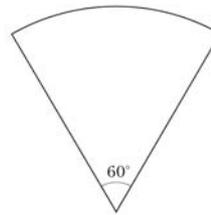


図2



- ア 円Oの周の長さ、辺BCの長さと同じ。
- イ 円Oの周の長さ、辺BCの長さの $\frac{1}{2}$ 倍である。
- ウ 円Oの周の長さ、辺BCの長さの2倍である。
- エ 円Oの周の長さ、辺BCの長さの約 $\frac{1}{3}$ 倍である。
- オ 円Oの周の長さ、辺BCの長さの約3倍である。

(4) 次の図のような、中心角 60° のおうぎ形があります。このおうぎ形の面積は、同じ半径の円の面積の何倍ですか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。



- ア $\frac{1}{2}$ 倍
- イ $\frac{1}{3}$ 倍
- ウ $\frac{1}{4}$ 倍
- エ $\frac{1}{5}$ 倍
- オ $\frac{1}{6}$ 倍

1 出題の趣旨

展開図で示された空間図形について直線や面の位置関係をとらえることができるかどうかをみる。

平面図形の運動による空間図形の構成について理解しているかどうかをみる。

円柱の展開図において底面の円周の長さ^と側面の長方形の辺の長さとの関係を理解しているかどうかをみる。

扇形の面積がその中心角の大きさに比例することを理解しているかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問(1) この問題は、展開図で示された立方体について、2つの面の位置関係（面と面の平行）をとらえることができるかどうかをみるものである。

展開図から空間図形を構成し、直線や平面の位置関係を理解することは、空間図形の考察や計量、実生活における空間の認識に必要である。

設問(2) この問題は、直角三角形をその斜辺以外の一辺を軸として回転させると、円錐が構成されることを理解しているかどうかをみるものである。

空間図形を回転体とみることができることは、空間図形の考察や計量に必要である。

なお、平成19年度調査においても、同趣旨の問題を出題した。

設問(3) この問題は、円柱の展開図において、底面の円周の長さ^と側面の長方形の辺の長さとの関係について理解しているかどうかをみるものである。

展開図の意味を理解し、立体とその展開図について対応する要素間の関係をよくとることは、立体の体積や表面積を求めたり、立体を平面に表して考察したりする際に必要である。

設問(4) この問題は、扇形の面積がその中心角の大きさに比例することを理解しているかどうかをみるものである。

扇形の弧の長さや面積が中心角の大きさに比例することを理解することは、円錐の側面積を求めたり、円周角とそれに対する弧の長さとの関係を考察したりする際に必要である。

■学習指導要領における領域・内容

設問(1) 第1学年 B 図形

(2) 図形を観察、操作や実験を通して考察し、空間図形についての理解を深める。また、図形の計量についての能力を伸ばす。

ア 空間における直線や平面の位置関係を知ること。

設問(2)・設問(3)

第1学年 B 図形

(2) 図形を観察，操作や実験を通して考察し，空間図形についての理解を深める。また，図形の計量についての能力を伸ばす。

イ 空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されているものにとらえたり空間図形を平面上に表現したりすることができること。

設問(4) 第1学年 B 図形

(2) 図形を観察，操作や実験を通して考察し，空間図形についての理解を深める。また，図形の計量についての能力を伸ばす。

ウ 扇形の弧の長さや面積及び基本的な柱体，錐体の表面積と体積を求めることができること。

■評価の観点

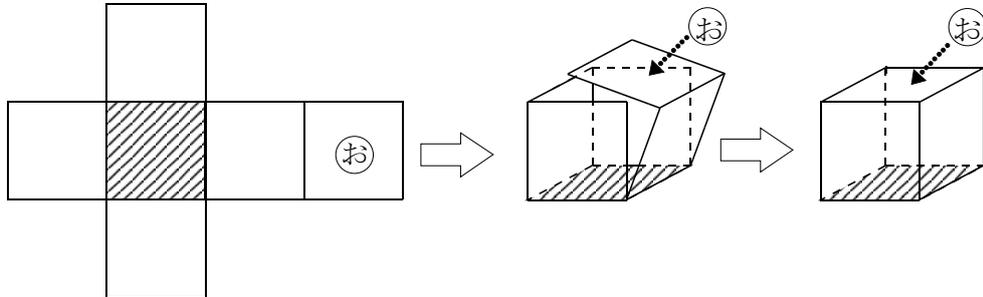
設問(1)・設問(2)・設問(3)・設問(4)

数量，図形などについての知識・理解

3 正答と解説

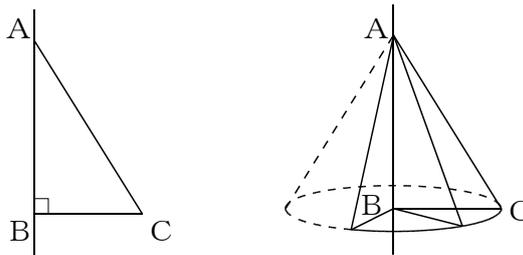
設問(1) ■正答 オ

■解説 図のように，展開図から立方体を構成すると，斜線をつけた面と面(お)は平行になるので，オになる。



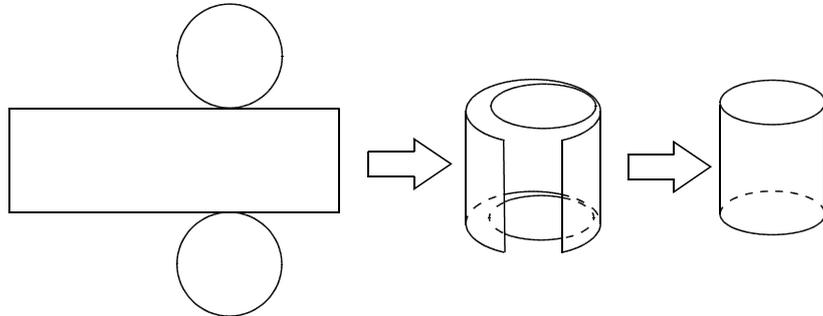
設問(2) ■正答 エ

■解説 直角三角形ABCを図のように辺ABを軸として回転してできる立体は，頂点がAで，底面が辺BCを半径とする円となるので，エになる。



設問(3) ■正答 ア

■解説 展開図から円柱を構成すると、側面の長方形の横の辺は底面の円周に重なり、それらの長さは等しくなるので、アになる。



[誤答例] オ…… 円Oの周の長さと長方形ABCDの辺BCの長さとの関係を、円の周の長さと直径との関係と混同している。

設問(4) ■正答 オ

■解説 同じ半径の扇形の面積は、その中心角の大きさに比例するので、オになる。

4 学習指導に当たって

空間図形の学習では、観察、操作や実験を通して、空間図形に対する直観的な見方や考え方を深めることが大切である。

- ① 展開図で示された空間図形における直線や平面の位置関係を理解できるようにする
空間図形の学習では、展開図から空間図形を構成し、直線や平面の位置関係を理解することが大切である。
指導に当たっては、身の回りにあるいろいろな形をした箱を切り開いたり、再び組み立てたりする操作を繰り返しながら、展開図と空間図形の間を双方向に確認するような活動を取り入れることが考えられる。
- ② 平面図形の運動によって空間図形が構成されているとみることができるようになる
空間図形の性質を調べるには、空間図形が平面図形の運動によって構成されているとみることが大切である。
指導に当たっては、例えば、コンピュータなどを利用することによって、面や線の運動について視覚的にとらえ、空間図形について理解できるようにすることが考えられる。
- ③ 見取図や展開図の特徴とその関係について理解できるようにする
円柱の展開図ではその見取図の側面に当たる部分が長方形であることや、底面の円周と長方形の1辺の長さが等しいことなど、見取図と展開図の特徴やそれらの関係について関連付けて理解することが大切である。
指導に当たっては、展開図から柱体や錐体を実際に組み立て、底面と側面の対応する部分の関係について考察する場面を設定することが考えられる。

④ 扇形の弧の長さや面積を円の周の長さや面積と関連付けて理解できるようにする

円や扇形の学習では、扇形を円の一部としてとらえ、弧の長さや面積がその中心角の大きさに比例することを理解することが大切である。

指導に当たっては、円を折ったり切ったりする活動において、観察、操作や実験を通して、円と扇形を関連付けてとらえる場面を設定することが考えられる。また、円錐の展開図を考える活動においても、扇形の弧の長さや中心角の大きさの関係を確認する場面を設定することが考えられる。

(参考) 平成19・20年度調査との関連

	問題番号	問題の概要	正答率
設問(2)	H19A 5(2)	長方形を1回転させてできる立体を選ぶ	87.2%

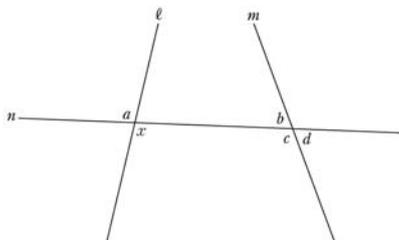
(参考) 過去の調査における正答率

	調査の名称 (実施学年)	正答率
設問(2)	平成15年度小・中学校教育課程実施状況調査 (1学年)	73.5%

6 平面図形の角についての性質

6 次の(1), (2)の各問に答えなさい。

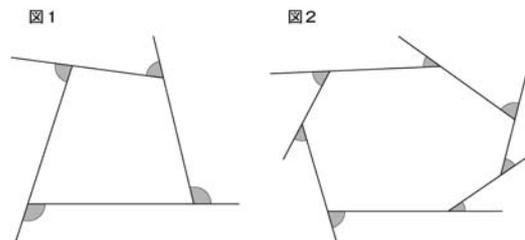
(1) 次の図のように、2つの直線 ℓ , m に1つの直線 n が交わっています。
このとき、 $\angle x$ の同位角について、下のアからオまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。



- ア $\angle x$ の同位角は $\angle a$ である。
- イ $\angle x$ の同位角は $\angle b$ である。
- ウ $\angle x$ の同位角は $\angle c$ である。
- エ $\angle x$ の同位角は $\angle d$ である。
- オ $\angle x$ の同位角は $\angle a$ から $\angle d$ までの中にはない。

(2) 次の図1, 図2は、多角形の各頂点において一方の辺を延長したものです。

この2つの図で、それぞれ印を付けた角 (\triangle) の和を比べるとき、どのようなことがいえますか。下のアからエまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。



- ア 図1で印を付けた角の和と図2で印を付けた角の和は等しい。
- イ 図1で印を付けた角の和の方が大きい。
- ウ 図2で印を付けた角の和の方が大きい。
- エ 図1で印を付けた角の和と図2で印を付けた角の和のどちらが大きいかは、問題の条件からだけでは分からない。

1 出題の趣旨

同位角の意味を理解しているかどうかをみる。
多角形の外角の性質を理解しているかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問(1) この問題は、同位角の意味を理解しているかどうかをみるものである。
同位角や錯角の意味を理解することは、角の位置関係をとらえ、平行線の性質を用いて図形の性質を考察したり、証明したりする際に必要である。

設問(2) この問題は、多角形の外角の性質を理解しているかどうかをみるものである。
多角形の内角や外角の性質を理解することは、図形の性質を考察したり、証明したりする際に必要である。

■学習指導要領における領域・内容

設問(1) 第2学年 B 図形

- (1) 観察，操作や実験を通して，基本的な平面図形の性質を見だし，平行線の性質を基にしてそれらを確認することができるようにする。
ア 平行線や角の性質を理解し，それに基づいて図形の性質を確認することができること。

設問(2) 第2学年 B 図形

- (1) 観察，操作や実験を通して，基本的な平面図形の性質を見だし，平行線の性質を基にしてそれらを確認することができるようにする。
イ 平行線の性質や三角形の角についての性質を基にして，多角形の角についての性質を見いだせることを知ること。

■評価の観点

設問(1)・設問(2)

数量，図形などについての知識・理解

3 正答と解説

設問(1) ■正答 エ

■解説 直線 l と n が交わってできる $\angle x$ に対して，直線 m と n が交わってできる角のうち，同じ位置にある角は $\angle d$ なので，**エ**になる。

[誤答例] オ……直線 l と m が平行ではないので， $\angle x$ の同位角はないと考えている。

設問(2) ■正答 ア

■解説 多角形の外角の和はいつも 360° で一定であるので，**ア**になる。

[誤答例] ウ……多角形では，外角の数が増えるとその和が大きくなると考えている。

4 学習指導に当たって

同位角，錯角などの意味を理解し，平行線の性質，多角形の内角や外角の性質などの基本的な性質を，図形の性質を考察する際に活用することが大切である。

① 2直線に1直線が交わってできる角について理解できるようにする

2直線に1直線が交わってできる角について，同位角や錯角の意味を理解することが大切である。

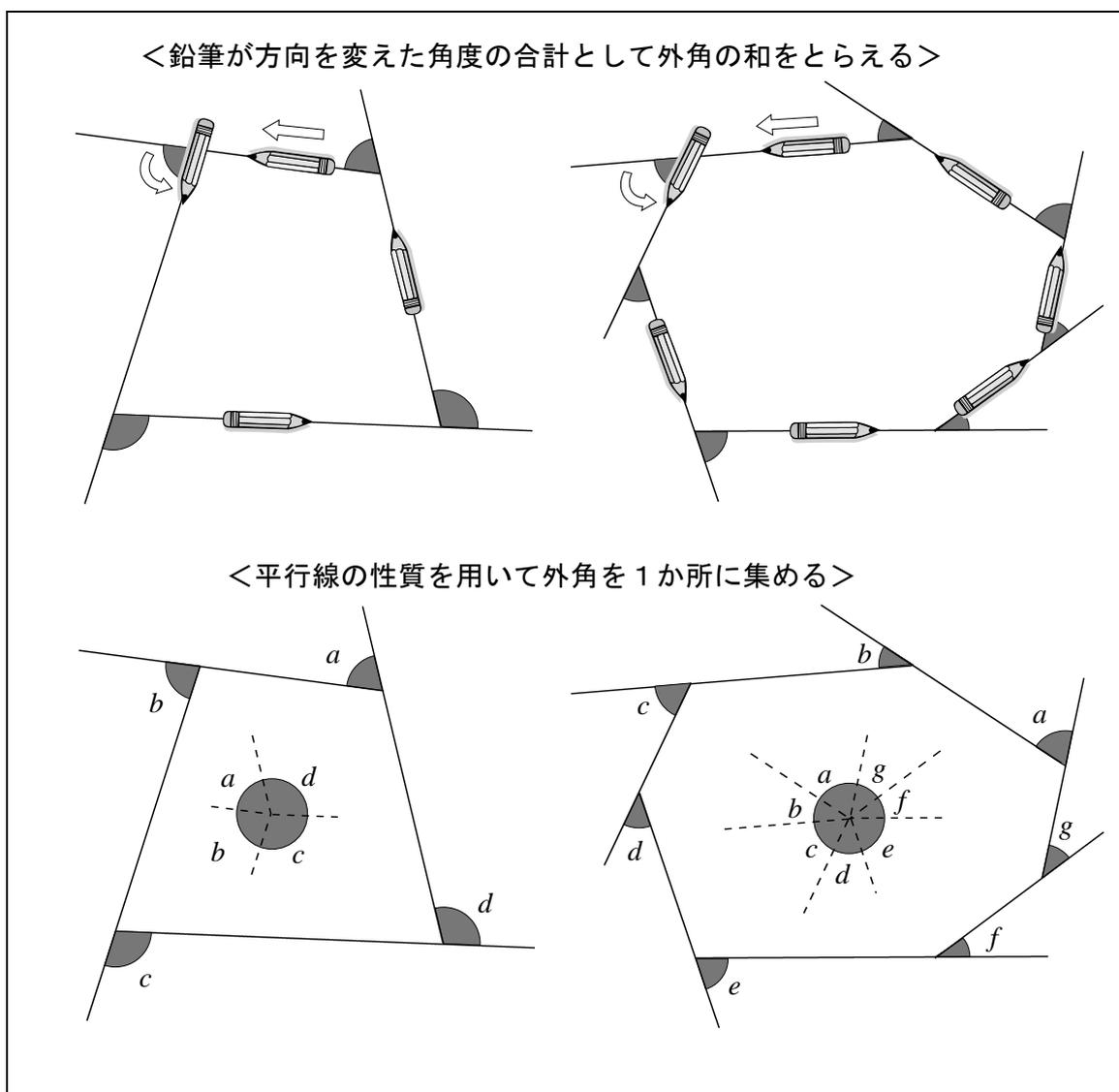
指導に当たっては，2直線に1直線が交わってできる8つの角で，互いに同位角や錯角の関係になっている角を見いだす活動を取り入れることが考えられる。その中で，2直線が平行な場合について，等しくなったり，和が 180° になったりする角の組合せを見いだす場面を設定することが大切である。

② 多角形の外角の和が一定であることを理解できるようにする

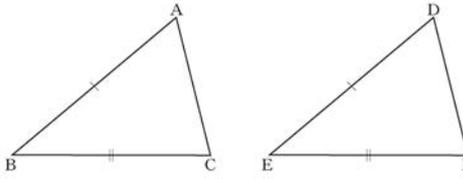
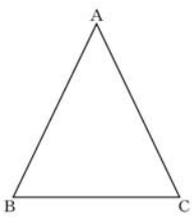
多角形の外角の意味やその和の意味を理解し、それが 360° で一定であることを理解することが大切である。

指導に当たっては、観察、操作や実験を通して多角形の外角の和についての性質を見だし、それを説明する場面を設定することが大切である。例えば、四角形、七角形などの様々な多角形について、それぞれの外角を測ったり集めたりして、外角の和についての性質を見だし、その見いだした性質を文字や式を用いて説明する活動を取り入れることが考えられる。その際、多角形の外角の和は、どの多角形でも 360° で一定になることを理解できるようにすることが必要である。

さらに、多角形の外角の和が一定であることについて、次の図のように、多角形の外角の和を鉛筆が方向を変えた角度の合計としてとらえたり、平行線の性質を用いて外角を1か所に集めたりなどして、その和が一定であることを確かめる活動を取り入れることで、実感を伴って理解できるようにすることも考えられる。



7 三角形の合同条件・図形の性質を記号で表すこと

<p>7 次の(1), (2)の各問いに答えなさい。</p> <p>(1) 次の図で, $\triangle ABC$と$\triangle DEF$が合同であることを証明しようとしています。 $AB = DE$, $BC = EF$であることは分かっています。</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>三角形の合同条件を用いて証明するために, あと1つのようなことが分かればよいですか。下の <input style="width: 50px; height: 15px;" type="text"/> を完成しなさい。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p>・分かっていること $AB = DE$ $BC = EF$ ・分かればよいこと <input style="width: 50px; height: 15px;" type="text"/></p> </div>	<p>(2) 次の図で, $\triangle ABC$は$AB = AC$の二等辺三角形です。</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>二等辺三角形の<u>2つの底角は等しい</u>といえます。 下線部を, 上の図の頂点を表す記号と, 記号\sphericalangle, $=$ を使って表しなさい。</p>
---	---

1 出題の趣旨

三角形の合同条件をもとにして, 2つの三角形が合同であることを判断する際に必要な辺や角の相等関係を指摘できるかどうかをみる。
 図形の性質や条件を, 記号を用いて表すことができるかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問(1) この問題は, 三角形の合同条件をもとにして, 2つの三角形が合同であることを判断する際に必要な辺や角の相等関係を指摘できるかどうかをみるものである。

三角形の合同条件について理解することは, 様々な図形の性質を見だし, その証明の構想を立てたり, 論理的に確かめたりする際に必要である。

設問(2) この問題は、二等辺三角形について2つの底角が等しいことを、記号を用いて表すことができるかどうかをみるものである。

図形についての性質や条件の言葉による表現を記号を用いて表すことや記号で表された内容をよみとることは、様々な図形の性質を見だし、その証明を構想したり、構成したり、振り返ったりする際に必要である。

なお、平成20年度調査では、平行四辺形になるための条件について同趣旨の問題を出題した。

■学習指導要領における領域・内容

設問(1) 第2学年 B 図形

(2) 平面図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察する能力を養う。

イ 三角形の合同条件を理解し、それに基づいて三角形や平行四辺形の性質を論理的に確かめることができること。

設問(2) 第2学年 B 図形

(2) 平面図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察する能力を養う。

ア 証明の意義と方法について理解すること。

イ 三角形の合同条件を理解し、それに基づいて三角形や平行四辺形の性質を論理的に確かめることができること。

■評価の観点

設問(1) 数量，図形などについての知識・理解

設問(2) 数学的な表現・処理

3 正答と解説

設問(1) ■正答 (例1) $AC = DF$
(例2) $\angle ABC = \angle DEF$

■解説 $AB = DE$ ， $BC = EF$ が分かっているので、三角形が合同となるためには、3辺がそれぞれ等しくなればよいので $AC = DF$ が分かればよい。または、2辺とその間の角がそれぞれ等しくなればよいので、 $\angle ABC = \angle DEF$ が分かればよい。

設問(2) ■正答 (例) $\angle ABC = \angle ACB$

■解説 2つの底角は $\angle ABC$ と $\angle ACB$ であり、それらが等しいという関係にあるから、 $\angle ABC = \angle ACB$ になる。

4 学習指導に当たって

三角形の合同条件を理解し、図形の性質を考察する際に活用することが大切である。また、図形の性質や関係を記号で表すことや記号で表された内容をよみとることは、様々な図形の性質を見だし、その証明を構想したり、構成したり、振り返ったりする際に必要である。

① 2つの三角形の合同を証明するために必要な要素を考慮することができるようにする

三角形の合同を証明するには、三角形の合同条件を理解し、2つの三角形の要素の相等関係について与えられた条件から分かることと分からないことを明確にとらえられることが大切である。

指導に当たっては、2つの三角形について相等関係が分かっている要素を確認し、三角形の合同条件と照らし合わせ、さらにどの要素の相等が分かればよいかを考える場面を設定することが考えられる。

② 辺や角などについての関係を、記号を用いて正しく表すことができるようにする

図形の性質の考察では、辺や角などについての関係を記号を用いて簡潔に表すことが必要である。図形の構成要素間の関係を記号で表したり、記号で表された内容をよみとったりして、考察に生かすことが大切である。

指導に当たっては、図形の性質の証明において、仮定や結論を記号で表して証明を構想したり、構成したりすることや、記号で表された事柄をよみとり、正しく説明できるようにすることなどが考えられる。

(参考) 平成19・20年度調査との関連

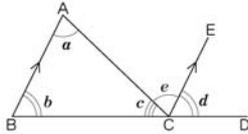
	問題番号	問題の概要	正答率
設問(2)	H20A 7	平行四辺形になるための条件を、記号を用いて表す	58.2%

8 証明の意義

8 ある学級で、「三角形の内角の和は 180° である」ことの証明について、次の①、②を比べて考えています。

①

下の図の $\triangle ABC$ で、
辺BCを延長した直線上の点をDとし、点Cを通り辺BAに平行な直線CEをひく。



平行線の錯角は等しいから、 $\angle a = \angle e$
平行線の同位角は等しいから、 $\angle b = \angle d$
したがって、

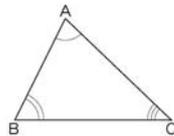
$$\angle a + \angle b + \angle c = \angle e + \angle d + \angle c = 180^\circ$$

よって、三角形の内角の和は 180° である。

②

下の図の $\triangle ABC$ で、
3つの角の大きさをそれぞれ測ると、

$$\begin{aligned} \angle A &= 72^\circ \\ \angle B &= 64^\circ \\ \angle C &= 44^\circ \end{aligned}$$



したがって、

$$\angle A + \angle B + \angle C = 72^\circ + 64^\circ + 44^\circ = 180^\circ$$

よって、三角形の内角の和は 180° である。

どんな三角形でも内角の和は 180° であることの証明について、
下のAからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

A ①も②も証明できている。

I ①は証明できているが、②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

U ①は証明できているが、②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめても証明したことにはならない。

E ①も②も形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

O ①は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになるが、②はそれでも証明したことにはならない。

1 出題の趣旨

証明の意義について理解しているかどうかをみる。

この問題は、実測や操作など帰納的な方法による説明と演繹的な推論による証明の違いに着目して、証明の意義を理解しているかどうかをみるものである。

証明の意義を理解することは、数学的な推論の意味を理解し、数や図形の性質を見いだしたり、証明したりするために必要である。また、実生活において事柄を筋道立てて考えたり説明したりする際にも必要である。

なお、証明の意義については、平成19年度調査では、「証明は、命題が例外なしに成り立つことを明らかにする方法であること」に焦点を当てた問題を出題し、平成20年度調査では、「証明をするためにかかれた図は、すべての代表として示されている図であること」に焦点を当てた問題を出題した。

■学習指導要領における領域・内容

第2学年 B 図形

- (1) 観察，操作や実験を通して，基本的な平面図形の性質を見だし，平行線の性質を基にしてそれらを確認することができるようにする。
 - ア 平行線や角の性質を理解し，それに基づいて図形の性質を確認することができること。
- (2) 平面図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ，論理的に考察する能力を養う。
 - ア 証明の意義と方法について理解すること。

■評価の観点

数量，図形などについての知識・理解

2 正答と解説

■正答 ウ

■解説 ①は演繹的な推論による証明であり，②は実測による帰納的な方法による説明であるので，ウになる。

3 学習指導に当たって

① 帰納と演繹の違いを理解し，証明の意義についての理解を深められるようにする

帰納的な方法は，図形の性質や関係を見いだしたり，個々の具体的な図形を考察したりする方法としては大切であるが，その見いだした個々の図形の性質や関係の一般性を保証するものではない。このような帰納的な方法の役割と限界を理解し，演繹的な推論による証明により命題が例外なしに成り立つことを明らかにできるということの理解を深めることが大切である。

指導に当たっては，演繹的な推論による証明だけでなく帰納的な方法も取り入れ，それぞれのもつ役割を理解できるようにすることが考えられる。例えば，円周角の定理を学習する場面で，いろいろな場合について図をかいて，1つの弧に対する円周角の大きさが等しいことや円周角の大きさが中心角の大きさの半分になることを帰納的に予想し，そのことを演繹的に証明する方法を考え，それぞれの場面で用いた推論の方法とその違いを確認する機会を設定することなどが考えられる。

(参考) 平成19・20年度調査との関連

問題番号	問題の概要	正答率
H19A[7]	証明の意義や必要性について，正しいものを選ぶ	73.6%
H20A[8]	証明で用いられている図が考察対象の図形の代表であることについての正しい記述を選ぶ	58.3%

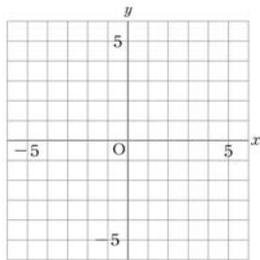
9 比例定数の意味・座標・比例の表

9 次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 比例 $y = 3x$ の x の値とそれに対応する y の値の関係について、下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア x の値と y の値の和は、いつも3である。
- イ y の値から x の値をひいた差は、いつも3である。
- ウ x の値と y の値の積は、いつも3である。
- エ x の値が0でないとき、 y の値を x の値でわった商は、いつも3である。

(2) 点(2, 3)を、解答用紙の図の中に●印で示しなさい。



(3) 下のアからエまでの表の中に、 y が x に比例する関係を表したものがありません。それを1つ選びなさい。

ア

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-6	-3	0	3	6	9	12	...

イ

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-12	-8	-4	0	4	8	12	...

ウ

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	4	3	2	1	0	-1	-2	...

エ

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	9	4	1	0	1	4	9	...

1 出題の趣旨

比例定数の意味を理解しているかどうかをみる。
 座標平面上に点の位置を示すことができるかどうかをみる。
 比例の関係を表す表の特徴を理解しているかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問(1) この問題は、比例定数の意味を理解しているかどうかをみるものである。
 比例定数の意味について理解し、比例の関係を表す式から変化や対応の特徴をとらえることは、反比例、一次関数、関数 $y = ax^2$ などの関数の学習に必要である。

設問(2) この問題は、座標平面上に点の位置を示すことができるかどうかをみるものである。
 座標平面上に点の位置を示すことは、比例や反比例、一次関数、関数 $y = ax^2$ などの学習において、式からグラフをかいたり、グラフを式に表したりする際に必要である。

設問(3) この問題は、比例の関係を表す表の特徴を理解しているかどうかをみるものである。

比例の関係を表す表の特徴を理解することは、比例や反比例、一次関数、関数 $y = ax^2$ などの関数の特徴を、式やグラフによる表現と関連付けて理解する際に必要である。また、具体的な事象の数量関係を考察する際にも必要である。

■学習指導要領における領域・内容

設問(1) 第1学年 C 数量関係

- (1) 具体的な事象の中にある二つの数量の変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす。
ア 比例、反比例の意味を理解すること。

設問(2) 第1学年 C 数量関係

- (1) 具体的な事象の中にある二つの数量の変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす。
イ 座標の意味を理解すること。

設問(3) 第1学年 C 数量関係

- (1) 具体的な事象の中にある二つの数量の変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす。
ウ 比例、反比例を表、式、グラフなどで表し、それらの特徴を理解すること。

■評価の観点

設問(1)・設問(2)・設問(3)

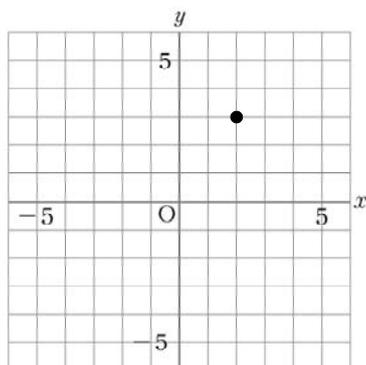
数量、図形などについての知識・理解

3 正答と解説

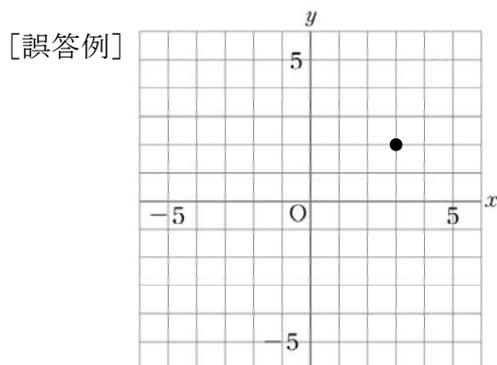
設問(1) ■正答 エ

■解説 y が x に比例するとき、一般に a を比例定数として、 $y = ax$ または、 $\frac{y}{x} = a$ という式で表される。これは x の値が0でないとき、 y の値を x の値でわった商が、比例定数 a になることを表していることから、エになる。

設問(2) ■正答



■解説 平面上にある点の位置は、一般に、交わる2本の数直線を軸として、その点に2つの数の組を対応させることによって表現できる。本問題では、 x 座標が2、 y 座標が3であることから、上のグラフのようになる。



…… x 座標と y 座標の位置を混同している。

設問(3) ■正答 イ

■解説 x の値が0のときに対応する y の値が0であることと、 x の値が0でないとき、 y の値をそれに対応する x の値でわったときの値がいつも一定となることから、イになる。

4 学習指導に当たって

比例の学習では、比例定数の意味を理解し、表、式、グラフによる表現を相互に関連付けながら比例の意味理解を深めることが大切である。

① 比例定数の意味を理解できるようにする

小学校第6学年では、比例の意味を理解し、簡単な場合について表やグラフなどを用いて、その特徴を調べることを学習している。中学校では、変数とその変域を明確に意識し、表から変数 x 、 y の関係を見だし、その関係を $y = ax$ または $\frac{y}{x} = a$ という式に表すことや、これらの式における比例定数 a の意味を理解することが大切である。

指導に当たっては、比例する2つの数量の関係を次のような表で表し、 x の値が0や負の数の場合も含め、 x と y の対応関係をとらえる活動を取り入れることが考えられる。また、 x の値が整数ではないときや、100や1000などの大きい数のときにも、比例定数を利用することで対応する y の値を簡単に求めることができるなど、比例定数のよさを感じ得できるようにすることが大切である。

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…	-9	-6	-3	0	3	6	9	…

② 座標平面上に点の位置を示すことができるようにする

平面上にある点の位置は、一般に、交わる2本の数直線を軸として、その点に2つの数の組を対応させることによって表現できることを理解することが大切である。

指導に当たっては、地図や座席表などの身近なものに関連付けながら座標の意味を理解できるようにすることが考えられる。その際、 $(2, 3)$ と $(3, 2)$ を表す点を座標平面上にとり、それらを対比することなどを通して、 x 座標と y 座標の数が入れかわると、異なる位置を表すことを確認する場面を設定することが考えられる。

③ 比例と比例でないものとの比較を通して比例の性質の理解を深められるようにする

伴って変わる2つの数量が比例かどうかを表から判断するためには、 x の値が0のとき対応する y の値は0になること、 x の値が0でないとき y の値を対応する x の値でわった商が一定になること、また、 x の値を2倍、3倍、……にすると、それに対応する y の値は2倍、3倍、……になるなどの比例の性質を、表からよみとることが大切である。

指導に当たっては、例えば、設問(3)で、比例の表と反比例や一次関数などの表とを、 x の値が0のときの y の値、 x と y の対応関係、 x が変化したときの y の変化の様子などの観点から比較することによって、比例の性質の理解を確かなものにする場面を設定することが考えられる。

10 反比例の意味と式

10 次の(1), (2)の各問いに答えなさい。

(1) y が x に反比例するものを, 下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

ア 面積が 60 cm^2 の長方形で, 縦の長さが $x \text{ cm}$ のときの横の長さ $y \text{ cm}$

イ 1辺の長さが $x \text{ cm}$ である正方形の面積 $y \text{ cm}^2$

ウ 100 ページの本を, x ページ読んだときの残りのページ数 y ページ

エ 1冊80円のノートを x 冊買ったときの代金 y 円

オ $x \text{ m}$ のリボンを3人で同じ長さに分けたときの1人分の長さ $y \text{ m}$

(2) 下の表は, y が x に反比例する関係を表したものです。 y を x の式で表しなさい。

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-2	-3	-6	X	6	3	2	...

1 出題の趣旨

具体的な事象で, 2つの数量の関係が反比例の関係になることを理解しているかどうかをみる。

反比例の表から, x と y の関係を式で表すことができるかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問(1) この問題は, 具体的な事象における2つの数量の関係が, 反比例の関係になることを理解しているかどうかをみるものである。具体的な事象における2つの数量の関係が反比例の関係になるものを見いだすには, 取り出した2つの数量の関係がどのような式で表されるかなどを考える必要がある。

これは, 一次関数, 関数 $y = ax^2$ などの学習において必要である。また, 関数関係を用いて具体的な事象や場面を考察したり, 予測したりする際にも必要である。

設問(2) この問題は、反比例の表から、変化や対応の特徴をとらえ x と y の関係を $y = \frac{a}{x}$ の式で表すことができるかどうかをみるものである。

表から式を求めることは、具体的な事象を数学的に考察し、処理する際に必要である。

■学習指導要領における領域・内容

設問(1) 第1学年 C 数量関係

- (1) 具体的な事象の中にある二つの数量の変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす。
ア 比例、反比例の意味を理解すること。

設問(2) 第1学年 C 数量関係

- (1) 具体的な事象の中にある二つの数量の変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす。
ウ 比例、反比例を表、式、グラフなどで表し、それらの特徴を理解すること。

■評価の観点

設問(1) 数量、図形などについての知識・理解

設問(2) 数学的な表現・処理

3 正答と解説

設問(1) ■正答 ア

■解説 y が x に反比例する関係は、 $y = \frac{a}{x}$ の式で表される。「面積が 60 cm^2 の長方形で、縦の長さが $x \text{ cm}$ のときの横の長さ $y \text{ cm}$ 」を式に表すと $y = \frac{60}{x}$ となることから、アになる。

設問(2) ■正答 $(y =) \frac{6}{x}$

■解説 y が x に反比例する関係は、 $y = \frac{a}{x}$ の式で表される。表の中の x の値とそれに対応する y の値を式に代入すると $a = 6$ になるので、 $y = \frac{6}{x}$ になる。

4 学習指導に当たって

反比例の学習では、具体的な事象における2つの数量の変化や対応について、表、式、グラフによる表現を相互に関連付けながら調べるなどして、その理解を深めることが大切である。

① 具体的な事象において反比例の関係を見だし、式に表すことができるようにする

具体的な事象における2つの数量の関係が反比例であることを見いだして式に表すことは、反比例の関係を理解するとともに、関数関係を見いだして表現し、それを考察する上で大切である。

指導に当たっては、反比例の式が $y = \frac{a}{x}$ で表されることを理解できるようにした上で、具体的な事象から2つの数量 x と y を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、2つの数量の関係が $y = \frac{a}{x}$ の式で表されるかどうかを検討する場面を設定することが考えられる。

② 反比例の特徴を用いて、表から式をつくることができるようにする

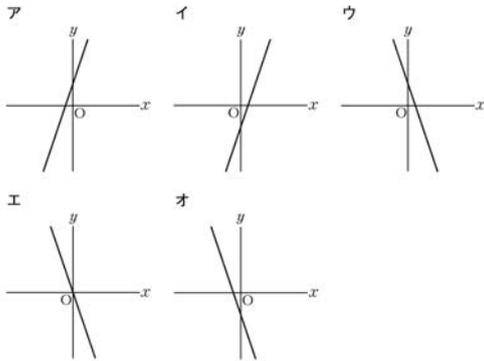
反比例の学習では、表、式、グラフによる表現を相互に関連付けて、伴って変わる2つの数量の変化や対応を観察し、その特徴を見いだすことが大切である。

指導に当たっては、例えば、設問(2)で、反比例では、対応する x と y の値の積が一定になることや、その値が比例定数と等しくなることを、表と式を関連付けて理解できるようにすることが考えられる。その際、対応する x と y の値を式 $y = \frac{a}{x}$ に代入し、比例定数を求めることができるようにすることも大切である。

11 一次関数のグラフと式

11 次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 下のアからオまでの中に、傾きが -3 、切片が 2 である一次関数のグラフがあります。それを1つ選びなさい。



(2) 水が 5 ℓ入っている水そうに、毎分 3 ℓの割合で、いっぱいになるまで水を入れます。水を入れ始めてから x 分後の水そうの水の量を y ℓとすると、 y を x の式で表しなさい。

(3) 真一さんは、次のような、一次関数を学習したときのメモの一部を見つけました。そこで、このメモから x と y の関係がどのような式で表されていたかを考えました。

この x と y の関係を表す式を、下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

一次関数の

x	1	
y	-2	-5

この表から求めた式は $y =$
変化の割合は、 -3 である。

ア $y = 3x + 1$

イ $y = -3x - 2$

ウ $y = -2x - 5$

エ $y = -2x - 3$

オ $y = -3x + 1$

1 出題の趣旨

一次関数のグラフについて理解しているかどうかをみる。
 具体的な事象における一次関数の関係を式に表すことができるかどうかをみる。
 条件をもとに一次関数の式を求めることができるかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問(1) この問題は、傾き及び切片の値とグラフとの対応から一次関数のグラフの特徴を理解しているかどうかをみるものである。

一次関数のグラフの特徴を理解することは、比例のグラフの特徴をとらえ直したり、関数 $y = ax^2$ のグラフについて学習したりする際に必要である。

なお、平成19年度調査においても、同趣旨の問題を出題した。

設問(2) この問題は、具体的な事象から変化や対応の特徴をとらえ、 x と y の関係を $y = ax + b$ の式で表すことができるかどうかをみるものである。

具体的な事象における関数関係を見だし式に表すことは、事象を数学的に考察し処理する際に必要である。

設問(3) この問題は、一次関数における変化の割合や対応する x と y の値の組をもとに、 x と y の関係を表す式を求めることができるかどうかをみるものである。このことは、事象を数学的に考察し処理する際に必要である。

■学習指導要領における領域・内容

設問(1)・設問(3)

第2学年 C 数量関係

(1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、一次関数について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を養う。

イ 一次関数のとる値の変化の割合とグラフの特徴を理解するとともに、一次関数を利用できること。

設問(2) 第2学年 C 数量関係

(1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、一次関数について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を養う。

ア 事象の中には一次関数を用いてとらえられるものがあることを知ること。

■評価の観点

設問(1)・設問(3)

数量，図形などについての知識・理解

設問(2) 数学的な表現・処理

3 正答と解説

設問(1) ■正答 ウ

■解説 傾きが -3 であることから直線は右下がりになり、グラフの切片が 2 であることから直線と y 軸との交点の y 座標は正である。したがって、ウになる。

設問(2) ■正答 $(y =) 3x + 5$

■解説 「毎分 3l の割合」は、1分ごとに水の量が 3l ずつ増えることを表しているので、変化の割合は 3 である。また、「水が 5l 入っている」ことから $x = 0$ のとき $y = 5$ である。したがって、 $y = 3x + 5$ になる。

設問(3) ■正答 オ

■解説 メモより、求める式は一次関数であるから、 $y = ax + b$ の式で表すことができる。変化の割合は -3 である。また、表より $x = 1$ のとき $y = -2$ であることから、 $b = 1$ である。したがって、一次関数の式は $y = -3x + 1$ になるので、オになる。

4 学習指導に当たって

一次関数の学習では、具体的な事象における2つの数量の変化や対応について、表、式、グラフを相互に関連付けながら調べ、一次関数についての理解を深めることが大切である。

① 一次関数のグラフの傾きと切片の意味を理解できるようにする

一次関数のグラフの傾きと切片の意味を、グラフの形状と関連付けて理解することが大切である。特に、グラフの傾きはグラフ上の2点間の水平方向の増加量と垂直方向の増加量の割合によって表されることや、傾きの値が水平方向に1増加したときの垂直方向の増加量を表していることを理解することが大切である。

指導に当たっては、例えば、 $y = ax + 2$ で a の値を様々に変えたときのグラフを比較し a の値によってグラフの傾き具合が決まることや、 a の値を 2, 1, 0, -1 …… と 1 ずつ小さくしていき、 a の値が負の数するときグラフが右下がりになることを理解できるようにすることが考えられる。また、切片についても、切片の値がグラフと y 軸との交点の y 座標を表していることや、切片の値の変化に伴ってグラフが上下に平行移動することを理解できるようにすることも考えられる。以上のような活動を通して、傾きと切片が決まれば一次関数のグラフが決まることを理解できるようにすることが大切である。

② 具体的な事象における2つの数量の関係を式に表すことができるようにする

具体的な事象の中から2つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、2つの数量の関係を式に表すことができることが大切である。

指導に当たっては、問題場面を図に表したり、数量の関係を表に表し、変化や対応の様子を調べたりするなど、図や表を利用して数量の関係を調べる活動を取り入れる場面を設定することが考えられる。例えば、設問(2)で、1分ごとの水そうの水の量を次のような表に表し、その変化の様子を調べる場面を設定することが考えられる。

x	0	1	2	3	4	5	…
y	5	8	11	14	17	20	…

③ 一次関数の式の意味を表と関連付けて理解できるようにする

一次関数の式を求めるためには、 $y = ax + b$ の a と b を求めればよいことを明らかにし、それらと表とを関連付けることが大切である。例えば、表の中で、 x が 1 増加したときの y の増加量が a を表していることや、 $x = 0$ のときの y の値が b であることを理解することが大切である。

指導に当たっては、一次関数の表から変化の割合をよみとったり、逆に、変化の割合をもとにして表に示されていない値を求めたりするなど、双方向の活動を取り入れ、表と式とを関連付けて考察する場面を設定することが考えられる。

(参考) 平成19・20年度調査との関連

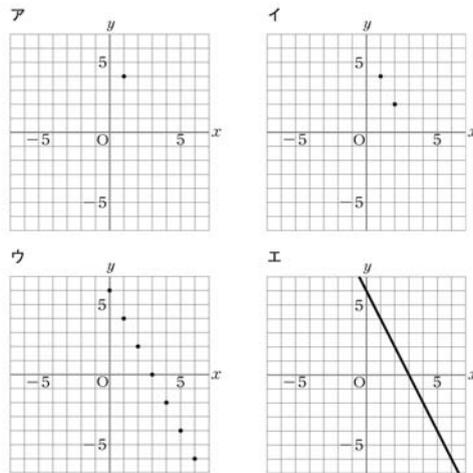
	問題番号	問題の概要	正答率
設問(1)	H19A[11](2)	一次関数のグラフを選ぶ	60.4%

(参考) 過去の調査における正答率

	調査の名称 (実施学年)	正答率
設問(3)	平成13年度小中学校教育課程実施状況調査 (2学年)	55.5%

12 二元一次方程式のグラフ

12 下のアからエまでの中に、二元一次方程式 $2x + y = 6$ の解を座標とする点の全体を表したものがありません。それを1つ選びなさい。



1 出題の趣旨

二元一次方程式の解を座標とする点の集合は、直線として表されることを理解しているかどうかをみる。

この問題は、 $2x + y = 6$ の解を座標とする点の集合は、直線として表されることを理解しているかどうかをみるものである。

このことは、連立二元一次方程式の解が2直線の交点の座標と一致することなど、連立二元一次方程式の解の意味を視覚的にとらえる際に必要である。

■学習指導要領における領域・内容

第2学年 C 数量関係

(1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、一次関数について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を養う。

ウ 二元一次方程式を関数を表す式とみることができること。

■評価の観点

数量，図形などについての知識・理解

2 正答と解説

■正答 エ

■解説 二元一次方程式の解を座標とする点の集合は直線になることから，グラフはエになる。

3 学習指導に当たって

二元一次方程式の解を座標とする点の集合が，一次関数のグラフと一致して直線になることの理解を通して，方程式と関数を相互に関連付けて考察することが大切である。

① 二元一次方程式の解の集合が直線になることを理解できるようにする

二元一次方程式 $ax + by + c = 0$ ($b \neq 0$) では， x のとる値を1つ決めれば，それに対応して y の値が1つ決まる。このことから，その解は無数にあり，この式が x と y の間の関数関係を表す式であることを理解することが大切である。

指導に当たっては，例えば，二元一次方程式を満たす x ， y の値の組を座標とする点を座標平面上に x の値が整数値以外の場合も含めて多数とり，それらの点が直線上に並ぶことを確認する場面を設定することが考えられる。その上で，二元一次方程式を y について解いた式に変形することによって，二元一次方程式の解を座標とする点の集合が一次関数のグラフと一致し，直線になることを理解できるようにすることも大切である。

② 方程式と関数を相互に関連付けてとらえることができるようにする

二元一次方程式が関数関係を表す式であるととらえ，方程式と関数を相互に関連付けてとらえることが大切である。

指導に当たっては，二元一次方程式の解を座標とする点の集合は，座標平面上では直線として表すことができることを理解できるようにするだけでなく，直線上の点の座標は方程式を満たす x と y の値の組であることを理解できるようにすることが大切である。そして，連立二元一次方程式では，それぞれの方程式の解を座標とする点の集合が2つの直線となることを振り返り，2直線の交点の座標が2つの方程式を同時に成り立たせる解であることを理解できるようにすることが大切である。

13 確率の意味と確率の求め方

13 次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 次のようなAとBの画びょうがあります。この2種類の画びょうを投げるとき、どちらが上向きになりやすいかを実験で調べました。



下の表は、Aを1500回、Bを2000回投げた結果です。

	上向きの回数	下向きの回数	投げた回数
A	831	669	1500
B	1073	927	2000

どちらの画びょうが上向きになりやすいかを調べるには、この結果をどのように比べればよいですか。下のAからEまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア 上向きの回数を比べる。
- イ 下向きの回数を比べる。
- ウ 上向きの回数と下向きの回数の差を比べる。
- エ 投げた回数に対する上向きの回数の割合を比べる。

(2) 大小2つのさいころがあります。この2つのさいころを同時に投げるとき、出る目の数の和が7になる確率を求めなさい。ただし、どちらのさいころも1から6までの目の出方は同様に確からしいものとします。

1 出題の趣旨

不確定な事象の起こり得る程度を、確率の意味にもとづいて割合で比較できることを理解しているかどうかをみる。

事象の起こる確率を求めることができるかどうかをみる。

2 各設問の趣旨

設問(1) この問題は、「画びょうが上向きになる程度」を、確率の意味にもとづいて割合で比較できることを理解しているかどうかをみるものである。ここでは、「ある試行を多数回繰り返したとき、全体の試行回数に対するある事象の起こる回数の割合は、ある安定した値をとる」ことをもとにして確率の意味を理解していることが求められる。

このような考え方をを用いて、不確定な事象の起こりやすさを割合で比較して考えることは、実生活での不確定な事象を考察する際に必要である。

設問(2) この問題は、事象の起こる確率を求めることができるかどうかをみるものである。ここでは、起こり得る場合を二次元表などを利用して整理し、正しく数え上げることが求められる。

同様に確からしいことをもとにして簡単な確率を求めることは、高等学校における確率の学習、及び実生活での不確定な事象を考察する際に必要である。

■学習指導要領における領域・内容

設問(1)・設問(2)

第2学年 C 数量関係

- (2) 具体的な事象についての観察や実験を通して、確率について理解する。
イ 不確定な事象が起こり得る程度を表す確率の意味を理解し、簡単な場合について確率を求めることができること。

■評価の観点

設問(1) 数量，図形などについての知識・理解

設問(2) 数学的な表現・処理

3 正答と解説

設問(1) ■正答 エ

■解説 あることがらの起こりやすさを判断するには、多数回の試行の結果にもとづいて、ある事柄が起こった回数を全体の回数でわると求められることから、エになる。

設問(2) ■正答 $\frac{1}{6}$

■解説 起こり得る場合の総数は36通りであり、出る目の数の和が7になるのは6通りあるので、確率は $\frac{1}{6}$ になる。

4 学習指導に当たって

不確定な事象が起こり得る程度を考察する際には、確率を「同様に確からしい（起こり得るどの場合も同様に期待される）」ということにもとづいて数学的に求めたり、多数回の試行にもとづいて統計的に求めたりする方法があることを理解することが大切である。

① 実験を通して、事象の起こり得る程度を比較することができるようにする

ある事象が起こり得る程度を、実験を通して調べるためには、多数回試行したとき、その事象が起こる回数の全体に占める割合を考えることが大切である。

指導に当たっては、画びょうやペットボトルのふたを投げるなどの実験を通して、全体の試行に対する事象の起こる割合が、多数回の試行によってある安定した値をとることを実感できるようにすることが大切である。事象が起こり得る程度は、この割合を用いて表されることを理解できるようにすることが必要である。

② 事象の起こりやすさを割合に着目して比較できるようにする

数量の大きさの比較を行う場合、両者の関係を差でとらえる場合と割合でとらえる場合がある。事象の起こりやすさを比較する際には、その事象の起こる回数が試行全体に占める割合に着目する必要があることを理解することが大切である。

指導に当たっては、試行回数が異なるときには、設問(1)の上向きの回数と下向きの回数のように、事象の起こる回数が多くても全体に対する割合が小さくなる場合があることや、両者の回数の差の大小と割合の大小とが一致しない場合があることを、具体的な事例を取り上げながら確認する活動を取り入れることが考えられる。

③ 確率を求めることができるようにする

事柄が起こる確率を数学的に求める場合、「同様に確からしい」ということの意味を理解すること、及び起こり得る場合を正しく数え上げることが大切である。

指導に当たっては、例えば、2つのさいころを投げたときに、目の数の和が2になる場合と5になる場合とを比較するなどの活動を通して、「同様に確からしい」とはいえない場合についても実感を伴って理解できるようにすることが考えられる。また、起こり得る場合について、樹形図や二次元表を使って正しく数え上げることができるようにすることが大切である。

調査問題の解説

B 主として「活用」に関する問題

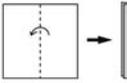
1 事象の数学的な解釈と判断（紋切り遊び）

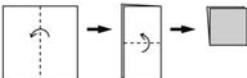
1 江戸時代から親しまれてきた遊びに「紋切り遊び」があります。正方形の紙を何度か折り重ね、その紙を切って開くと、きれいな模様を切り絵ができます。その遊び方には、次のようなものがあります。

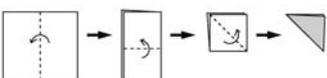


遊び方

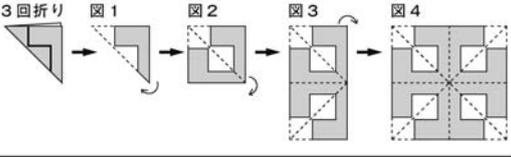
正方形の紙を、下の図の1回折り、2回折り、3回折りのいずれかの折り方で折ります。

1回折り 

2回折り 

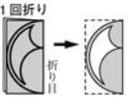
3回折り 

例えば、下の図の3回折りの紙を太線（——）で切り、図1から図2、図3のように順に開いていくと、図4の模様ができます。



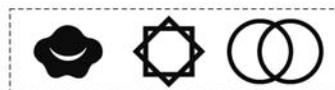
次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 右の図の1回折りの紙を太線で切って開きます。このときにできる模様が、下のアからオまでの中にあります。それを1つ選びなさい。



ア  イ  ウ  エ  オ 

(2) 「紋切り遊び」のできる模様を集めたグループは、下のア、イのどちらですか。それを選びなさい。また、これらの模様を参考に、「紋切り遊び」のできる模様だけにみられる図形の性質を説明しなさい。

ア 

イ 

(3) 下のアからオまでの中に、3回折りの紙を切って開いた模様があります。それを1つ選びなさい。

ア  イ  ウ  エ  オ 

1 出題の趣旨

与えられた情報をよみ、次のことができるかどうかをみる。

- ・事象を図形に着目して観察し、その特徴を的確にとらえること
- ・事柄の特徴を数学的な表現を用いて説明すること
- ・事象を数学的に解釈すること

「紋切り遊び」の遊び方をもとに、1回折りや3回折りの紙を切って開いたときにできる模様を指摘し、「紋切り遊び」のできる模様だけにみられる図形の性質を説明する問題である。この問題では、「紋切り遊び」の遊び方やそれによってできる模様の特徴を的確にとらえ、その特徴を数学的な表現を用いて説明したり、解釈したりすることが必要である。

2 各設問の趣旨

設問(1) 与えられた「紋切り遊び」の1回折りの紙を切って、それを開いたときにできる模様を指摘する問題である。ここでは、「紋切り遊び」の遊び方に書かれていることを図形に着目して観察し、その特徴を的確にとらえることが求められる。1回折りの紙を切って開いたときにできる模様として、折り目の両側がぴったりと重なる模様を指摘できるかどうかをみるものである。

設問(2) 「紋切り遊び」でできる模様を集めたグループを指摘し、「紋切り遊び」でできる模様だけにみられる図形の性質を説明する問題である。ここでは、「紋切り遊び」でできる模様の特徴を的確にとらえ、数学的な表現を用いて説明することが求められる。「紋切り遊び」でできる模様だけにみられる図形の性質として、対称軸をもつことなどを記述できるかどうかをみるものである。

設問(3) 「紋切り遊び」で、3回折りの紙を切って開いたときにできる模様を指摘する問題である。ここでは、「紋切り遊び」の遊び方やそれによってできる模様の特徴を数学的に解釈することが求められる。3回折りの紙を切って開いたときにできる模様の対称軸は4本であることをもとにして、その模様を指摘できるかどうかをみるものである。

■学習指導要領における領域・内容

設問(1)・設問(2)・設問(3)

第1学年 B 図形

(1) 基本的な図形を見通しをもって作図する能力を伸ばすとともに、平面図形についての理解を深める。

ア 線対称，点対称の意味を理解するとともに，対称性に着目して平面図形についての直観的な見方や考え方を深めること。

■評価の観点

設問(1) 数量，図形などについての知識・理解

設問(2)・設問(3)

数学的な見方や考え方

3 正答と解説

設問(1) ■正答 エ

■解説 1回折りの模様は、折り目の両側がぴったりと重なるので線対称な図形である。したがって、エになる。

設問(2) ■正答 アを選択し、次のような説明を記述しているもの。
(例) 「紋切り遊び」でできる模様だけにみられる図形の性質は、対称軸をもつことである。

■解説

- ①アを選択し、次の(a), (b)を記述しているものを正答(◎)とする。
(a)『紋切り遊び』でできる模様だけにみられる図形の性質は」などの主部。
(b)「対称軸をもつ」や「線対称である」などの述部。
- ②(b)のみを記述しているものは、線対称についての性質を示しているので、正答(○)とする。
- ③上記①, ②で、(b)を「左右対称」のように記述しているものは、線対称についての性質を把握できていると判断できるので、正答(○)とする。
- ④上記①, ②で、(b)を「折るとぴったり重なる。」というような操作的な表現で記述しているものは、この表現によって線対称についての性質を示していると判断できるので、正答(○)とする。

設問(3) ■正答 ウ

■解説 3回折りの紙を切って開いた模様は、対称軸を4本もつ。選択肢の中で対称軸を4本もつものは、ウになる。

4 学習指導に当たって

実生活の場面では、日常的な事象を図形に着目して観察し、考察することが必要になることがある。その際、事象を図形に着目して観察し、その特徴を的確にとらえ、数学的な表現を用いて説明することが大切である。そうすることで、数学を用いて事象をとらえ直すことができるようになる。

① 日常的な事象を図形に着目して観察し、その特徴を的確にとらえられるようにする

実生活の場面で見ると日常的な事象を形や大きさ、位置関係に着目して観察し、その特徴をとらえることは大切である。そのように図形に着目して観察することで、図形の性質を用いて特徴をよりの確にとらえたり、問題を解決したりすることができるようになる。

指導に当たっては、日常的な事象を図形に着目して観察したり、紙や模型などを実際に操作したりする活動を取り入れることで、その特徴をとらえられるようにすることが必要である。例えば、本問題のように、実際に「紋切り遊び」を試してできた模様を、図形としてどんな特徴が見いだせるかを確かめる活動を取り入れることは有効である。さらに、見いだした特徴をもとに、「紋切り遊び」でできる図形を身の回りから見つけたり、自分で考えたりする活動も考えられる。このような活動を通して、様々な日常的な事象を数学的にとらえようとする意欲や態度を養う場面を設定することも大切である。

② 事柄の特徴を的確にとらえ数学的な表現を用いて説明できるようにする

日常的な事象を観察し、成り立つ数学的な事柄を指摘し、それを数学的な表現を用いて説明することが大切である。数学的な表現を用いることで、事象の特徴が明確になる。

指導に当たっては、日常的な事象を数学化する過程において、事象の観察を通して把握した事柄を記述したり、発表したりして、その表現を数学的に洗練していく活動を取り入れることが必要である。例えば、設問(2)で、「合同な部分がある。」や「折ってぴったり重なる。」という説明にとどまらず、「対称軸をもつ。」、「線対称である。」などの数学的な表現を用いて説明する活動を取り入れることが考えられる。そうすることで、設問(3)のような問題を対称軸の本数に着目して考えることができるようになる。

③ 数学を用いて事象をとらえ直すことができるようにする

日常的な事象について、成り立つ数学的な事柄をとらえ、それを用いて事象をとらえ直すことが大切である。そうすることによって、事象についての新たな事実を見いだすことができる。

指導に当たっては、日常的な事象における数学的な事柄を指摘するだけでなく、それらを用いて、事象をとらえ直して考察したり、新たな事実を見いだしたりする活動を取り入れることが必要である。例えば、設問(3)で、3回折りのできる模様に対称軸をかき入れ、3回折りのできる模様は対称軸が4本になることや、8つの合同な図形に分けられることなど、新たな事実を見いだす活動を取り入れることが考えられる。また、2回折りのできる模様は点対称な図形でもあるなど、対称性の観点から考察を深められるようにすることも考えられる。

2 説明を振り返って考える（3段目の数）

2 健治さんは、次の図のように、3段に並んでいる○の1段目に連続する3つの自然数を順に入れました。そして、隣り合う2つの数の和を2段目の○に入れ、同じようにして3段目の数を求めました。

5, 6, 7のとき 10, 11, 12のとき

健治さんは、 $24 = 4 \times 6$ 、 $44 = 4 \times 11$ であることから、1段目にどんな連続する3つの自然数を順に入れても、3段目の数はいつも4の倍数になることを予想しました。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 連続する3つの自然数を21, 22, 23とすると、下の図の①に当てはまる数を求めなさい。

(2) 「1段目にどんな連続する3つの自然数を順に入れても、3段目の数はいつも4の倍数になる。」という健治さんの予想が正しいことの説明を完成しなさい。

説明

連続する3つの自然数のうち、最も小さい数を n とすると、3つの自然数は、 $n, n+1, n+2$ と表される。

このとき2段目の数は、それぞれ

$$n + (n+1) = 2n+1$$

$$(n+1) + (n+2) = 2n+3$$

であるから、3段目の数は、

$$(2n+1) + (2n+3) =$$

(3) 上の説明で、2段目の2つの数は、 $2n+1, 2n+3$ と表されています。このことから、2段目の2つの数について、いつもいえることがあります。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア 2段目の2つの数は、連続する偶数である。

イ 2段目の2つの数は、連続する奇数である。

ウ 2段目の2つの数は、奇数と偶数である。

エ 2段目の2つの数は、一の位の数が1と3である。

オ 2段目の2つの数は、十の位の数が等しい。

1 出題の趣旨

自然数について予想された事柄をよみ、次のことができるかどうかをみる。

- ・事柄が成り立つ理由を説明すること
- ・説明を振り返って考えること

連続する自然数から規則にしたがって求めた数について、予想された事柄が成り立つ理由を説明し、さらにそれを振り返って考える問題である。この問題では、文字式を用いて理由を説明したり、文字式の意味をよみとったりすることが必要である。

2 各設問の趣旨

設問(1) 「1段目に連続する3つの自然数を順に入れ、隣り合う2つの数の和を2段目に入れる。そして、同じようにして3段目の数を求める。」という問題場面について、考察の対象を明確にとらえているかどうかをみる問題である。

設問(2) 連続する自然数から規則にしたがって求めた数について、予想された事柄が成り立つ理由を説明する問題である。ここでは、筋道立てて考え、事柄が一般的に成り立つ理由を説明することが求められる。「1段目にどんな連続する3つの自然数を順に入れても、3段目の数はいつも4の倍数になる。」という予想が正しい理由を、文字式を用いて説明できるかどうかをみるものである。

設問(3) 予想された事柄が成り立つ理由の説明に表れる文字式について、その意味をよみとる問題である。ここでは、説明を振り返って考えることが求められる。2段目の数を表した式 $2n + 1$ 、 $2n + 3$ から「2段目の2つの数は、連続する奇数である。」ということよみとれるかどうかをみるものである。

■学習指導要領における領域・内容

設問(1)・設問(2)・設問(3)

第2学年 A 数と式

(1) 事象の中に数量の関係を見だし、それを文字を用いて式に表現し活用する能力を伸ばすとともに、文字を用いた式の四則計算ができるようにする。

イ 数量及び数量の関係をとらえるために文字式を利用できることを理解すること。

ウ 目的に応じて、簡単な式を変形できること。

■評価の観点

設問(1)・設問(2)・設問(3)

数学的な見方や考え方

3 正答と解説

設問(1) ■正答 88

■解説 1段目に入れた連続する3つの自然数21, 22, 23の隣り合う2つの数の和は, 43, 45である。それらが2段目の数であることから, 3段目の数はそれらの和88になる。

設問(2) ■正答 (例) $4(n + 1)$
 $n + 1$ は自然数だから, $4(n + 1)$ は4の倍数である。
したがって, 3段目の数は4の倍数である。

■解説

① $4(n + 1)$ と計算して, 次の(a), (b)の両方を記述しているものを正答(◎)とする。

(a) $n + 1$ は自然数だから,

(b) $4(n + 1)$ は4の倍数である。

② $4n + 4$ と計算して, 次の(c), (d)の両方を記述しているものを正答(◎)とする。

(c) $4n$, 4が4の倍数で, 4の倍数の和は4の倍数だから,

(d) $4n + 4$ は4の倍数である。

③上記①で、(a)や(b)を記述していないもののうち、共通因数の4を見だし、4の倍数であることを示していると判断できるものは、正答(○)とする。

④上記②で、(c)、(d)のどちらか一方のみを記述しているもののうち、計算結果をもとにして4の倍数であることを示していると判断できるものは、正答(○)とする。

設問(3) ■正答 イ

■解説 2段目の数を表した式 $2n + 1$ は偶数 $2n$ に1を加えた数であるので、奇数であることが分かる。もう一方の式 $2n + 3$ はその数より2大きい数であるので、それらが連続する奇数になることが分かる。したがって、イになる。

4 学習指導に当たって

中学校数学科の学習では、数や図形について成り立ちそうな事柄を予想し、予想した事柄を正確に表現し、別の具体的な場合で確かめ、文字式などを活用して事柄が成り立つ理由を説明するという一連の活動を体験することが大切である。さらに、その説明や証明を振り返り、新たな性質を見いだすことが大切である。

① 予想した事柄を別の場合で確かめることを大切にする

数や図形について成り立ちそうな事柄を帰納的に見いだす活動においては、予想した事柄について、別の場合でも成り立つかどうかを確かめることが大切である。そうすることで、予想の誤りに気づき予想を見直したり、より確かな予想であることを確認して説明や証明の必要性を実感したりできるようになる。

指導に当たっては、本問題で示されている2つの場合から、「3段目の数の一の位の数は4になる。」や「3段目の数は1段目の中央の数の4倍になる。」という予想をした場面において、別の数を1段目に入れてもその予想が成り立つかどうかを確かめる活動を取り入れることが考えられる。例えば、1段目に1, 2, 3を入れた場合、3段目の数は8となって、前者の予想は成り立たないが、後者の予想は成り立つことを確かめる機会を設定することが考えられる。

② 文字式を活用して、事柄が成り立つ理由を説明できるようにする

整数の性質などがいつも成り立つことを説明する際には、文字式を活用し、根拠を明らかにして、それにもとづいて結論を導くことが大切である。また、このことによって、筋道立てて説明し伝え合う活動を充実させることにもなる。

指導に当たっては、根拠を明らかにし、それにもとづいて結論を導く過程を重視する必要がある。例えば、設問(2)で、計算結果 $4(n + 1)$ をもとに、「 $4(n + 1)$ は4の倍数である。」ということを示すために、4の倍数が $4 \times (\text{自然数})$ の形で表されることから、根拠として「 $n + 1$ が自然数だから」を示す必要があることを確認する場面を設定することが考えられる。また、この説明は「3段目の数はいつも4の倍数になる。」という予想が正しいことを示すものなので、結論を「 $4(n + 1)$ は4の倍数である。」と表現するだけでなく、「したがって、3段目の数は4の倍数である。」まで表現できるようにすることが大切である。

③ 説明を振り返って新たな性質を見いだすことができるようにする

文字式を用いて説明する学習では、ある事柄を文字式を用いて説明するだけでなく、文字式による説明を振り返り、そこから新たな性質を見いだすことが大切である。そうすることで、数や図形の性質などを見だし、発展的に考える活動に意欲的に取り組むことにつながる。

指導に当たっては、例えば、設問(2)において、3段目の数として計算された $4(n+1)$ に着目して、 $n+1$ は連続する3つの自然数の中央の数を表していることから、「3段目の数は1段目の中央の数の4倍である。」という性質を見いだす機会を設定することが考えられる。また、設問(3)のように、2段目の数の $2n+1$ と $2n+3$ は連続する奇数であることと、3段目の数は4の倍数であることとをあわせて、「連続する2つの奇数の和は、4の倍数である。」という性質を見いだす機会を設定することもできる。さらに、本問題において、連続する数を入れる○の段数を「3」から「4」、「5」に変えたり、「連続する自然数」を「連続する偶数」や「連続する奇数」に変えたりして、発展的に考え、新たな性質を見いだす機会を設定することもできる。

説明を振り返って新たな性質を見いだすことができる身近な素材としては、例えば、カレンダーがある。カレンダーにおいて、「縦に並んだ3つの数の和は中央の数の3倍になる。」という性質が成り立つことを説明し、次のように、その説明を振り返る機会を設定することが考えられる。

中央の数を n とすると、縦に並んだ3つの数は、 $n-7$ 、 n 、 $n+7$ と表すことができるので、それらの和は、

$$(n-7) + n + (n+7) = 3n$$

となることから、中央の数の3倍になることを示すことができる。

この説明を振り返ると、 $n-7$ 、 n 、 $n+7$ に限らず、中央の数との差の絶対値が等しければ3つの数の和は $3n$ になることが分かる。例えば、3つの数を $n-6$ 、 n 、 $n+6$ とすると、

$$(n-6) + n + (n+6) = 3n$$

となる。

このことから、カレンダーでは、右のように斜めに並んだ3つの数の和は、中央の数の3倍であることも分かる。

同様に考えることによって、カレンダーでは、12、21、30のように、点对称の位置に並んだ3つの数の和も中央の数の3倍であることが分かる。

<縦に並んだ3つの数>

日	月	火	水	木	金	土
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

<斜めに並んだ3つの数>

日	月	火	水	木	金	土
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

3 事象の数学的な解釈と問題解決の方法（電球形蛍光灯のよさ）

3 美咲さんは、家の白熱電球が切れたので、環境にやさしいといわれている電球形蛍光灯（以下、「蛍光灯」とします。）にかえようと考えています。

そこで、蛍光灯について調べたところ、次のことが分かりました。

蛍光灯について分かったこと

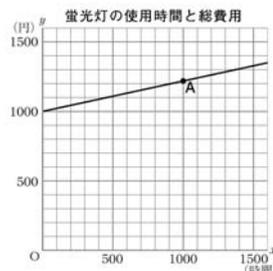
蛍光灯と白熱電球の比較（ほぼ同じ明るさのもの）		
	蛍光灯 (10 W)	白熱電球 (54 W)
● 値段が高い	1000 円	150 円
● 電気代が安い	220 円	1190 円
● 寿命が長い	10000 時間	1000 時間

美咲さんは、蛍光灯と白熱電球について、電気代は使用時間にもなって一定の割合で増えるとして、1 個の値段と電気代を合計した総費用を比べてみようと思いました。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 白熱電球を 1000 時間使用したときの総費用を求めなさい。

(2) 美咲さんは、蛍光灯を x 時間使用したときの総費用を y 円として、 x と y の関係を、右のようにグラフに表しました。



前ページのグラフ上にある点 A の x 座標の値は 1000 です。点 A の y 座標の値は、蛍光灯についての何を表していますか。下の A からオまでの中から 1 つ選びなさい。

- ア 1 個の値段
- イ 1000 時間使用したときの電気代
- ウ 1000 時間使用したときの総費用
- エ 使用時間
- オ 1 個の寿命

(3) 美咲さんとお兄さんは、蛍光灯と白熱電球を同じ時間使用したときの総費用（1 個の値段と電気代の合計）を比べています。

お兄さん「1 個の値段は蛍光灯の方が高いので、最初のうちは蛍光灯の方が総費用も多いね。」

美咲さん「でも、1000 時間だと蛍光灯の方が総費用が少ないよ。」

お兄さん「それなら、2 つの総費用が等しくなる時間があるね。」

蛍光灯と白熱電球の総費用が等しくなるおよその時間を求める方法を説明しなさい。ただし、実際にその時間を求める必要はありません。

電球形蛍光灯（左）と白熱電球



1 出題の趣旨

表やグラフで与えられた情報をよみ、次のことができるかどうかをみる。

- ・必要な情報をよみとり、事象を数学的に解釈すること
- ・問題解決の方法を数学的に説明すること

表やグラフで与えられた情報をもとに、電球形蛍光灯（以下、「蛍光灯」とする。）と白熱電球の総費用について考える問題である。この問題では、表から総費用をよみとったり、グラフ上の座標の意味を事象と対応させて解釈したりして、蛍光灯と白熱電球の総費用が等しくなるおよその時間を求める方法を、一次関数の知識・技能などを活用して説明することが必要である。

2 各設問の趣旨

設問(1) 白熱電球を 1000 時間使用したときの総費用を、表から求める問題である。ここでは、表から必要な情報を適切に選択し判断することが求められる。白熱電球の総費用が、1 個の値段と 1000 時間使用したときの電気代の和であることを理解し、表から実際に数値を求められるかどうかをみるものである。

設問(2) 蛍光灯の使用時間と総費用の関係を表したグラフ上の点の y 座標が、蛍光灯についてどのような事象に対応しているかを指摘する問題である。ここでは、グラフ上の点の y 座標を事象に対応させて解釈することが求められる。点Aの y 座標が、1000時間使用したときの総費用であることをよみとることができるかどうかをみるものである。

設問(3) 与えられた表やグラフを用いて、蛍光灯と白熱電球の総費用が等しくなるおよその時間を求める方法を説明する問題である。ここでは、事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的に説明することが求められる。蛍光灯と白熱電球の総費用は、それぞれ使用時間の一次関数であるとみなし、2つの総費用が等しくなるときの使用時間を求める方法を、グラフや式などの「用いるもの」とその「使い方」を明示して説明できるかどうかをみるものである。

■学習指導要領における領域・内容

設問(1)・設問(2)・設問(3)

第2学年 C 数量関係

- (1) 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、一次関数について理解するとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を養う。
イ 一次関数のとる値の変化の割合とグラフの特徴を理解するとともに、一次関数を利用できること。

■評価の観点

設問(1) 数学的な表現・処理

設問(2)・設問(3)

数学的な見方や考え方

3 正答と解説

設問(1) ■正答 1340 (円)

■解説 白熱電球の総費用は、1個の値段150円と1000時間使用したときの電気代1190円の和であることから、1340円になる。

設問(2) ■正答 ウ

■解説 x 軸は使用時間を表し、 y 軸は総費用を表していることから、点Aは、蛍光灯を1000時間使用したときの総費用を表しているので、ウになる。

設問(3) ■正答 (例) 蛍光灯と白熱電球について、使用時間と総費用の関係を直線のグラフに表して、その交点の座標から、使用時間の値をよむ。

■解説

蛍光灯と白熱電球について、総費用は一定の割合で増えることを前提として、次のことについて記述しているもの。

- ①グラフを用いることについて記述している場合、次の(a)，(b)の両方について記述しているものを正答(◎)とする。
 - (a) 使用時間と総費用の関係をグラフで表すこと。
 - (b) グラフの交点の座標から、使用時間の値をよむこと。
 - ②式を用いることについて記述している場合、次の(c)，(d)の両方について記述しているものを正答(◎)とする。
 - (c) 使用時間と総費用の関係を式で表すこと。
 - (d) 総費用が等しいことから方程式を解いて使用時間の値を求めること。
 - ③表や数値を用いることについて記述している場合、次の(e)，(f)の両方について記述しているものを正答(◎)とする。
 - (e) 使用時間と総費用の関係を表や数値で調べること。
 - (f) その表や数値を用いて、総費用の値が一致するときの使用時間の値を求めること。
-
- ④上記①で、使用時間の値をよむことを記述していないもののうち、グラフの用い方を示していると判断できるものは、正答(○)とする。
 - ⑤上記②で、変数が表すものや、使用時間の値を求めることを記述していないもののうち、式の用い方を示していると判断できるものは、正答(○)とする。
 - ⑥上記③で、用いる数量や、使用時間の値を求めることを記述していないもののうち、表や数値の用い方を示していると判断できるものは、正答(○)とする。

4 学習指導に当たって

実生活の場面において、与えられた表から情報を適切に選択したり、グラフ上の数値を事象に対応させてとらえたりして、事象を数学的に解釈することが必要となる。その際、問題解決の方法を考え、それを数学的に説明することが大切である。

① 表やグラフから必要な情報を適切に選択し、それをもとに判断できるようにする

実生活の場面においては、家電製品の性能など、情報が表やグラフで与えられることが多い。したがって、表やグラフから必要な情報を適切に選択し、それをもとに判断することが大切である。

指導に当たっては、示されている言葉の意味を理解してよみとったり、さらに自分なりに視点を定めてその目的に応じて情報を選択できるようにすることが大切である。例えば、本問題のように、蛍光灯と白熱電球のどちらがよいかを考える場面を取り入れ、与えられた情報から総費用の意味を的確によみとり、白熱電球を1000時間使用したときの総費用を求めるために、表やグラフのどこを見ればよいかを判断できるようにすることが考えられる。

② 日常的な事象の考察のためにグラフを活用できるようにする

実生活の場面では、複数の事象を比較しやすくするために、グラフに表現したり、グラフから情報をよみとったりすることがある。そのために日常的な事象の考察に当たってグラフを活用することが大切である。

指導に当たっては、問題を解決する上でグラフに表した方が解決しやすい場面を設定し、事象とグラフとを対応させて考える活動を取り入れることが大切である。例えば、設問(2)で、表の情報をもとに、使用時間と総費用の関係をグラフに表したり、グラフの特徴をもとの場面に戻ってとらえたりする活動を取り入れることが考えられる。

③ 事象を数学的に解釈し、問題解決に数学を活用できるようにする

実生活の場面における問題解決では、事象を理想化・単純化して数学の問題としてとらえることが大切である。そうすることで、数学の知識・技能、見方や考え方を活用することができるようになる。

指導に当たっては、授業で実際のデータを用い、それを理想化・単純化する過程を取り入れ、既習の数学を活用して問題を解決する活動を充実させることなどが考えられる。例えば、設問(2)や設問(3)で、総費用を使用時間の一次関数とみなせる理由を問うことで、総費用が使用時間に伴って一定の割合で増えているという仮定を用いていることを理解できるようにすることが考えられる。また、蛍光灯や白熱電球の総費用について、グラフや表を活用して解釈し、問題解決に取り組む場面を設定することが考えられる。このような活動を通して、数学を様々な場面で活用する意欲や態度を養うことも大切である。

④ 問題解決のために数学を活用する方法を考え、説明できるようにする

様々な問題を解決するために数学を活用する方法を見いだしたり、その方法について説明したりすることは、問題解決のための構想を立て、実践し評価・改善する力を身に付ける上で大切である。

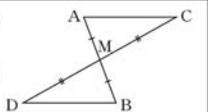
指導に当たっては、与えられた方法を用いて解決させるだけでなく、生徒が問題解決のために数学を活用する方法を見いだすようにすることが大切である。また、その方法について、グラフや式などの「用いるもの」とその「用い方」について説明する場面を設定することが大切である。例えば、設問(3)で、グラフを用いる場合、蛍光灯と白熱電球の総費用が等しくなる時間を求めるためには、2本のグラフの交点を求め、その交点の x 座標をよめばよいことなどを説明できるようにすることが考えられる。

4 証明の方針（中点で交わる2つの線分）

4 大貴さんは、次の問題を考えています。

問題

右の図のように、線分ABと線分CDがそれぞれの中点Mで交わっています。このとき、 $AC \parallel DB$ となることを証明しなさい。



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 大貴さんは、次のような証明の方針1を考えました。この証明の方針1にもとづいて、 $AC \parallel DB$ となることの証明を完成しなさい。

証明の方針1

① $AC \parallel DB$ を証明するためには、 $\angle MAC = \angle MBD$ (錯角が等しい)を示せばよい。

② $\angle MAC = \angle MBD$ を示すためには、 $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$ を示せばよい。

③ 仮定の $AM = BM$, $CM = DM$ を使うと、 $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$ が示せそうだ。

証明

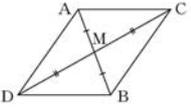
$\triangle AMC$ と $\triangle BMD$ において、

合同な三角形の対応する角は等しいから、
 $\angle MAC = \angle MBD$
 したがって、錯角が等しいから、
 $AC \parallel DB$

(2) 大貴さんは、 $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$ をもとにして $AC \parallel DB$ を証明しました。 $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$ をもとにすると、前ページの問題の図形について、 $\angle MAC = \angle MBD$ や問題の仮定以外にも分かることがあります。それを下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

ア $\angle MCA = \angle MDB$
 イ $\angle MAC = \angle MBD$
 ウ $AM = BM$
 エ $AM = DM$

(3) 右の図のように、線分AD、線分CBをひいて四角形ADBCをつくると、次の証明の方針2を考えることもできます。



証明の方針2

① $AC \parallel DB$ を証明するためには、四角形ADBCが(①)であることを示せばよい。

② このことは、仮定の $AM = BM$, $CM = DM$ を使うと、 ② から示せる。

証明の方針2の(①)に当てはまる言葉を書きなさい。また、 ② に当てはまることから、下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

ア 対角線が垂直に交わる
 イ 対角線の長さが等しい
 ウ 対角線が平行である
 エ 対角線がそれぞれの中点で交わる
 オ 対角線が垂直に交わり、その長さが等しい

1 出題の趣旨

証明の方針をよみ、次のことができるかどうかをみる。

- ・方針にもとづいて証明すること
- ・証明を振り返って考えること
- ・別の証明の方針を立てること

2 直線が平行となることの証明について考える問題である。この問題では、与えられた方針にもとづいて証明すること、証明を振り返って考えること、そして別の証明の方針を立てることが必要である。

2 各設問の趣旨

設問(1) 2つの直線が平行となることを、三角形の合同を利用して証明する問題である。ここでは、提示された方針にもとづいて証明することが求められる。提示された方針をもとに、三角形の合同を示すために必要なことを見いだして、証明を書くことができるかどうかをみるものである。

設問(2) 証明に用いた事柄を根拠として、もとの問題の図形において新たに分かることを指摘する問題である。ここでは、証明を振り返って考えることが求められる。証明に用いた三角形の合同を根拠として、もとの問題の仮定や証明の中で用いられたこと以外に、辺や角についての相等関係を見いだせるかどうかをみるものである。

設問(3) 2つの直線が平行となることを証明するための方針を完成する問題である。ここでは、与えられた条件を整理したり、着目すべき性質を見いだしたりするなどして、別の証明の方針を立てることが求められる。線分をひいて四角形をつくったとき、その対辺が平行となることを導くために必要なこと（証明の方針2の①）と、それを仮定から導くための根拠（証明の方針2の②）を見いだせるかどうかをみるものである。

■学習指導要領における領域・内容

設問(1)・設問(2)・設問(3)

第2学年 B 図形

(2) 平面図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察する能力を養う。

ア 証明の意義と方法について理解すること。

イ 三角形の合同条件を理解し、それに基づいて三角形や平行四辺形の性質を論理的に確かめることができること。

■評価の観点

設問(1)・設問(2)・設問(3)

数学的な見方や考え方

3 正答と解説

設問(1) ■正答

(例) 仮定から, $AM = BM$ ……①

$CM = DM$ ……②

対頂角は等しいので,

$\angle AMC = \angle BMD$ ……③

①, ②, ③より,

2辺とその間の角がそれぞれ等しいから,

$\triangle AMC \equiv \triangle BMD$

■解説

①次の(a), (b), (c)とその根拠を記述し、証明しているものを正答(◎)とする。

(a) $AM = BM$, $CM = DM$ (順番は不問)

(b) $\angle AMC = \angle BMD$

(c) $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$

②上記①以外でも、証明の方針1にもとづいて正しく証明していれば、正答(◎)とする。

③前ページの①と②で、記号を書き忘れたり、根拠が抜けていたりしているものうち、証明の筋道が正しいと判断できるものは、正答(○)とする。

設問(2) ■正答 ア

■解説 $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$ から新たに分かる等しい辺や角は、仮定や証明された事柄を除いて、 $\angle MCA = \angle MDB$ 、 $AC = BD$ の2つである。そのうち選択肢に述べられているものは $\angle MCA = \angle MDB$ である。したがって、アになる。

設問(3) ■正答 ① 平行四辺形 ② エ

■解説 線分ACと線分DBは四角形ADBCの対辺であり、 $AC \parallel DB$ であることを示すためには、四角形ADBCが平行四辺形であることを示せば簡潔に証明できるので、①は平行四辺形になる。

このことは、仮定の $AM = BM$ 、 $CM = DM$ を使うと、平行四辺形になるための条件「対角線がそれぞれの中点で交わる」ことから示すことができるので、②はエになる。

4 学習指導に当たって

証明の学習においては、証明の方針を立てること、方針にもとづいて証明を書くこと、そして証明を振り返って新たな性質を見いだすことが大切である。

① 証明の方針を立てることができるようにする

証明の学習においては、はじめに、証明を構想することが大切である。証明を構想する際には、結論を導くために何が必要であるかを明らかにしたり、与えられた条件を整理したり、着目すべき性質や関係を見いだしたりするなどして、証明の方針を立てる必要がある。そうすることで、見通しをもって証明を書くことができるようになる。

指導に当たっては、本問題に示した証明の方針1、2のように、結論から仮定、仮定から結論の両方向から考えて、証明の方針を立てる活動を取り入れることが大切である。例えば、本問題で、結論を導くために示せばよい事柄として、「錯角が等しい」、「同位角が等しい」、「平行四辺形の対辺である」などから、どれを選択するかを検討する活動を取り入れることが考えられる。また、仮定から $\triangle AMC$ と $\triangle BMD$ や四角形ADBCについて分かることを整理し、例えば、 $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$ を示すために、必要となる条件を見いだす活動を取り入れることが考えられる。

② 方針にもとづいて証明を書けるようにする

証明の学習においては、方針を立て、それにもとづいて証明を書くことが大切である。ここでは、方針に示された事柄を数学の記号で表したり、これらが成り立つ根拠を明らかにしたりしながら、仮定から結論を導く推論の過程を的確に証明として表現することが必要である。また、このことによって、筋道立てて説明し伝え合う活動を充実させることもできる。

指導に当たっては、証明に用いる事柄について立てた方針を参照しながら証明に用いるものを整理し、その事柄の根拠を明らかにして証明を書く活動を取り入れることが大切である。例えば、設問(1)で、方針を参照しながら、証明として書く順序を検討した

り、実際に書いた証明を方針と照らし合わせて、示すべきことが示されているかなどを確認したりする場を設定することが大切である。また、「 $AM = BM$, $CM = DM$, $\angle AMC = \angle BMD$ 」だけでなく、それらの根拠として「仮定から」や「対頂角は等しいので」を示すことや、「 $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$ 」だけでなく、その根拠として「2辺とその間の角がそれぞれ等しいから」を示すことができるようにすることが大切である。

その際、次第に形式を整えて証明を書くことができるようにするために、自分たちで書いた証明について互いに見直したり評価したりして、的確で分かりやすい書き方を工夫する活動を取り入れることが有効である。

③ 証明を振り返り、新たな性質を見いだすことができるようにする

証明の学習においては、与えられた性質の証明をするだけでなく、その結果や過程を振り返り、新たな性質を見いだすことが大切である。そのためには、証明を書くことだけでなく、証明をよむことが必要である。そうすることで、数や図形の性質などを見いだし発展的に考える活動に意欲的に取り組むことにつながる。

指導に当たっては、証明の過程で現れた事実や得られた結論に着目し、新たな性質を見つけることができないうかを考える機会を設けることが大切である。例えば、次のように、三角形の合同を用いる証明をした後に、その過程を振り返り、図形についての新たな性質を見いだす場を設定することが考えられる。

<p><証明の構成></p> <p>$AB = AC$の二等辺三角形で、点D、点Eはそれぞれ辺AB、辺ACの中点である。</p> <p>このとき、$DC = EB$となることは次のように証明できる。</p> <p>証明</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>$\triangle DBC$と$\triangle ECB$において、 仮定から $AB = AC$ で、 点D、点Eはそれぞれ辺AB、 辺ACの中点だから、 $DB = EC$ ……① 二等辺三角形の底角は等しいので、 $\angle DBC = \angle ECB$ ……② また、 $BC = CB$ ……③ ①、②、③より、2辺とその間の 角がそれぞれ等しいから、 $\triangle DBC \equiv \triangle ECB$ 合同な図形の対応する辺は等しい ので、 $DC = EB$</p>	<p><証明の振り返り></p> <p>$\triangle DBC \equiv \triangle ECB$を示すために「$DB = EC$, $\angle DBC = \angle ECB$, $BC = CB$」を用いていることが分かる。</p> <div style="text-align: center;"> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p>[用いる関係]</p> <ul style="list-style-type: none"> • $DB = EC$ • $\angle DBC = \angle ECB$ • $BC = CB$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p>[結論]</p> <ul style="list-style-type: none"> • $DC = EB$ <p>[見いだせる性質]</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\angle BDC = \angle CEB$ • $\angle DCB = \angle ECB$ </div> </div> <div style="margin-top: 10px; border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p>[見いだせる性質]</p> <ul style="list-style-type: none"> • $FB = FC$ </div> <p style="margin-top: 10px;">三角形の合同条件は、三角形の対応する辺や角の6つの相等関係のうち、3つの関係で合同を示すものである。</p> <p>したがって、合同を示す際に用いた以外の3つの相等関係を見いだすことができる。すなわち、ここで示した結論「$DC = EB$」の他にも、2つの性質「$\angle BDC = \angle CEB$, $\angle DCB = \angle ECB$」を$\triangle DBC \equiv \triangle ECB$から見いだすことができる。</p> <p>さらに、$\angle DCB = \angle ECB$から、$\triangle FBC$が二等辺三角形であること、つまり、$FB = FC$も見いだすことができる。</p>
---	---

5 情報の選択と判断（賞品当てゲーム）

5 美穂さんは、賞品当てゲームを見えています。このゲームは、司会者と挑戦者（賞品を当てる人）で、次のように進められます。

賞品当てゲーム

挑戦者の前に3つの箱が置かれています。その1つは、賞品が入っている当たりの箱です。司会者はどれが当たりの箱かを知っています。

進め方

① 挑戦者は、最初に1つの箱を選びますが、中を見ることはできません。

② 司会者は、残った2つの箱のうち、はずれの箱を1つ開けて見せます。

③ 挑戦者は、最初に選んだ箱を変更する、または、変更しない、のいずれかを選択します。



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 最初から「箱を変更しない」と決めてゲームを行うと、上の進め方の①で当たるかどうかが決まることとなります。3つの箱から1つの箱を選ぶとき、それが当たりの箱である確率を求めなさい。

(2) 美穂さんは、最初から「箱を変更する」と決めてゲームを行う場合について考えています。下の説明の□には、「最初に選んだ箱がはずれだとすると、箱を変更すれば必ず当たる」理由が入ります。説明を完成しなさい。

説明

◎最初に選んだ箱が当たりだとする。
残りの2つははずれだから、司会者がどちらの箱を開けても、残った箱は必ずはずれである。
したがって、箱を変更すると必ずはずれる。

◎最初に選んだ箱がはずれだとする。
□
したがって、箱を変更すると必ず当たる。

(3) 美穂さんは、最初から「箱を変更する」と決めてゲームを行う方が当たりやすいと予想しました。この予想が正しいかどうかを実験で確かめる方法として最も適切なものを、下のアからエまでのの中から1つ選びなさい。

ア 「箱を変更する」で3回行ったとき、3回連続して当たりの箱になるかどうかを調べる。

イ 「箱を変更する」と「箱を変更しない」を交互に行ったとき、どちらが先に当たるかを調べる。

ウ 「箱を変更する」と「箱を変更しない」でそれぞれ3回ずつ行ったときの結果を比較する。

エ 「箱を変更する」と「箱を変更しない」でそれぞれ100回ずつ行ったときの結果を比較する。

1 出題の趣旨

不確定な事象を含む問題場面についての情報をよみとり、次のことができるかどうかをみる。

- ・与えられた情報を分類整理すること
- ・事柄が成り立つ理由を筋道立てて説明すること
- ・予想を確かめるための方法を考えること

賞品当てゲームで、3つの箱から当たりの箱を選ぶ確率を考えたり、最初から「箱を変更する」と決めてゲームを行う場合の結果について説明したり、予想を実験で確かめるための方法を考えたりする問題である。この問題では、与えられた場面から情報を分類整理して確率を求めること、理由を筋道立てて説明すること、そして確率についての知識を活用して予想を確かめるための方法を考えることが必要である。

2 各設問の趣旨

設問(1) 最初から「箱を変更しない」と決めてゲームを行う場合について、3つの箱から1つの箱を選ぶとき、それが当たりの箱である確率を求める問題である。ここでは、与えられた場面から起こり得る場合を分類整理することが求められる。3つの箱から1つの箱を選ぶとき、それが当たりの箱である確率を求めることができるかどうかをみるものである。

設問(2) 最初から「箱を変更する」と決めてゲームを行う場合について、最初に選んだ箱がはずれであれば、必ず当たることの理由を説明する問題である。ここでは、問題場面を理解し、必ず当たることの理由を筋道立てて説明することが求められる。最初にはずれの箱を選んだ場合、司会者がもう1つのはずれを開けることから、当たりの箱が特定されることを理解し、そのことを説明できるかどうかをみるものである。

設問(3) 最初から「箱を変更する」と決めてゲームを行う方が当たりやすいことを、実験で確かめる方法を選択する問題である。ここでは、不確定な事象についての予想を実験で確かめるための方法を考えることが求められる。箱を変更する場合と変更しない場合について、同じ条件で比較することや多数回試行する必要があることを指摘できるかどうかをみるものである。

■学習指導要領における領域・内容

設問(1)・設問(3)

第2学年 C 数量関係

- (2) 具体的な事象についての観察や実験を通して、確率について理解する。
イ 不確定な事象が起こり得る程度を表す確率の意味を理解し、簡単な場合について確率を求めることができること。

設問(2) 第2学年 C 数量関係

- (2) 具体的な事象についての観察や実験を通して、確率について理解する。
ア 起こり得る場合を順序よく整理することができること。

■評価の観点

設問(1) 数学的な表現・処理

設問(2)・設問(3)

数学的な見方や考え方

3 正答と解説

設問(1) ■正答 $\frac{1}{3}$

■解説 最初から「箱を変更しない」と決めているので、司会者がはずれの箱を見せる前に当たるかどうかは決まっている。つまり、3つの箱から1つの箱を選ぶことになるので、確率は $\frac{1}{3}$ になる。

設問(2) ■正答 (例) 残りの2つの箱は当たりとはずれが1つずつで、司会者はそのうちのはずれの箱を開けるから、残った箱は必ず当たりである。

■解説

①次の(a), (b), (c)について記述しているものを正答(◎)とする。

- (a) 残りの箱は当たりとはずれの箱が1つずつあること。
- (b) 司会者は、残りの箱の中ではずれの箱を開けること。
- (c) 最後に残った箱は必ず当たりの箱であること。

②(a), (b)について記述しているもののうち、箱を変更すると必ず当たる説明になっていると判断できるものは、正答(○)とする。

③(b), (c)について記述しているもののうち、箱を変更すると必ず当たる説明になっていると判断できるものは、正答(○)とする。

④(a), (c)について記述しているもののうち、箱を変更すると必ず当たる説明になっていると判断できるものは、正答(○)とする。

設問(3) ■正答 エ

■解説 試行回数を多くしていくと事象の起こる割合はある安定した値をとると考えられる。このことから、「箱を変更する」と決めてゲームを行う方が当たりやすいことを確める方法として、「箱を変更する」と「箱を変更しない」のそれぞれの場合について、同じ条件で実験を行うことと、全体の試行回数を多くすることが必要である。したがって、最も適切な方法は、それぞれの場合について100回ずつ試行しているエになる。

4 学習指導に当たって

実生活の場面において、不確定な事象をとらえるために、多数回試行することによって、その特徴を的確に把握したり、その事象についての予想を確かめたりする場合がある。その際、問題解決のための構想を立て、予想を確かめるための実験や調査の方法を考えたり、事柄が成り立つ理由を筋道立てて説明したりすることが大切である。

① 試行を通して不確定な事象を把握し、起こり得る場合を分類整理できるようにする

不確定な事象をとらえる際には、試行を通してその事象の特徴を把握し、起こり得る場合を分類整理することが大切である。そのように分類整理することによって、実生活の場面における不確定な事象を数学的に考察できるようになる。

指導に当たっては、問題場面の条件を理解するために、実際に試行する活動を充実させる必要がある。例えば、本問題で、実際に試行することによって、実感を伴ってゲームの進め方を理解し、「箱を変更するか、しないか」などの観点から、起こり得る場合について分類整理する活動を取り入れることが考えられる。その際、司会者の立場でゲームを行うなど様々な視点から問題場面を把握できるようにする。

② 事柄が成り立つ理由を、筋道立てて説明することができるようにする

事柄が成り立つ理由を説明するためには、対象となる事象に関する事実や根拠を明らかにし、筋道立てて説明することが大切である。問題場面の条件が複雑である場合には、1つの条件を固定して考えることなどを通して、問題場面を明確にすることが大切である。

指導に当たっては、結論を導くために必要な情報を分類整理したり、それぞれの場合について筋道立てて考える場面を設定したりすることが大切である。例えば、設問(2)で、「箱を変更するか、しないか」に着目して、「最初に選んだ箱が当たりか、はずれか」のそれぞれの場合にゲームがどのように進められるのかを見通し、そのことを事柄が成り立つ理由を説明する際に使えるようにすることが考えられる。

③ 不確定な事象について予想を確かめるための方法を考えることができるようにする

ある事柄の起こりやすさについての予想を実験や調査などを通して確かめるために、不確定な事象についての問題場面を把握し、確率の意味にもとづいて方法を考えることが大切である。その際、全体の試行に対する事象の起こる割合が、多数回の試行によってある安定した値をとることに着目することも大切である。

指導に当たっては、確率を求めることだけを目的とするのではなく、不確定な事象に関する問題解決において、複数の事柄の起こりやすさを比較する必要があることがわかる場面を設定することが必要である。また、複数の事柄の起こりやすさを比較する際には、条件をそろえて比較できるようにすることも必要である。例えば、本問題で、「箱を変更する」と「箱を変更しない」のそれぞれの場合について、どちらが起こりやすいかを予想し、その予想を確かめる実験の方法について話し合う場面を設定することなどが考えられる。

Ⅲ 調査問題一覧表

調査問題一覧表 【中学校数学】
A 主として「知識」に関する問題

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域					評価の観点					問題形式		
			数 と 式	図 形	数 量 関 係	関 心 ・ 意 欲 ・ 態 度	数 学 へ の 見 方 や 考 え 方	数 学 的 な 表 現 ・ 処 理	数 学 的 な つ 数 量 ・ 図 知 識 な 理 に 解 に	選 択 式	短 答 式	記 述 式			
1	(1) $15:9=5:\square$	比の意味を理解している	○						○				○		
	(2) (-3^2) と同じ計算を表しているものを選ぶ	指数の計算の仕方を理解している	○						○	○					
	(3) $2 \times (5-8)$ を計算する	() を含む正の数と負の数の計算をすることができる	○					○						○	
2	(1) $3x \times (-4xy)$ を計算する	単項式どうしの乗法の計算をすることができる	○						○					○	
	(2) n が負の整数のとき、最も大きな数を選ぶ	文字の値が負の整数のときに、文字式の値について考察することができる	○						○	○					
	(3) 連続する3つの自然数において、文字 n が表すものを選ぶ	具体的な場面に照らして、文字式の意味をよみとることができる	○						○	○					
	(4) 等式 $S = \frac{1}{2} ah$ を、 a について解く	具体的な場面で、等式を目的に応じて変形することができる	○						○					○	
3	(1) 一元一次方程式を解くとき、等式の性質を選ぶ	等式の性質と移項の関係を理解している	○						○	○					
	(2) $\frac{3}{4}x = \frac{1}{4}x - 7$ を解く	係数に分数を含む一元一次方程式を解くことができる	○						○					○	
	(3) 一元一次方程式をつくるために、着目する数量を答える	一元一次方程式をつくって問題を解決するために、2通りに表せる数量に着目することができる	○						○					○	
	(4) 連立方程式 $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ 3x+2y=8 \end{cases}$ を解く	簡単な連立二元一次方程式を解くことができる	○						○					○	
4	(1) 平行四辺形が線対称か点対称か選ぶ	平行四辺形は点対称な図形であるが、一般には線対称な図形ではないことを理解している		○						○	○				
	(2) 折り目の線について、正しい作図を選ぶ	作図と線分の垂直二等分線について理解している		○						○	○				
5	(1) 立方体の展開図において、与えられた面に平行な面を選ぶ	展開図で示された空間図形について、2つの面の位置関係(面と面の平行)をとらえることができる		○						○	○				
	(2) 直角三角形の一边を軸として回転させてできる立体を選ぶ	直角三角形の一边を軸とする回転によって円錐が構成されることを理解している		○						○	○				
	(3) 円柱の展開図において、円の周の長さともとの長方形の辺の長さとの関係について正しいものを選ぶ	円柱の展開図において、底面の円の周の長さともとの長方形の辺の長さとの関係を理解している		○						○	○				
	(4) 中心角 60° の扇形の面積について正しいものを選ぶ	扇形の面積がその中心角の大きさに比例することを理解している		○						○	○				
6	(1) 同位角の位置にあるものを選ぶ	同位角の意味を理解している		○						○	○				
	(2) 多角形の外角の和について正しいものを選ぶ	多角形の外角の性質を理解している		○						○	○				

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域			評価の観点					問題形式		
			数式	図形	数量関係	関心・意欲・態度	数学への見方や考え方の	数学的な表現・処理	数学的な	数量、図形など解に	選択式	短答式	記述式
7	(1) 三角形の合同の証明に必要な辺や角を書く	2つの三角形が合同であることを判断する際に必要な辺や角の相等関係を指摘することができる		○					○		○		
	(2) 底角が等しいことを記号を用いて表す	二等辺三角形について2つの底角が等しいことを、記号を用いて表すことができる		○				○			○		
8	三角形の内角の和が 180° であることの証明について正しいものを選ぶ	証明の意義について理解している		○					○	○			
9	(1) $y=3x$ について、正しい記述を選ぶ	比例定数の意味を理解している			○				○	○			
	(2) (2, 3)の位置を座標平面上に示す	座標平面上に点の位置を示すことができる			○				○		○		
	(3) 比例の関係を表した表を選ぶ	比例の関係を表す表の特徴を理解している			○				○	○			
10	(1) 反比例を表した事象を選ぶ	具体的な事象で、2つの数量の関係が反比例の関係になることを理解している			○				○	○			
	(2) 反比例の表から式を求める	反比例の表から、 x と y の関係を $y = \frac{a}{x}$ の式で表すことができる			○			○			○		
11	(1) 傾きと切片の値から、それを表すグラフを選ぶ	傾き及び切片の値とグラフとの対応から一次関数のグラフの特徴を理解している			○				○	○			
	(2) 一次関数の事象を式で表す	具体的な事象から、 x と y の関係を $y = ax + b$ の式で表すことができる			○			○			○		
	(3) 一次関数を表すメモの一部から、それを表す式を選ぶ	変化の割合や対応する x と y の値の組をもとに、一次関数の式を求めることができる			○				○	○			
12	$2x + y = 6$ の解を座標とする点の集合がどのようなようになるか選ぶ	二元一次方程式の解を座標とする点の集合は、直線として表されることを理解している			○				○	○			
13	(1) 2種類の画びょうのどちらが上向きになりやすいか、実験結果を比べ、正しいものを選ぶ	不確実な事象の起こり得る程度を、確率の意味にもとづいて割合で比較できることを理解している			○				○	○			
	(2) 大小2つのさいころを同時に投げるとき、和が7になる確率を求める	事象の起こる確率を求めることができる			○			○			○		

調査問題一覧表 【中学校数学】
B 主として「活用」に関する問題

問題番号	問題の概要	出題の趣旨	学習指導要領の領域			評価の観点					問題形式		
			数式	図形	数量関係	関心・意欲・態度	数学への見方や考え方の	数学的な表現・処理	数学的な数量・図形など解に	選択式	短答式	記述式	
1	(1) 「紋切り遊び」で1回折りでできる模様として、正しいものを選ぶ	事象を図形に着目して観察し、その特徴を的確にとらえることができる		○					○	○			
	(2) 「紋切り遊び」でできる模様だけにみられる図形の性質を説明する	事柄の特徴を的確にとらえ、数学的な表現を用いて説明することができる		○			○						○
	(3) 「紋切り遊び」で3回折りでできる模様として、正しいものを選ぶ	事象を数学的に解釈することができる		○			○			○			
2	(1) 1段目の連続する3つの自然数が21, 22, 23のとき、3段目に入る数を求める	問題場面における考察の対象を明確にとらえている	○				○						○
	(2) 1段目に連続する3つの自然数を入れたとき、3段目の数が4の倍数になることを説明する	筋道立てて考え、事柄が一般的に成り立つ理由を説明することができる	○				○						○
	(3) 2段目の2つの数 $2n+1$, $2n+3$ について、式からよみとれる性質を選ぶ	説明を振り返って考えることができる	○				○				○		
3	(1) 白熱電球を1000時間使用したときの総費用を求める	表から必要な情報をよみとることができる			○			○					○
	(2) 蛍光灯の使用時間と総費用の関係を表すグラフ上にある点の座標を表すものとして正しいものを選ぶ	グラフから必要な情報をよみとり、事象を数学的に解釈することができる			○		○				○		
	(3) 蛍光灯と白熱電球の総費用について、2つの総費用が等しくなるおよその時間を求める方法を説明する	事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的に説明することができる			○		○						○
4	(1) 2つの線分が平行になることを、三角形の合同を利用して証明する	方針にもとづいて証明することができる		○			○						○
	(2) 証明で用いた三角形の合同を根拠として、証明したことと仮定以外に分かることを選ぶ	証明を振り返って考えることができる		○			○				○		
	(3) 2つの線分が平行になることを証明する際に、平行四辺形に着目し、平行四辺形になるための条件を選ぶ	証明の方針を立てることができる		○			○						○
5	(1) 「箱を変更しない」と決めてゲームを行う場合、3つの箱から1つの箱を選ぶとき、それが当たりの箱である確率を求める	与えられた情報を分類整理することができる			○			○					○
	(2) 「箱を変更する」と決めてゲームを行う場合、最初に選んだ箱がはずれたとすると、箱を変更すれば必ず当たる理由を説明する	事柄が成り立つ理由を筋道立てて説明することができる			○		○						○
	(3) 「箱を変更する」と決めてゲームを行う方が当たりやすいという予想を確かめる実験方法として、最も適切なものを選ぶ	不確定な事象についての予想を実験で確かめるための方法を考えることができる			○		○				○		

IV 調査問題等

中学校第3学年

数学 A

注 意

- 1 先生の合図があるまで、冊子を開かないでください。
- 2 調査問題は、1ページから25ページまであります。
- 3 解答は、すべて解答用紙(解答冊子の「数学A」)に記入してください。
- 4 解答は、HBまたはBの黒鉛筆(シャープペンシルも可)を使い、濃く、はっきりと書いてください。
- 5 解答を選択肢から選ぶ問題は、解答用紙のマーク欄を黒く塗りつぶしてください。
- 6 解答を記述する問題は、指示された解答欄に記入してください。解答欄からはみ出さないように書いてください。
- 7 解答には、定規やコンパスは使用しません。
- 8 解答用紙の解答欄は、裏面にもあります。
- 9 調査時間は、45分間です。
- 10 「数学A」の解答用紙に、組、出席番号、性別を記入し、マーク欄を黒く塗りつぶしてください。

1 次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 下の \square に当てはまる数を求めなさい。

$$15 : 9 = 5 : \square$$

(2) $2 \times (-3^2)$ の計算で, (-3^2) の部分はどのように計算しますか。
下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア $(-3) \times (-3)$

イ $-(3 \times 3)$

ウ $-(3 \times 2)$

エ $+(3 \times 3)$

オ $+(3 \times 2)$

(3) $2 \times (5 - 8)$ を計算しなさい。

2 次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

(1) $3x \times (-4xy)$ を計算しなさい。

(2) n が負の整数のとき、最も大きな数になる式を、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

ア $3 + n$

イ $3 \times n$

ウ $3 - n$

エ $3 \div n$

(3) 連続する3つの自然数の和は、文字 n を使って次のように表すことができます。

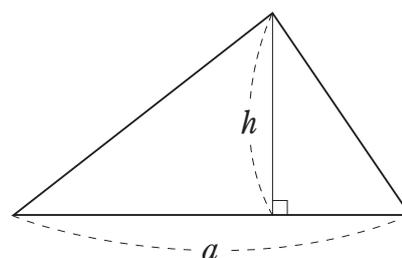
$$n + (n + 1) + (n + 2)$$

このとき、文字 n が表すものを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

- ア 連続する3つの自然数のうち、最も大きい自然数
- イ 連続する3つの自然数のうち、中央の自然数
- ウ 連続する3つの自然数のうち、最も小さい自然数
- エ 連続する3つの自然数の平均

(4) 右の図で、底辺の長さ a 、高さ h の三角形の面積 S は、次のように表されます。

$$S = \frac{1}{2} ah$$



底辺の長さを求めるために、この式を、 a について解きなさい。

3 次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

(1) 一次方程式 $4x + 7 = 15$ を次のように解きました。

$$4x + 7 = 15 \quad \dots\dots\text{①}$$

$$4x = 15 - 7 \quad \dots\dots\text{②}$$

$$4x = 8$$

$$x = 2$$

上の①の式から②の式への変形では、7を左辺から右辺に移項しました。移項してよい理由は、等式の性質をもとに説明できます。

7を移項してよい理由として正しいものを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

ア ①の式の両辺に7をたしても等式は成り立つから、移項してよい。

イ ①の式の両辺から7をひいても等式は成り立つから、移項してよい。

ウ ①の式の両辺に7をかけても等式は成り立つから、移項してよい。

エ ①の式の両辺を7でわっても等式は成り立つから、移項してよい。

(2) 一次方程式 $\frac{3}{4}x = \frac{1}{4}x - 7$ を解きなさい。

(3) 次の問題と考え方を読んで、下の に当てはまる言葉を書きなさい。

問題

折り紙を何人かの生徒に配るのに、1人に3枚ずつ配ると20枚余ります。また、1人に5枚ずつ配ると2枚たりません。

生徒の人数を求めるために、生徒の人数を x 人として、方程式をつくりなさい。

考え方

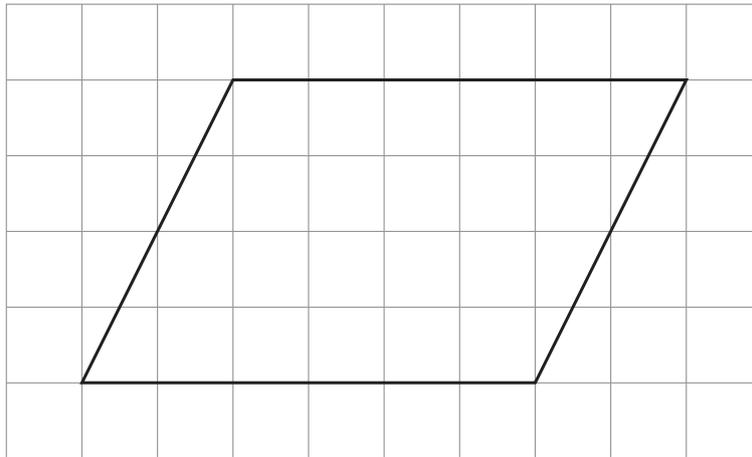
方程式をつくるために、 x を使って、上の問題の数量のうち、 を2通りの式で表すと、 $3x + 20$ と $5x - 2$ になります。

この2つの式が等しいので、方程式は $3x + 20 = 5x - 2$ です。

(4) 連立方程式 $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$ を解きなさい。

4 次の(1), (2)の各問いに答えなさい。

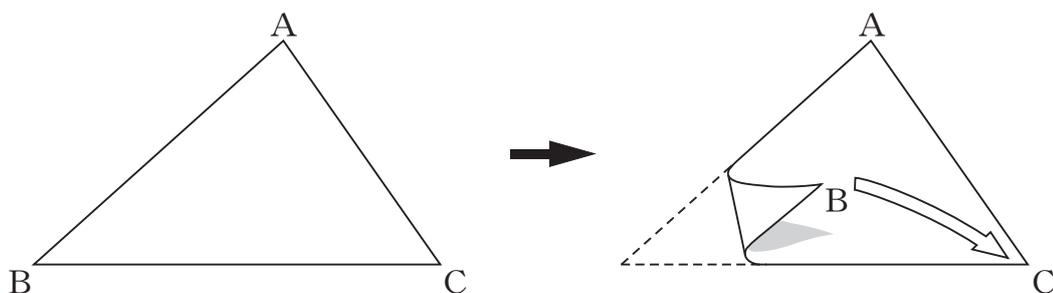
(1) 次の方眼紙にかかれた平行四辺形について, 下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。



- ア 線対称であり, 点対称でもある。
- イ 線対称であるが, 点対称ではない。
- ウ 線対称ではないが, 点対称である。
- エ 線対称でも, 点対称でもない。

(2) 次の図の $\triangle ABC$ を、頂点Bが頂点Cに重なるように折ったときにできる折り目の線を作図しようとしています。

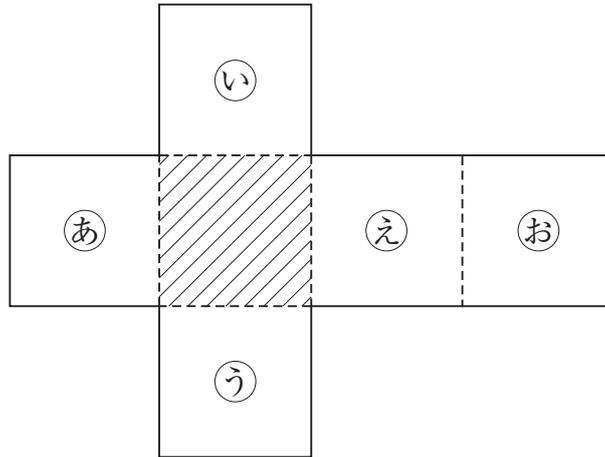
この作図について述べた下のアからエまでの中から、正しいものを1つ選びなさい。



- ア 辺BCの垂直二等分線を作図する。
- イ 頂点Aから辺BCへの垂線を作図する。
- ウ $\angle A$ の二等分線を作図する。
- エ この折り目の線は作図できない。

5 次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

(1) 次の図は、立方体の展開図です。

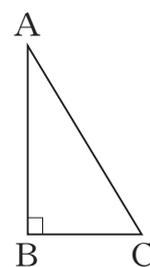


この展開図を組み立ててできる立方体において、斜線をつけた面と平行になる面を、下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

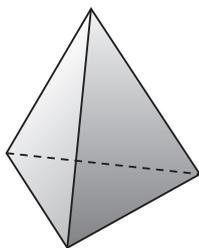
ア 面(あ) イ 面(い) ウ 面(う) エ 面(え) オ 面(お)

(2) 右の図の直角三角形ABCを、直線ABを軸として1回転させて立体をつくります。

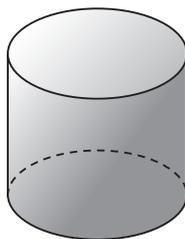
このとき、できる立体の見取図が下のアからオまでの中にあります。正しいものを1つ選びなさい。



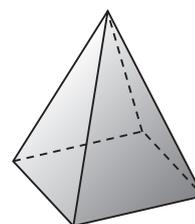
ア



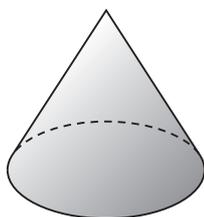
イ



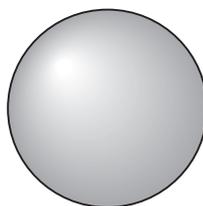
ウ



エ



オ



(3) 次の図1は円柱の見取図で、図2はその展開図です。図2で、円Oの周の長さとは長方形ABCDの辺BCの長さには、どのような関係がありますか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

図1

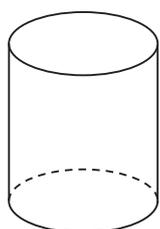
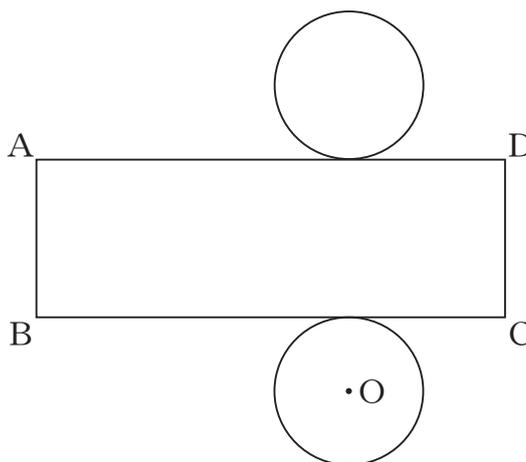
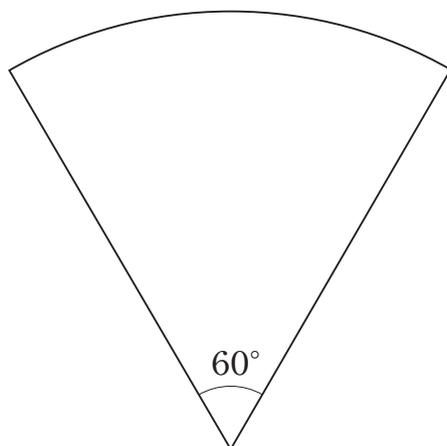


図2



- ア 円Oの周の長さは、辺BCの長さと等しい。
- イ 円Oの周の長さは、辺BCの長さの $\frac{1}{2}$ 倍である。
- ウ 円Oの周の長さは、辺BCの長さの2倍である。
- エ 円Oの周の長さは、辺BCの長さの約 $\frac{1}{3}$ 倍である。
- オ 円Oの周の長さは、辺BCの長さの約3倍である。

(4) 次の図のような、中心角 60° のおうぎ形があります。このおうぎ形の面積は、同じ半径の円の面積の何倍ですか。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

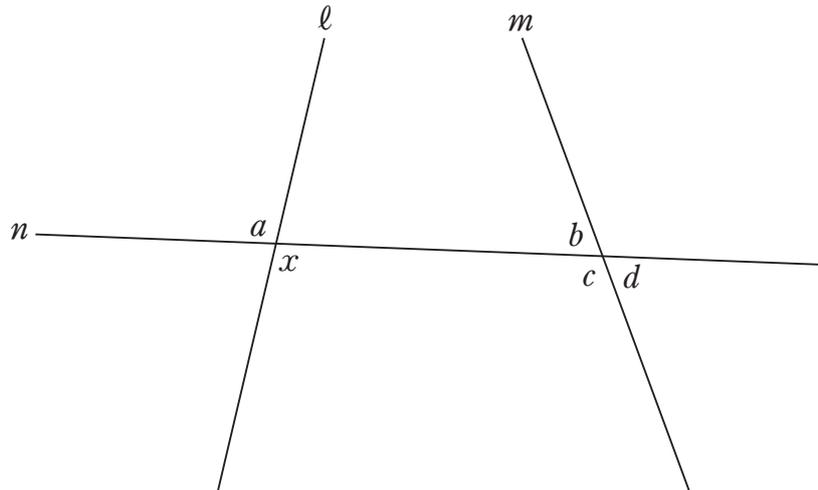


- ア $\frac{1}{2}$ 倍 イ $\frac{1}{3}$ 倍 ウ $\frac{1}{4}$ 倍 エ $\frac{1}{5}$ 倍 オ $\frac{1}{6}$ 倍

6 次の(1), (2)の各問いに答えなさい。

(1) 次の図のように, 2つの直線 ℓ , m に1つの直線 n が交わっています。

このとき, $\angle x$ の同位角について, 下のアからオまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。



- ア $\angle x$ の同位角は $\angle a$ である。
- イ $\angle x$ の同位角は $\angle b$ である。
- ウ $\angle x$ の同位角は $\angle c$ である。
- エ $\angle x$ の同位角は $\angle d$ である。
- オ $\angle x$ の同位角は $\angle a$ から $\angle d$ までの中にはない。

(2) 次の図1, 図2は, 多角形の各頂点において一方の辺を延長したものです。

この2つの図で, それぞれ印を付けた角 () の和を比べるとき, どのようなことがいえますか。下のアからエまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。

図1

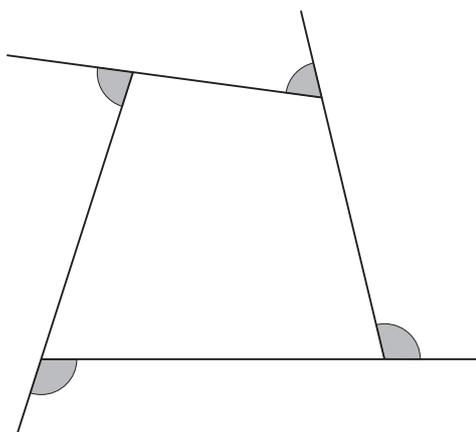
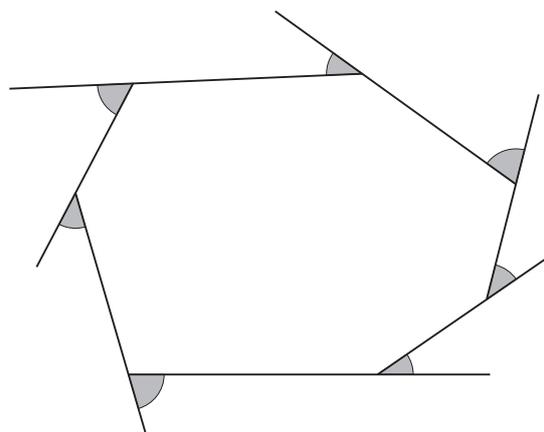


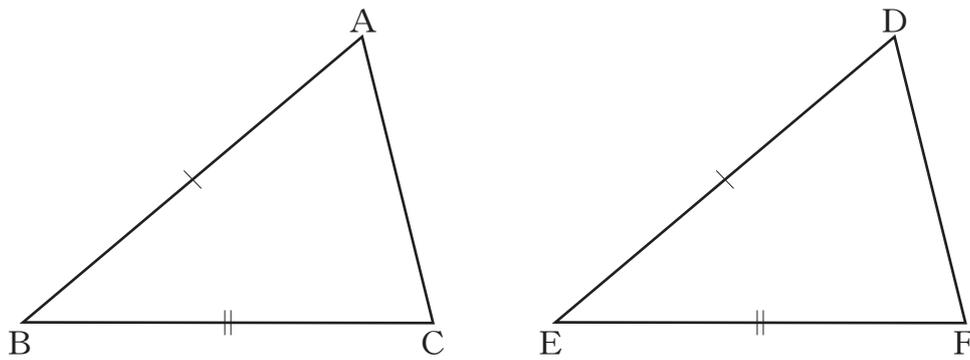
図2



- ア 図1で印を付けた角の和と図2で印を付けた角の和は等しい。
- イ 図1で印を付けた角の和の方が大きい。
- ウ 図2で印を付けた角の和の方が大きい。
- エ 図1で印を付けた角の和と図2で印を付けた角の和のどちらが大きいかは, 問題の条件からだけでは分からない。

7 次の(1), (2)の各問いに答えなさい。

(1) 次の図で, $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が合同であることを証明しようとしています。 $AB = DE$, $BC = EF$ であることは分かっています。



三角形の合同条件を用いて証明するために, あと1つどのようなことが分かればよいですか。下の を完成しなさい。

・分かっていること

$$AB = DE$$

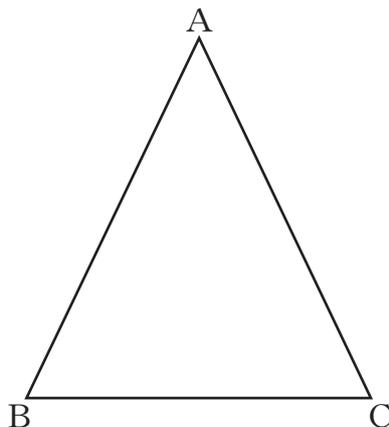
$$BC = EF$$

・分かればよいこと

<input type="text"/>

$$=$$

(2) 次の図で、 $\triangle ABC$ は $AB = AC$ の二等辺三角形です。



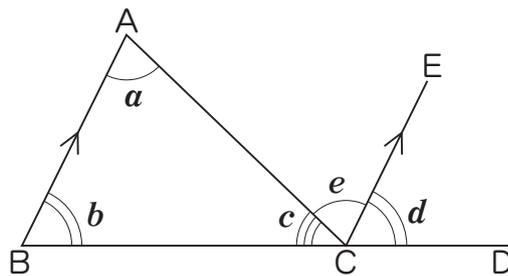
二等辺三角形の2つの底角は等しいといえます。

下線部を、上の図の頂点を表す記号と、記号 \angle 、 $=$ を使って表しなさい。

- 8 ある学級で、「三角形の内角の和は 180° である」ことの証明について、次の①、②を比べて考えています。

①

下の図の $\triangle ABC$ で、
 辺 BC を延長した直線上の点を D とし、点 C を通り辺 BA に平行な直線 CE をひく。



平行線の錯角は等しいから、 $\angle a = \angle e$
 平行線の同位角は等しいから、 $\angle b = \angle d$
 したがって、

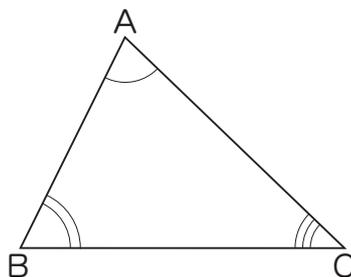
$$\begin{aligned} \angle a + \angle b + \angle c &= \angle e + \angle d + \angle c \\ &= 180^\circ \end{aligned}$$

よって、三角形の内角の和は 180° である。

②

下の図の $\triangle ABC$ で、
 3つの角の大きさをそれぞれ測ると、

$$\begin{aligned} \angle A &= 72^\circ \\ \angle B &= 64^\circ \\ \angle C &= 44^\circ \end{aligned}$$



したがって、

$$\begin{aligned} \angle A + \angle B + \angle C &= 72^\circ + 64^\circ + 44^\circ \\ &= 180^\circ \end{aligned}$$

よって、三角形の内角の和は 180° である。

どんな三角形でも内角の和は 180° であることの証明について、
下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア ①も②も証明できている。

イ ①は証明できており、②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

ウ ①は証明できているが、②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめても証明したことにはならない。

エ ①も②も形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

オ ①は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになるが、②はそれでも証明したことにはならない。

9 次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 比例 $y = 3x$ の x の値とそれに対応する y の値の関係について、
下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

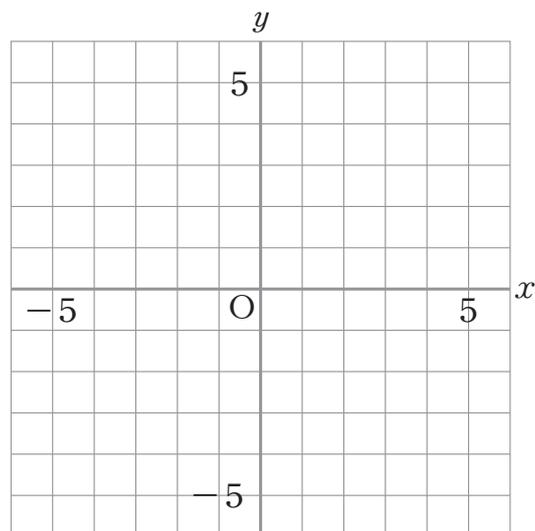
ア x の値と y の値の和は、いつも3である。

イ y の値から x の値をひいた差は、いつも3である。

ウ x の値と y の値の積は、いつも3である。

エ x の値が0でないとき、 y の値を x の値でわった商は、いつも3である。

(2) 点 $(2, 3)$ を、解答用紙の図の中に \bullet 印で示しなさい。



(3) 下のアからエまでの表の中に、 y が x に比例する関係を表したものがありません。それを1つ選びなさい。

ア

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-6	-3	0	3	6	9	12	...

イ

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-12	-8	-4	0	4	8	12	...

ウ

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	4	3	2	1	0	-1	-2	...

エ

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	9	4	1	0	1	4	9	...

10 次の(1), (2)の各問いに答えなさい。

(1) y が x に反比例するものを, 下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

ア 面積が 60 cm^2 の長方形で, 縦の長さが $x \text{ cm}$ のときの横の長さ $y \text{ cm}$

イ 1辺の長さが $x \text{ cm}$ である正方形の面積 $y \text{ cm}^2$

ウ 100 ページの本を, x ページ読んだときの残りのページ数 y ページ

エ 1冊80円のノートを x 冊買ったときの代金 y 円

オ $x \text{ m}$ のリボンを3人で同じ長さに分けたときの1人分の長さ $y \text{ m}$

(2) 下の表は, y が x に反比例する関係を表したものです。 y を x の式で表しなさい。

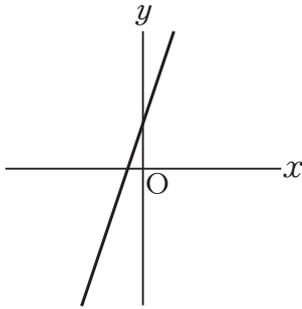
x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-2	-3	-6		6	3	2	...

問題は、次のページへ続きます。

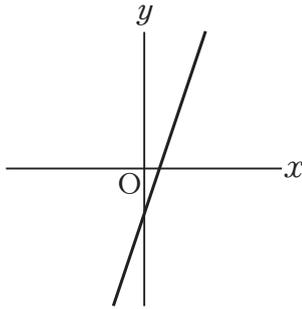
11 次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 下のアからオまでの中に、傾きが -3 、切片が 2 である一次関数のグラフがあります。それを1つ選びなさい。

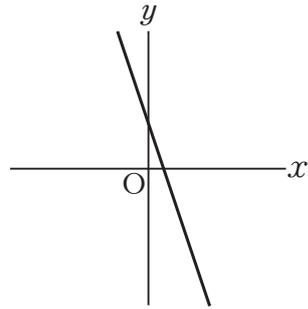
ア



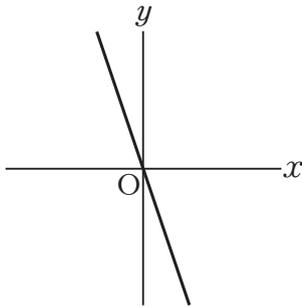
イ



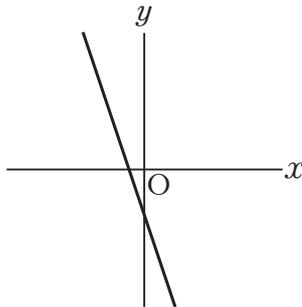
ウ



エ



オ



(2) 水が 5 l 入っている水そうに、毎分 3 l の割合で、いっぱいになるまで水を入れます。水を入れ始めてから x 分後の水そうの水の量を y l とするとき、 y を x の式で表しなさい。

(3) 真一さんは、次のような、一次関数を学習したときのメモの一部を見つけました。そこで、このメモから x と y の関係がどのような式で表されていたかを考えました。

この x と y の関係を表す式を、下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

一次関数の

x	1
y	-2 -5

この表から求めた式は $y =$
変化の割合は、 -3 である。

ア $y = 3x + 1$

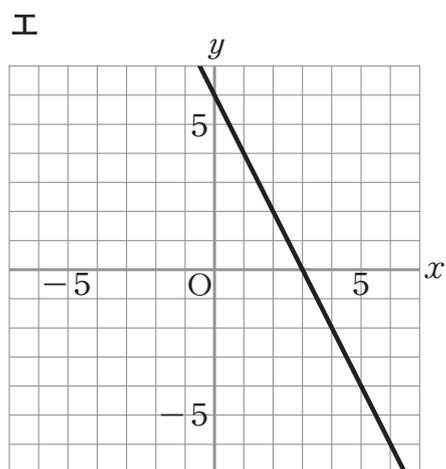
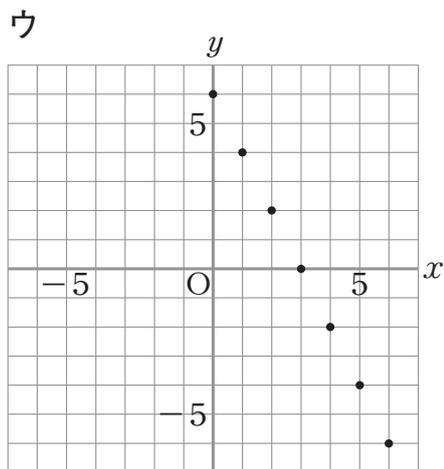
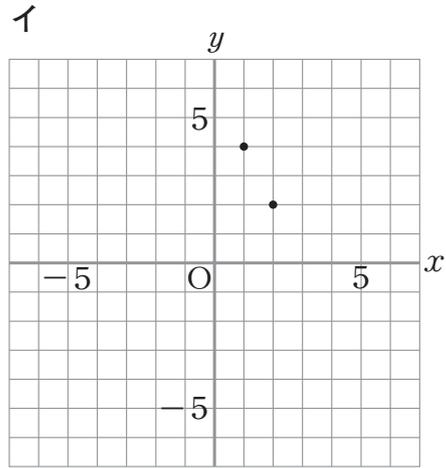
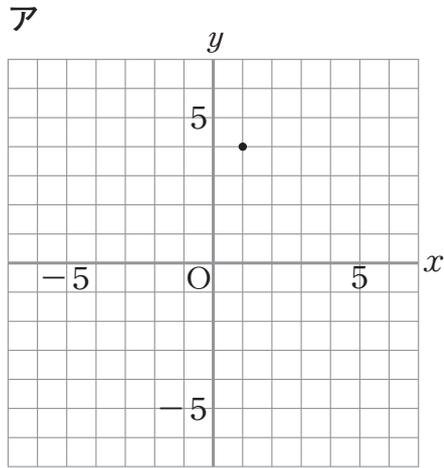
イ $y = -3x - 2$

ウ $y = -2x - 5$

エ $y = -2x - 3$

オ $y = -3x + 1$

12 下のアからエまでの中に、二元一次方程式 $2x + y = 6$ の解を座標とする点の全体を表したものがあります。それを1つ選びなさい。



13 次の(1), (2)の各問いに答えなさい。

(1) 次のような **A** と **B** の画びょうがあります。この2種類の画びょうを投げるとき, どちらが上向きになりやすいかを実験で調べました。

Aの画びょう



Bの画びょう



下の表は, **A** を 1500 回, **B** を 2000 回投げた結果です。

	上向きの回数	下向きの回数	投げた回数
A	831	669	1500
B	1073	927	2000

どちらの画びょうが上向きになりやすいかを調べるには, この結果をどのように比べればよいですか。下の **A** から **E** までの中から正しいものを1つ選びなさい。

- A** 上向きの回数を比べる。
- I** 下向きの回数を比べる。
- ウ** 上向きの回数と下向きの回数の差を比べる。
- E** 投げた回数に対する上向きの回数の割合を比べる。

(2) 大小2つのさいころがあります。この2つのさいころを同時に投げるとき, 出る目の数の和が7になる確率を求めなさい。ただし, どちらのさいころも1から6までの目の出方は同様に確からしいものとしします。

平成 21 年度 全国学力・学習状況調査
平成 21 年 4 月 文部科学省

中学校第3学年

数学 B

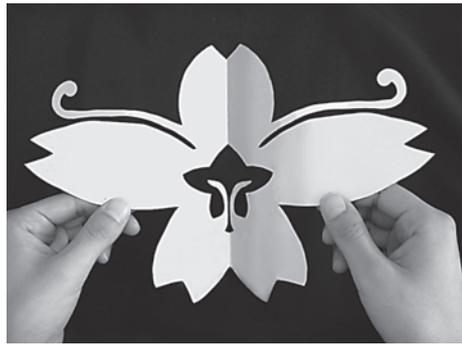
注 意

- 1 先生の合図があるまで、冊子を開かないでください。
- 2 調査問題は、1ページから10ページまであります。
- 3 解答は、すべて解答用紙(解答冊子の「数学B」)に記入してください。
- 4 解答は、HBまたはBの黒鉛筆(シャープペンシルも可)を使い、濃く、はっきりと書いてください。
- 5 解答を選択肢から選ぶ問題は、解答用紙のマーク欄を黒く塗りつぶしてください。
- 6 解答を記述する問題は、指示された解答欄に記入してください。解答欄からはみ出さないように書いてください。
- 7 解答には、定規やコンパスは使用しません。
- 8 解答用紙の解答欄は、裏面にもあります。
- 9 調査時間は、45分間です。
- 10 「数学B」の解答用紙に、組、出席番号、性別を記入し、マーク欄を黒く塗りつぶしてください。

1 江戸時代から親しまれてきた遊びに「もんき紋切り遊び」があります。

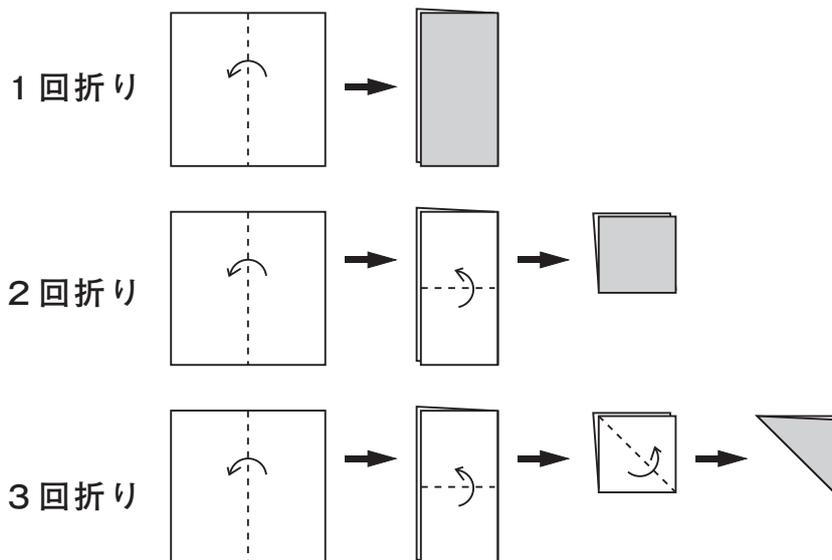
正方形の紙を何度か折り重ね、その紙を切って開くと、きれいな模様の切り絵ができます。

その遊び方には、次のようなものがあります。

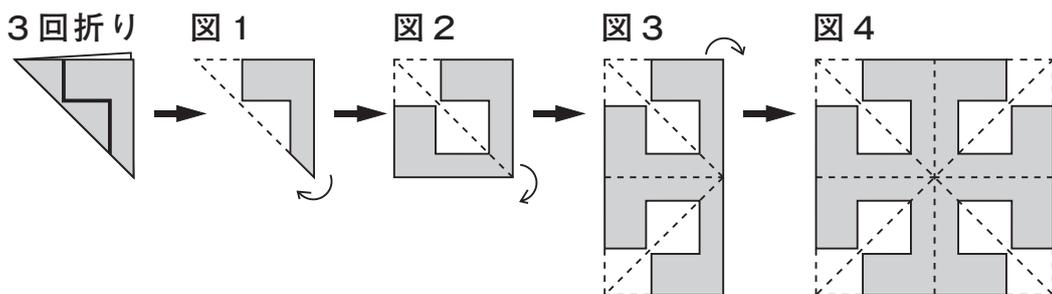


遊び方

正方形の紙を、下の図の1回折り、2回折り、3回折りのいずれかの折り方で折ります。

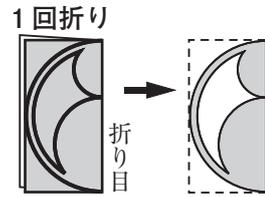


例えば、下の図の3回折りの紙を太線（——）で切り、図1から図2、図3のように順に開いていくと、図4の様ことができます。



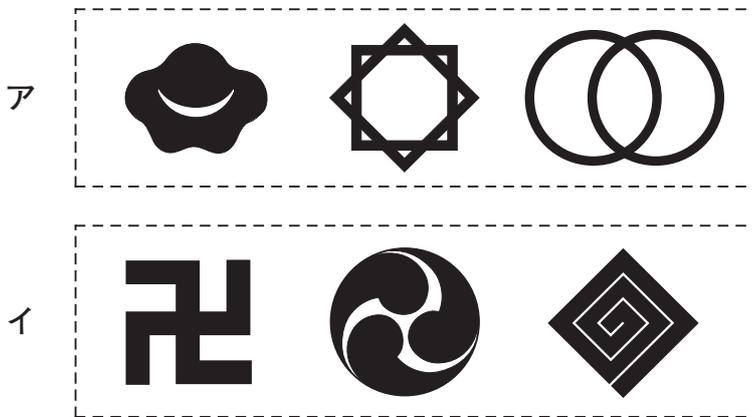
次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 右の図の1回折りの紙を太線で切って開きます。このときにできる模様が、下のアからオまでの中にあります。それを1つ選びなさい。



(2) 「紋切り遊び」でできる模様を集めたグループは、下のア、イのどちらですか。それを選びなさい。

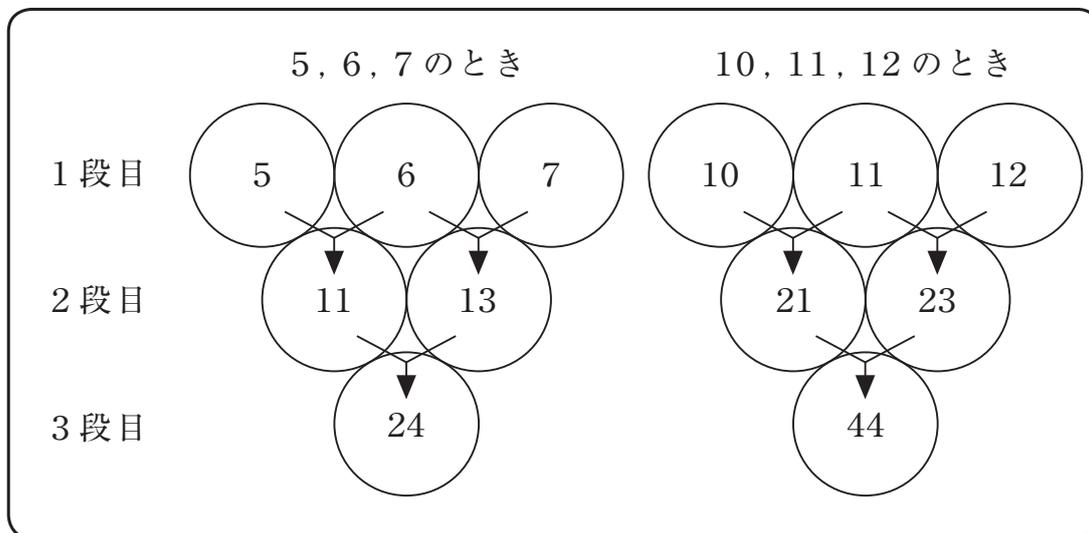
また、これらの模様を参考に、「紋切り遊び」でできる模様だけにみられる図形の性質を説明しなさい。



(3) 下のアからオまでの中に、3回折りの紙を切って開いた模様があります。それを1つ選びなさい。



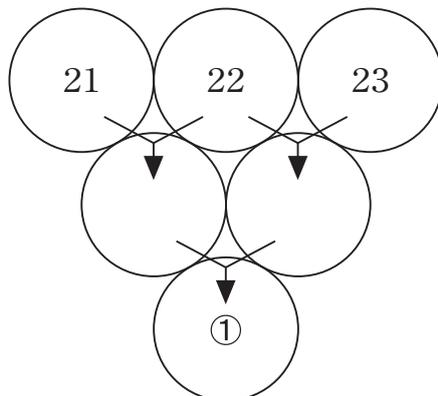
- 2 健治さんは、次の図のように、3段に並んでいる○の1段目に連続する3つの自然数を順に入れました。そして、隣り合う2つの数の和を2段目の○に入れ、同じようにして3段目の数を求めました。



健治さんは、 $24 = 4 \times 6$ 、 $44 = 4 \times 11$ であることから、1段目にどんな連続する3つの自然数を順に入れても、3段目の数はいつも4の倍数になることを予想しました。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 連続する3つの自然数を21, 22, 23とするとき、下の図の①に当てはまる数を求めなさい。



- (2) 「1段目にどんな連続する3つの自然数を順に入れても、3段目の数はいつも4の倍数になる。」という健治さんの予想が正しいことの説明を完成しなさい。

説明

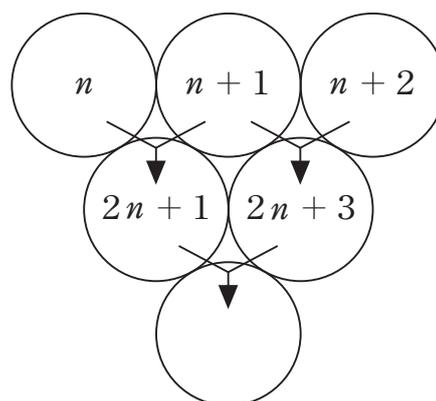
連続する3つの自然数のうち、最も小さい数を n とすると、3つの自然数は、 n 、 $n+1$ 、 $n+2$ と表される。

このとき2段目の数は、それぞれ

$$n + (n + 1) = 2n + 1$$

$$(n + 1) + (n + 2) = 2n + 3$$

であるから、3段目の数は、



$$(2n + 1) + (2n + 3) =$$

- (3) 上の説明で、2段目の2つの数は、 $2n+1$ 、 $2n+3$ と表されています。このことから、2段目の2つの数について、いつもいえることがあります。下のアからオまでの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア 2段目の2つの数は、連続する偶数である。
- イ 2段目の2つの数は、連続する奇数である。
- ウ 2段目の2つの数は、奇数と偶数である。
- エ 2段目の2つの数は、一の位の数が1と3である。
- オ 2段目の2つの数は、十の位の数が等しい。

3 美咲さんは、家の白熱電球が切れたので、環境にやさしいといわれている電球形蛍光灯（以下、「蛍光灯」とします。）にかえようと考えています。

そこで、蛍光灯について調べたところ、次のことが分かりました。

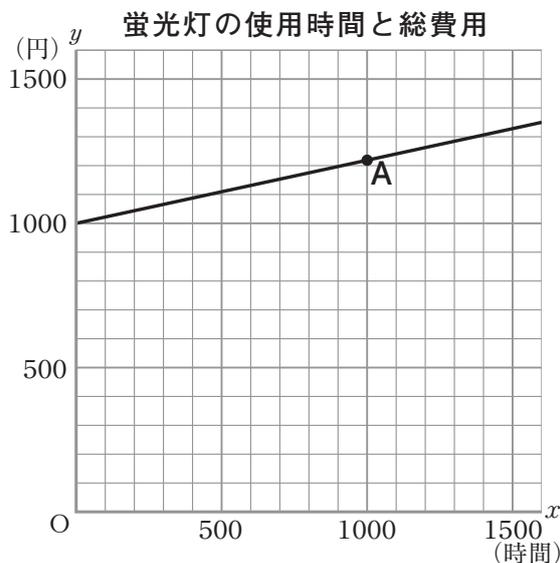
蛍光灯について分かったこと		
蛍光灯と白熱電球の比較 (ほぼ同じ明るさのもの)		
	 蛍光灯 (10 W)	 白熱電球 (54 W)
◎ 値段が高い		
◎ 電気代が安い		
◎ 寿命が長い		
	1 個の値段	1000 円
	電気代(1000 時間)	220 円
	1 個の寿命	10000 時間
		150 円
		1190 円
		1000 時間

美咲さんは、蛍光灯と白熱電球について、電気代は使用時間にもなって一定の割合で増えるとして、1 個の値段と電気代を合計した総費用を比べてみようと思いました。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 白熱電球を 1000 時間使用したときの総費用を求めなさい。

(2) 美咲さんは、蛍光灯を x 時間使用したときの総費用を y 円として、 x と y の関係を、右のようにグラフに表しました。



前ページのグラフ上にある点Aの x 座標の値は1000です。点Aの y 座標の値は、蛍光灯についての何を表していますか。下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

- ア 1個の値段
- イ 1000時間使用したときの電気代
- ウ 1000時間使用したときの総費用
- エ 使用時間
- オ 1個の寿命

(3) 美咲さんとお兄さんは、蛍光灯と白熱電球を同じ時間使用したときの総費用（1個の値段と電気代の合計）を比べています。

お兄さん「1個の値段は蛍光灯の方が高いので、最初のうちは
蛍光灯の方が総費用も多いね。」

美咲さん「でも、1000時間だと蛍光灯の方が総費用が少ないよ。」

お兄さん「それなら、2つの総費用が等しくなる時間があるね。」

蛍光灯と白熱電球の総費用が等しくなるおよその時間を求める方法を説明しなさい。ただし、実際にその時間を求める必要はありません。

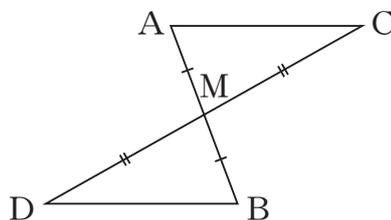
電球形蛍光灯（左）と白熱電球



- 4 大貴さんは、次の問題を考えています。

問題

右の図のように、線分ABと線分CDがそれぞれの中点Mで交わっています。このとき、 $AC \parallel DB$ となることを証明しなさい。



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 大貴さんは、次のような証明の方針1を考えました。この証明の方針1にもとづいて、 $AC \parallel DB$ となることの証明を完成しなさい。

証明の方針1

- ① $AC \parallel DB$ を証明するためには、 $\angle MAC = \angle MBD$ (錯角が等しい)を示せばよい。
- ② $\angle MAC = \angle MBD$ を示すためには、 $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$ を示せばよい。
- ③ 仮定の $AM = BM$, $CM = DM$ を使うと、 $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$ が示せそうだ。

証明

$\triangle AMC$ と $\triangle BMD$ において、



合同な三角形の対応する角は等しいから、

$$\angle MAC = \angle MBD$$

したがって、錯角が等しいから、

$$AC \parallel DB$$

(2) 大貴さんは、 $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$ をもとにして $AC \parallel DB$ を証明しました。 $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$ をもとにすると、前ページの**問題**の図形について、 $\angle MAC = \angle MBD$ や**問題**の仮定以外にも分かることがあります。それを下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

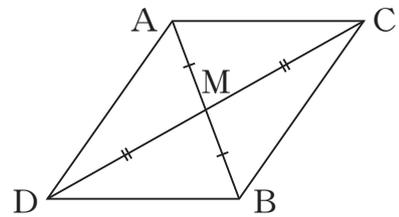
ア $\angle MCA = \angle MDB$

イ $\angle MAC = \angle MDB$

ウ $AM = BM$

エ $AM = DM$

(3) 右の図のように、線分AD、線分CBをひいて四角形ADBCをつくると、次の**証明の方針2**を考えることもできます。



証明の方針2

① $AC \parallel DB$ を証明するためには、四角形ADBCが (①) であることを示せばよい。

② このことは、仮定の $AM = BM$ 、 $CM = DM$ を使うと、 ② ことから示せる。

証明の方針2の(①)に当てはまる言葉を書きなさい。
また、 ② に当てはまることばを、下のアからオまでの中から1つ選びなさい。

ア 対角線が垂直に交わる

イ 対角線の長さが等しい

ウ 対角線が平行である

エ 対角線がそれぞれの midpoint で交わる

オ 対角線が垂直に交わり、その長さが等しい

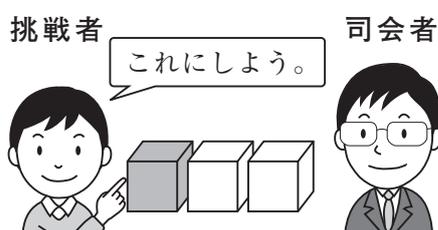
- 5 美穂さんは、賞品当てゲームをしています。このゲームは、司会者と挑戦者（賞品を当てる人）で、次のように進められます。

賞品当てゲーム

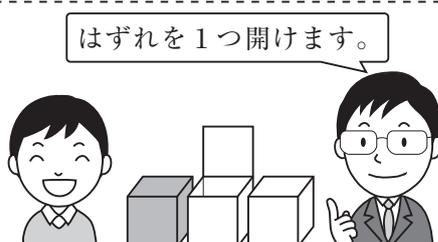
挑戦者の前に3つの箱が置かれています。
その1つは、賞品が入っている当たりの箱です。
司会者はどれが当たりの箱かを知っています。

進め方

- ① 挑戦者は、最初に1つの箱を選びますが、中を見ることはできません。



- ② 司会者は、残った2つの箱のうち、はずれの箱を1つ開けて見せます。



- ③ 挑戦者は、最初に選んだ箱を変更する、または、変更しない、のいずれかを選択します。



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 最初から「箱を変更しない」と決めてゲームを行うと、上の進め方の①で当たるかどうかが決まることになります。3つの箱から1つの箱を選ぶとき、それが当たりの箱である確率を求めなさい。

(2) 美穂さんは、最初から「箱を変更する」と決めてゲームを行う場合について考えています。

下の説明の [] には、「最初に選んだ箱がはずれだとすると、箱を変更すれば必ず当たる」理由が入ります。説明を完成しなさい。

説明

◎最初に選んだ箱が当たりだとする。

残りの2つははずれだから、司会者がどちらの箱を開けても、残った箱は必ずはずれである。

したがって、箱を変更すると必ずはずれる。

◎最初に選んだ箱がはずれだとする。

[]

したがって、箱を変更すると必ず当たる。

(3) 美穂さんは、最初から「箱を変更する」と決めてゲームを行う方が当たりやすいと予想しました。この予想が正しいかどうかを実験で確かめる方法として最も適切なものを、下のアからエまでのの中から1つ選びなさい。

ア 「箱を変更する」で3回行ったとき、3回連続して当たりの箱になるかどうかを調べる。

イ 「箱を変更する」と「箱を変更しない」を交互に行ったとき、どちらが先に当たるかを調べる。

ウ 「箱を変更する」と「箱を変更しない」でそれぞれ3回ずつ行ったときの結果を比較する。

エ 「箱を変更する」と「箱を変更しない」でそれぞれ100回ずつ行ったときの結果を比較する。

平成 21 年度 全国学力・学習状況調査
平成 21 年 4 月 文部科学省

解答用紙

数学 A ウラ

解答欄はオモテにもあります。

5

(1)

(2)

(3)

(4)

6

(1)

(2)

7

(1)

(2)

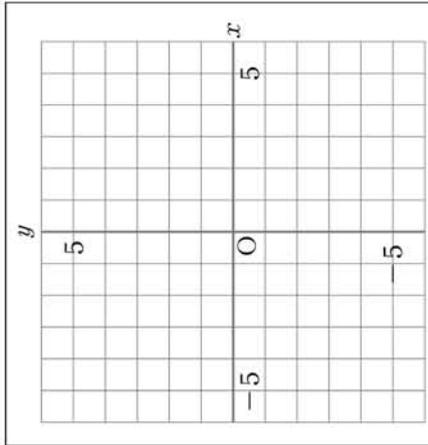
8

(1)

9

(1)

(2)



(3)

10

(1)

(2)

正 答（例）

正答（例）【中学校数学】

A 主として「知識」に関する問題

- ① (1) 3
(2) イ
(3) -6

- ② (1) $-12x^2y$
(2) ウ
(3) ウ
(4) $(a =) \frac{2S}{h}$

- ③ (1) イ
(2) $(x =) -14$
(3) (例) 折り紙の枚数
(4) $(x =) 2, (y =) 1$

- ④ (1) ウ
(2) ア

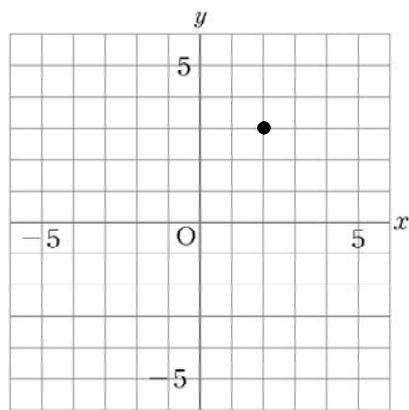
- ⑤ (1) オ
(2) エ
(3) ア
(4) オ

- ⑥ (1) エ
(2) ア

- ⑦ (1) (例1) $AC = DF$ (例2) $\angle ABC = \angle DEF$
(2) (例) $\angle ABC = \angle ACB$

- ⑧ ウ

- 9 (1) エ
(2)



- (3) イ

- 10 (1) ア
(2) $(y =) \frac{6}{x}$

- 11 (1) ウ
(2) $(y =) 3x + 5$
(3) オ

- 12 エ

- 13 (1) エ
(2) $\frac{1}{6}$

正答（例）【中学校数学】

B 主として「活用」に関する問題

- 1 (1) エ
(2) ア

説明(例) 「紋切り遊び」のできる模様だけにみられる図形の性質は、対称軸をもつことである。

- (3) ウ

- 2 (1) 88

- (2) (例) $4(n+1)$

$n+1$ は自然数だから、 $4(n+1)$ は4の倍数である。
したがって、3段目の数は4の倍数である。

- (3) イ

- 3 (1) 1340 (円)

- (2) ウ

- (3) (例) 蛍光灯と白熱電球について、使用時間と総費用の関係を直線のグラフに表して、その交点の座標から、使用時間の値をよむ。

- 4 (1) (例) 仮定から、 $AM=BM$ ……①

$$CM=DM \quad \dots\dots②$$

対頂角は等しいので、

$$\angle AMC = \angle BMD \quad \dots\dots③$$

①, ②, ③より、

2辺とその間の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle AMC \equiv \triangle BMD$$

- (2) ア

- (3) ① 平行四辺形 ② エ

- 5 (1) $\frac{1}{3}$

- (2) (例) 残りの2つの箱は当たりとはずれが1つずつで、司会者はそのうちのいずれの箱を開けるから、残った箱は必ず当たりである。

- (3) エ

点字問題(抜粹)

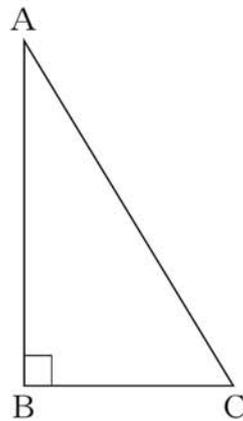
【中学校数学】A 主として「活用」に関する問題

5 次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

(2) 次の図の直角三角形ABCを、直線ABを軸として1回転させて立体をつくります。

このとき、できる立体が次のアからオまでの中にあります。正しいものを1つ選びなさい。

- ア 三角錐
- イ 円柱
- ウ 四角錐
- エ 円錐
- オ 球



7 次の(1), (2)の各問いに答えなさい。

(1) 次ページの図で, $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が合同であることを証明しようとしています。 $AB = DE$, $BC = EF$ であることは分かっています。

三角形の合同条件を用いて証明するために, あと1つどのようなことが分かればよいですか。 次の , にあてはまる記号を書きなさい。

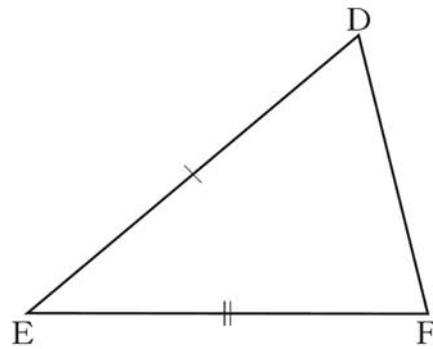
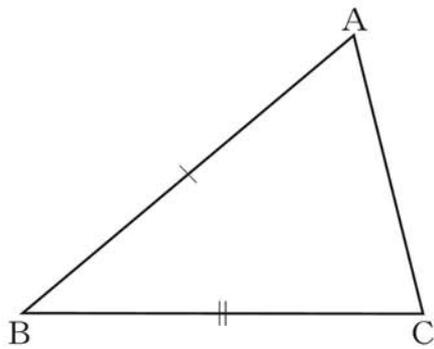
・分かっていること

$AB = DE$

$BC = EF$

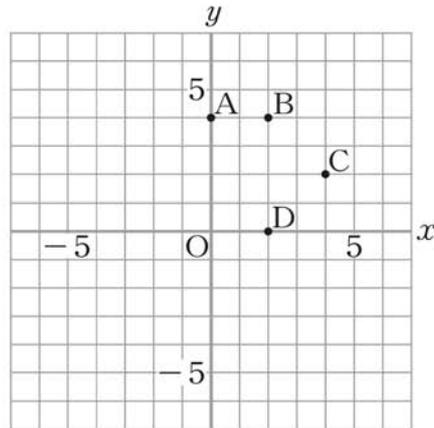
・分かればよいこと

=



9 次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(2) 点 $(2, 4)$ を, 図のAからDまでの中から1つ選びなさい。



V 解答類型

A 主として「知識」に関する問題

解答類型【中学校数学】

A 主として「知識」に関する問題

◎…解答として求める条件をすべて満たしている正答

○…設問の趣旨に即し必要な条件を満たしている正答

問題番号	解答類型	類型番号	
1	(1)	3 と解答しているもの。	1◎
		5 と解答しているもの。	2
		9 と解答しているもの。	3
		上記以外の解答	9
		無解答	0
	(2)	ア と解答しているもの。	1
		イ と解答しているもの。	2◎
		ウ と解答しているもの。	3
		エ と解答しているもの。	4
		オ と解答しているもの。	5
		上記以外の解答	9
		無解答	0
	(3)	-6 と解答しているもの。	1◎
		6 と解答しているもの。	2
		2 と解答しているもの。	3
		上記以外の解答	9
		無解答	0
	2	(1)	$-12x^2y$ と解答しているもの。
$-12xxy$ と解答しているもの。			2
$12x^2y$ と解答しているもの。			3
$-12xy$ と解答しているもの。			4
$-xy$ と解答しているもの。			5
$-y$ と解答しているもの。			6
上記以外の解答			9
無解答			0

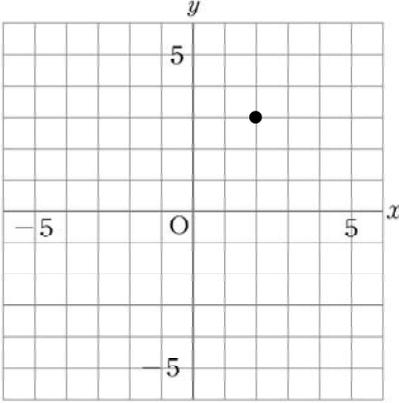
問題番号	解答類型	類型番号	
2	(2)	ア と解答しているもの。	1
		イ と解答しているもの。	2
		ウ と解答しているもの。	3◎
		エ と解答しているもの。	4
		上記以外の解答	9
		無解答	0
		(3)	ア と解答しているもの。
	イ と解答しているもの。		2
	ウ と解答しているもの。		3◎
	エ と解答しているもの。		4
	上記以外の解答		9
	無解答		0
	(4)		$\frac{2S}{h}$ と解答しているもの。
		$2S - h$ と解答しているもの。	2
		$2Sh$ と解答しているもの。	3
		$\frac{S}{2h}$ と解答しているもの。	4
		$\frac{1}{2}Sh$ と解答しているもの。	5
		$S - \frac{1}{2}h$ と解答しているもの。	6
		上記以外の解答	9
		無解答	0
	3	(1)	ア と解答しているもの。
イ と解答しているもの。			2◎
ウ と解答しているもの。			3
エ と解答しているもの。			4
上記以外の解答			9
無解答			0

問題番号	解答類型	類型番号	
3	(2)	−14 と解答しているもの。	1◎
		14 と解答しているもの。	2
		$\frac{7}{2}$ または $-\frac{7}{2}$ と解答しているもの。	3
		7 または −7 と解答しているもの。	4
		上記以外の解答	9
		無解答	0
	(3)	折り紙の枚数 と解答しているもの。 (枚数と解答しているものを含む。)	1◎
		折り紙 と解答しているもの。	2
		生徒の人数 と解答しているもの。 (生徒、または人数と解答しているものを含む。)	3
		配り方 と解答しているもの。	4
		上記以外の解答	9
		無解答	0
	(4)	$(x =) 2, (y =) 1$ と解答しているもの。	1◎
		x の値のみを正しく解答しているもの。	2
		y の値のみを正しく解答しているもの。	3
		$(x =) 1, (y =) 2$ と解答しているもの。	4
		上記以外の解答	9
		無解答	0
4	(1)	ア と解答しているもの。	1
		イ と解答しているもの。	2
		ウ と解答しているもの。	3◎
		エ と解答しているもの。	4
		上記以外の解答	9
		無解答	0

問題番号	解答類型	類型番号	
4	(2)	ア と解答しているもの。	1◎
		イ と解答しているもの。	2
		ウ と解答しているもの。	3
		エ と解答しているもの。	4
		上記以外の解答	9
		無解答	0
		5	(1)
イ と解答しているもの。	2		
ウ と解答しているもの。	3		
エ と解答しているもの。	4		
オ と解答しているもの。	5◎		
上記以外の解答	9		
無解答	0		
(2)	ア と解答しているもの。		1
	イ と解答しているもの。		2
	ウ と解答しているもの。		3
	エ と解答しているもの。		4◎
	オ と解答しているもの。		5
	上記以外の解答		9
	無解答		0
(3)	ア と解答しているもの。		1◎
	イ と解答しているもの。		2
	ウ と解答しているもの。		3
	エ と解答しているもの。		4
	オ と解答しているもの。		5
	上記以外の解答		9
	無解答		0

問題番号	解 答 類 型		類型番号
5	(4)	ア と解答しているもの。	1
		イ と解答しているもの。	2
		ウ と解答しているもの。	3
		エ と解答しているもの。	4
		オ と解答しているもの。	5◎
		上記以外の解答	9
		無解答	0
6	(1)	ア と解答しているもの。	1
		イ と解答しているもの。	2
		ウ と解答しているもの。	3
		エ と解答しているもの。	4◎
		オ と解答しているもの。	5
		上記以外の解答	9
		無解答	0
	(2)	ア と解答しているもの。	1◎
		イ と解答しているもの。	2
		ウ と解答しているもの。	3
		エ と解答しているもの。	4
		上記以外の解答	9
		無解答	0

問題番号	解答類型	類型番号
7	(1) AC = DF と解答しているもの。 (記号の順序は不問。以下同様。)	1 ◎
	∠ABC = ∠DEF と解答しているもの。 または、 ∠B = ∠E と解答しているもの。 (角の記号 (∠) がないものを含む。以下同様。)	2 ◎
	∠ACB = ∠DFE と解答しているもの。 または、 ∠C = ∠F と解答しているもの。 または、 ∠BAC = ∠EDF と解答しているもの。 または、 ∠A = ∠D と解答しているもの。	3
	AB = DE と解答しているもの。 または、 BC = EF と解答しているもの。	4
	対応していない角や辺を解答しているもの。	5
	上記以外の解答	9
	無解答	0
	(2) ∠ABC = ∠ACB と解答しているもの。 または、 ∠B = ∠C と解答しているもの。 (∠CBA = ∠BCAなども可。以下同様。)	1 ◎
	上記1で、角の記号 (∠) がないもの。	2
	上記1, 2で、等号 (=) がないもの。	3
	例 ∠ABCと∠ACBは等しい。	
	∠BAC = ∠ACB と解答しているもの。 または、 ∠A = ∠C と解答しているもの。 または、 ∠BAC = ∠ABC と解答しているもの。 または、 ∠A = ∠B と解答しているもの。	4
	上記4で、角の記号 (∠) や等号 (=) がないもの。	5
	AB = AC と解答しているもの。	6
	上記6以外で、辺について解答しているもの。	7
	上記以外の解答	9
	無解答	0

問題番号	解答類型	類型番号
8	ア と解答しているもの。	1
	イ と解答しているもの。	2
	ウ と解答しているもの。	3◎
	エ と解答しているもの。	4
	オ と解答しているもの。	5
	上記以外の解答	9
	無解答	0
9	(1) ア と解答しているもの。	1
	イ と解答しているもの。	2
	ウ と解答しているもの。	3
	エ と解答しているもの。	4◎
	上記以外の解答	9
	無解答	0
	(2)	下の図のように、(2, 3) の位置に印をつけているもの。
		
(3, 2) の位置に印をつけているもの。		2
(-2, 3) の位置に印をつけているもの。		3
(-2, -3) の位置に印をつけているもの。		4
(2, -3) の位置に印をつけているもの。		5
直線をかいているもの。		6
上記以外の解答		9
無解答	0	

問題番号	解答類型		類型番号
9	(3)	ア と解答しているもの。	1
		イ と解答しているもの。	2◎
		ウ と解答しているもの。	3
		エ と解答しているもの。	4
		上記以外の解答	9
		無解答	0
		10	(1)
イ と解答しているもの。	2		
ウ と解答しているもの。	3		
エ と解答しているもの。	4		
オ と解答しているもの。	5		
上記以外の解答	9		
無解答	0		
(2)	$\frac{6}{x}$ と解答しているもの。 ($6 \div x$ のように、わり算の形で解答していてもよい。以下同様。)		1◎
	$-\frac{6}{x}$ と解答しているもの。		2
	上記1, 2以外の反比例の式を解答しているもの。		3
	$\frac{x}{6}$ と解答しているもの。		4
	$6x$ など、上記4以外の比例の式を解答しているもの。		5
	$x+6$ など、上記4, 5以外の一次関数の式を解答しているもの。		6
	6 と解答しているもの。		7
	上記以外の解答		9
無解答	0		

問題番号	解答類型		類型番号
11	(1)	ア と解答しているもの。	1
		イ と解答しているもの。	2
		ウ と解答しているもの。	3◎
		エ と解答しているもの。	4
		オ と解答しているもの。	5
		上記以外の解答	9
		無解答	0
		(2)	$3x + 5$ と解答しているもの。
	$3x$ と解答しているもの。		2
	$3x - 5$ と解答しているもの。		3
	$5x + 3$ と解答しているもの。		4
	上記2以外で、比例の式を解答しているもの。		5
	上記以外で、一次関数の式を解答しているもの。		6
	上記以外の解答		9
	無解答		0
	(3)	ア と解答しているもの。	1
		イ と解答しているもの。	2
		ウ と解答しているもの。	3
		エ と解答しているもの。	4
		オ と解答しているもの。	5◎
		上記以外の解答	9
		無解答	0

問題番号	解答類型		類型番号
12		ア と解答しているもの。	1
		イ と解答しているもの。	2
		ウ と解答しているもの。	3
		エ と解答しているもの。	4◎
		上記以外の解答	9
		無解答	0
	13	(1)	ア と解答しているもの。
イ と解答しているもの。			2
ウ と解答しているもの。			3
エ と解答しているもの。			4◎
上記以外の解答			9
無解答			0
(2)			$\frac{1}{6}$ と解答しているもの。(数学的に同値と判断できるものを含む。以下同様。)
		$\frac{1}{12}$ と解答しているもの。	2
		$\frac{7}{36}$ と解答しているもの。	3
		$\frac{7}{6}$ または $\frac{6}{7}$ と解答しているもの。	4
		整数の値を解答しているもの。	5
		上記4, 5以外で, 1より大きい値を解答しているもの。	6
		上記以外の解答	9
		無解答	0

解答類型

B 主として「活用」に関する問題

解答類型【中学校数学】
B 主として「活用」に関する問題

◎…解答として求める条件をすべて満たしている正答
○…設問の趣旨に即し必要な条件を満たしている正答

問題番号	解答類型	類型番号		
1	(1)	ア と解答しているもの。	1	
		イ と解答しているもの。	2	
		ウ と解答しているもの。	3	
		エ と解答しているもの。	4 ◎	
		オ と解答しているもの。	5	
		上記以外の解答	9	
		無解答	0	
		(2)	(正答の条件) アを選択し、次の (a), (b) を記述している。 (a) 「『紋切り遊び』でできる模様だけにみられる図形の性質は」などの主部。 (b) 「対称軸をもつ」や「線対称である」などの述部。	
	(正答例) 例1 「紋切り遊び」でできる模様だけにみられる図形の性質は、対称軸をもつことである。 例2 「紋切り遊び」でできる模様は、線対称な図形である。			
	ア を 選 択		(a), (b) を記述しているもの。	1 ◎
			(b) のみを記述しているもの。	2 ○
			上記1, 2で、(b) を「左右対称」のように記述しているもの。	3 ○
			上記1, 2で、(b) を操作的な表現で記述しているもの。	4 ○
			例 「紋切り遊び」でできる模様だけにみられる図形は、折るとぴったり重なる。	
			上記1, 2で、(b) を点対称について記述しているもの。	5
			上記1, 2で、(b) を線対称と点対称の両方に当てはまることについて記述しているもの。または、合同について記述しているもの。 例 「紋切り遊び」でできる模様は、2つの合同な図形に分けられる。	6
			上記以外の解答、または理由を書いていないもの。	7
	イを選択しているもの。		8	
	上記以外の解答		9	
	無解答	0		

問題番号	解答類型		類型番号	
1	(3)	ア と解答しているもの。	1	
		イ と解答しているもの。	2	
		ウ と解答しているもの。	3 ◎	
		エ と解答しているもの。	4	
		オ と解答しているもの。	5	
		上記以外の解答	9	
		無解答	0	
2	(1)	88 と解答しているもの。	1 ◎	
		66 と解答しているもの。	2	
		上記以外の解答	9	
		無解答	0	
	(2)	<p>(正答の条件)</p> <p>< $4(n+1)$ と計算している場合 > 次の (a), (b) を記述している。 (a) $n+1$ は自然数だから, (b) $4(n+1)$ は4の倍数である。</p> <p>< $4n+4$ と計算している場合 > 次の (c), (d) を記述している。 (c) $4n$, 4 が4の倍数で, 4の倍数の和は4の倍数だから, (d) $4n+4$ は4の倍数である。</p> <hr/> <p>(正答例)</p> <p>例1 $4(n+1)$ $n+1$ は自然数だから, $4(n+1)$ は4の倍数である。 したがって, 3段目の数は4の倍数である。</p> <p>例2 $4n+4$ $4n$, 4 が4の倍数で, 4の倍数の和は4の倍数だから, $4n+4$ は4の倍数である。 したがって, 3段目の数は4の倍数である。</p>		
		$4(n+1)$	(a), (b) の両方を記述しているもの。	1 ◎
			(a), (b) のどちらか一方を記述しているもの。	2 ○
			(a), (b) の両方を記述していないもの。	3 ○
			(a), (b) の記述に誤りがあるもの。	4

問題番号	解答類型		類型番号	
2	(2)	4n + 4	(c), (d) の両方を記述しているもの。	5◎
			(c), (d) のどちらか一方を記述しているもの。	6○
			(c), (d) の両方を記述していないもの。	7
			(c), (d) の記述に誤りがあるもの。	8
			上記以外の解答	9
			無解答	0
	(3)	ア	と解答しているもの。	1
		イ	と解答しているもの。	2◎
		ウ	と解答しているもの。	3
		エ	と解答しているもの。	4
		オ	と解答しているもの。	5
			上記以外の解答	9
			無解答	0
	3	(1)	1340	と解答しているもの。
1190			と解答しているもの。	2
1220			と解答しているもの。	3
1410			と解答しているもの。	4
			上記以外の解答	9
			無解答	0
(2)			ア	と解答しているもの。
		イ	と解答しているもの。	2
		ウ	と解答しているもの。	3◎
		エ	と解答しているもの。	4
		オ	と解答しているもの。	5
			上記以外の解答	9
			無解答	0

問題番号	解答類型	類型番号
<p>③ (3)</p>	<p>(正答の条件)</p> <p>蛍光灯と白熱電球について、総費用は一定の割合で増えることを前提として、次のことについて記述しているもの。</p> <p><グラフを用いることについて記述している場合></p> <p>次の (a), (b) について記述している。</p> <p>(a) 使用時間と総費用の関係をグラフで表すこと。</p> <p>(b) グラフの交点の座標から、使用時間の値をよむこと。</p> <p><式を用いることについて記述している場合></p> <p>次の (c), (d) について記述している。</p> <p>(c) 使用時間と総費用の関係を式で表すこと。</p> <p>(d) 総費用が等しいことから方程式を解いて使用時間の値を求めること。</p> <p><表や数値を用いることについて記述している場合></p> <p>次の (e), (f) について記述している。</p> <p>(e) 使用時間と総費用の関係を表や数値で調べること。</p> <p>(f) その表や数値を用いて、総費用の値が一致するときの使用時間の値を求めること。</p> <hr/> <p>(正答例)</p> <p>例1 蛍光灯と白熱電球について、使用時間と総費用の関係を直線のグラフに表して、その交点の座標から、使用時間の値をよむ。</p> <p>例2 蛍光灯と白熱電球について、x時間使用したときの総費用をy円として、yをxの一次関数の式で表し、連立方程式を解いて、そのxの値を求める。</p> <p>例3 蛍光灯と白熱電球について、使用時間と総費用の関係を表す表をつくり、変化の割合が一定であることを用いて、総費用が等しくなる時の使用時間を求める。</p>	
	<p>(a), (b) について文で記述しているもの。または、実際にグラフをかき、その交点のうち、使用時間の値をよむことについて記述しているもの。</p>	1◎
	<p>上記1で、(b)について、よみとる値が使用時間であることを記述していないもの。</p>	2○
	<p>上記1で、(b)について、交点の座標について記述していないもの。または、(a)のみを記述しているもの。</p> <p>例 グラフの使用時間をよむ。</p>	3
	<p>(c), (d) について文で記述しているもの。または、実際に方程式をつくって、使用時間の値を求めようとしているもの。</p>	4◎
	<p>上記4で、次のようなもの。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・(c)で、変数が何を表すかを記述していないもの。 ・(d)で、使用時間の値を求めることを記述していないもの。 	5○
	<p>(e), (f) について記述しているもの。または、実際に表や数値をかいており、総費用の値が一致するときの使用時間の値を求めようとしているもの。</p>	6◎
	<p>上記6で、次のようなもの。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・(e)で、用いる数量が何であることを記述していないもの。 ・(f)で、使用時間の値を求めることを記述していないもの。 	7○

問題番号	解答類型	類型番号
3	(3) 式や表や数値を用いることについて記述しているもののうち、上記4～7以外のもの。 例1 使用時間を x 時間として、総費用についての方程式をつくる。 例2 使用時間に対する総費用の表をつくる。	8
	----- 上記以外の解答	9
	無解答	0
4	(1) (正答の条件) 次の(a), (b), (c) とその根拠を記述し、証明しているもの。 (a) $AM = BM$, $CM = DM$ (順番は不問) (b) $\angle AMC = \angle BMD$ (c) $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$ ~~~~~ (正答例) 仮定から、 $AM = BM$ ……① $CM = DM$ ……② 対頂角は等しいので、 $\angle AMC = \angle BMD$ ……③ ①, ②, ③より、 2辺とその間の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$	
	(a), (b), (c) とその根拠を記述しているもの。	1◎
	上記1で、表現が十分でなかったり、記号を書き忘れていたりするが、証明の筋道が正しいと分かるもの。 例 角の記号(\angle)を書き忘れている。	2○
	----- 上記1, 2で、(a), (b), (c) の根拠が抜けているもの。	3○
	上記1～3以外で、 証明の方針1 にもとづいて(c)を正しく証明しているもの。 例 仮定から、 $AM = BM$ ……① $CM = DM$ ……② ①, ②より、対角線がそれぞれの中点で交わるので、 四角形ADBCは平行四辺形である。 平行四辺形の向かい合う辺は等しいので、 $AC = DB$ ……③ ①, ②, ③より、 3辺がそれぞれ等しいから、 $\triangle AMC \equiv \triangle BMD$	4◎
----- 上記4で、表現が十分でなかったり、記号を書き忘れていたりするが、証明の筋道が正しいと分かるもの。	5○	

問題番号	解答類型	類型番号	
4	(1) 上記1～5で、根拠に誤りがあるもの。	6	
	例 $\angle AMC = \angle BMD$ の根拠として「共通な角だから」などと記述している。		
	仮定として $AC \parallel DB$ を用いているもの。	7	
	(a)のみを記述しているもの。または、(a)と(c)について記述しているもの。	8	
	上記以外の解答	9	
	無解答	0	
	(2) ア と解答しているもの。	1◎	
	イ と解答しているもの。	2	
	ウ と解答しているもの。	3	
	エ と解答しているもの。	4	
	上記以外の解答	9	
	無解答	0	
	(3) ①を平行四辺形と解答	②を ア と解答しているもの。	1
		②を イ と解答しているもの。	2
		②を ウ と解答しているもの。	3
		②を エ と解答しているもの。	4◎
		②を オ と解答しているもの。	5
		上記以外の解答	6
		無解答	7
		①を合同と解答しているもの。	8
		上記以外の解答	9
無解答		0	

問題番号	解答類型	類型番号	
5	(1)	$\frac{1}{3}$ と解答しているもの。(数学的に同値と判断できるものも含む。以下同様。)	1◎
		$\frac{1}{2}$ と解答しているもの。	2
		$\frac{2}{3}$ と解答しているもの。	3
		上記以外の解答	4
		無解答	0
	(2)	(正答の条件) 次の(a), (b), (c)について記述しているもの。 (a) 残りの箱は当たりとはずれの箱が1つずつあること。 (b) 司会者は、残りの箱の中ではずれの箱を開けること。 (c) 最後に残った箱は必ず当たりの箱であること。	
		(正答例) 残りの2つの箱は当たりとはずれが1つずつで、司会者はそのうちのはずれの箱を開けるから、残った箱は必ず当たりである。	
		(a), (b), (c)について記述しているもの。	1◎
		(a), (b)について記述しているもの。	2○
		(b), (c)について記述しているもの。	3○
		(a), (c)について記述しているもの。	4○
		(a)のみを記述しているもの。	5
		(b)のみを記述しているもの。	6
		(c)のみを記述しているもの。	7
		(a), (b), (c)のいずれかについて、誤ったことを記述しているもの。	8
		上記以外の解答	9
	無解答	0	
	(3)	ア と解答しているもの。	1
		イ と解答しているもの。	2
		ウ と解答しているもの。	3
		エ と解答しているもの。	4◎
上記以外の解答		9	
無解答		0	

解答類型

点字問題部分

解答類型 [点字問題] 【中学校数学】
A 主として「知識」に関する問題

◎ … 解答として求める条件をすべて満たしている正答

問題番号	解答類型	類型番号
5	(2) ア と解答しているもの。	1
	イ と解答しているもの。	2
	ウ と解答しているもの。	3
	エ と解答しているもの。	4◎
	オ と解答しているもの。	5
	上記以外の解答	9
	無解答	0
7	1 に AC, 2 に DF と解答しているもの。 (記号の順序は不問。以下同様。)	1◎
	1 に $\angle ABC$, 2 に $\angle DEF$ と解答しているもの。 または, 1 に $\angle B$, 2 に $\angle E$ と解答しているもの。 (角の記号 (\angle) が無いものを含む。以下同様。)	2◎
	1 に $\angle ACB$, 2 に $\angle DFE$ と解答しているもの。 または, 1 に $\angle C$, 2 に $\angle F$ と解答しているもの。 または, 1 に $\angle BAC$, 2 に $\angle EDF$ と解答しているもの。 または, 1 に $\angle A$, 2 に $\angle D$ と解答しているもの。	3
	1 に AB, 2 に DE と解答しているもの。 または, 1 に BC, 2 に EF と解答しているもの。	4
	対応していない角や辺を解答しているもの。	5
	上記以外の解答	9
	無解答	0
	9	(2) B と解答しているもの
C と解答しているもの		2
上記以外の解答		9
無解答		0

VI 質問紙調査項目 (教科関連部分)

13 あなたは、^{すうがく}数学についてどのように^{おも}思っていますか。当てはまるものを右の①から④の^{なか}中から1つずつ^{えら}選んでください。

当てはまる	どちらかといえば、当てはまる	どちらかといえば、当てはまらない	当てはまらない
-------	----------------	------------------	---------

(63) ^{すうがく}数学の^{べんきょう}勉強は^す好きだ…………… ① — ② — ③ — ④

(64) ^{すうがく}数学の^{べんきょう}勉強は^{たいせつ}大切だ…………… ① — ② — ③ — ④

(65) ^{すうがく}数学の^{じゅぎょう}授業の^{ないよう}内容はよく^わ分かる・ ① — ② — ③ — ④

当てはまる	どちらかといえ ば、当てはまる	どちらかといえ ば、当てはまらない	当てはまらない
-------	--------------------	----------------------	---------

(66) 数学すうがくができるようになりたい…… ① — ② — ③ — ④

(67) 数学すうがくの問題もんだいの解き方とが分かたからない
 ときは、あきらめずわにいろいろな方ほう
 法ほうを考かんがえる…………… ① — ② — ③ — ④

(68) 数学すうがくの授業じゅぎょうで学がく習しゅうしたことを普ふ
 段だんの生活せいかつの中なかで活かつ用ようできないか考かんが
 える…………… ① — ② — ③ — ④

(69) 数学すうがくの授業じゅぎょうで学がく習しゅうしたことは、
 将しょう来らい、社しゃ会かいに出でたときに役やくに立たつ・ ① — ② — ③ — ④

当てはまる	どちらかといえ ば、当てはまる	どちらかといえ ば、当てはまらない	当てはまらない
-------	--------------------	----------------------	---------

(70) 数学の授業で問題を解くとき、
もっと簡単に解く方法がないか考
える…………… ① — ② — ③ — ④

(71) 数学の授業で公式やきまりを習
うとき、その根拠を理解するように
している…………… ① — ② — ③ — ④

(72) 数学の授業で問題の解き方や考
え方が分かるようにノートに書いて
いる…………… ① — ② — ③ — ④

あなたは、今回の^{こんかい}数学^{すうがく}の問題^{もんだい}について、どのように^{おも}思いましたか。次の^{つぎ}(73)について、^あ当てはまるものを1つ^{えら}選んでください。

(73) 解答^{かいとう}を言葉^{ことば}や式^{しき}を使って^{つか}説明^{せつめい}する問題^{もんだい}がありましたが、それらの問題^{もんだい}で最後^{さいご}まで解答^{かいとう}を書こうと努力^{かりょく}しましたか。

- ① すべての書^かく問題^{もんだい}で最後^{さいご}まで解答^{かいとう}を書こうと努力^{かりょく}した
- ② 書^かく問題^{もんだい}で解答^{かいとう}しなかったり、解答^{かいとう}を書^かくことを途^と中^{ちゆう}であきらめたりしたものがあつた
- ③ 書^かく問題^{もんだい}は全^{まった}く解答^{かいとう}しなかった

【参考文献】

- ・文部科学省「中学校学習指導要領（平成10年12月告示，平成15年12月一部改正）」平成16年1月20日（改訂版）
- ・文部科学省「中学校学習指導要領（平成10年12月）解説　－数学編－（平成11年9月，平成16年5月一部補訂）」平成16年10月15日（一部補訂）
- ・文部科学省「小学校学習指導要領（平成10年12月告示，平成15年12月一部改正）」平成16年1月20日（改訂版）
- ・文部省「小学校学習指導要領解説算数編」平成11年5月31日
- ・全国的な学力調査の実施方法等に関する専門家検討会議「全国的な学力調査の具体的な実施方法等について（報告）」平成18年4月25日
- ・国立教育政策研究所教育課程研究センター「評価規準の作成，評価方法の工夫改善のための参考資料（中学校）－評価規準，評価方法等の研究開発（報告）－」平成14年2月
- ・国立教育政策研究所教育課程研究センター「評価規準の作成，評価方法の工夫改善のための参考資料（小学校）－評価規準，評価方法の研究開発（報告）－」平成14年2月
- ・文部科学省 国立教育政策研究所「平成19年度 全国学力・学習状況調査【中学校】報告書」平成20年1月
- ・文部科学省 国立教育政策研究所「平成20年度 全国学力・学習状況調査【中学校】報告書」平成20年11月
- ・国立教育政策研究所教育課程研究センター「平成19年度 全国学力・学習状況調査解説資料 中学校 数学」平成19年5月
- ・国立教育政策研究所教育課程研究センター「平成20年度 全国学力・学習状況調査解説資料 中学校 数学」平成20年4月

(SOY INK)

本書の一部または全部を無断で転載，複製することを禁じます。