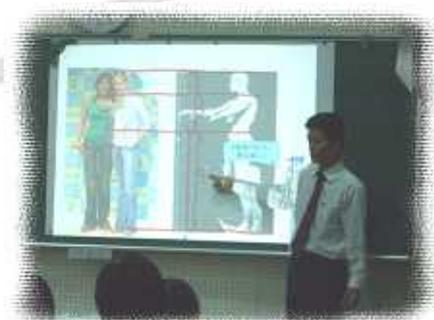


# 「数学のよさを実感させ,興味・関心を高める学習指導の工夫」

～課題学習における数学の不思議・美しさを感じさせる指導を通して～



那覇市立仲井真中学校教諭  
寺澤 与聖夫

# 目次

テーマ設定の理由	5 3
研究目標	5 4
研究仮説	5 4
1 基本仮説	
2 作業仮説	
研究構想図	5 4
研究内容	5 5
1 数学のよさについて	
(1) 数学のよさの意義	
(2) 数学における「不思議・美しさ」について	
2 数学的活動について	
(1) 数学的活動の内容と位置づけ	
(2) 数学的活動の役割と留意点	
3 課題学習について	
(1) 課題学習の内容とねらい	
(2) 課題学習と通常授業との関連	
4 課題学習における数学の不思議・美しさを感じさせる教材について	
(1) 数学の不思議・美しさを感じさせる教材の単元計画及び関連領域	
(2) 数学的活動の工夫と評価規準及び評価方法	
授業実践	6 1
1 単元名 課題学習「数学の不思議・美しさを探求する」	
2 題材名 フィボナッチ数列の神秘 Part2	
3 単元目標	
4 単元について	
(1) 教材観	
(2) 生徒観	
(3) 指導観	
5 単元の指導計画	
6 本時の学習	
(1) 目標	
(2) 授業仮説	
(3) 準備	
(4) 本時の展開	
結果と考察	6 3
研究の成果と課題	6 6
1 成果	
2 課題	

## 《主な参考文献と資料》

## 「数学のよさを実感させ、興味・関心を高める学習指導の工夫」

～課題学習における数学の不思議・美しさを感じさせる指導を通して～

那覇市立仲井真中学校教諭 寺澤 与聖夫

### テーマ設定の理由

2003年のPISA調査分析結果から「数学に対する興味や関心が国際的に見て依然と低くOECD平均をはるかに下回っている」ことが明らかになり、これを受けて平成20年1月の中央教育審議会答申の中で「数学的活動を一層充実させること」、「数学を学ぶ意欲を高めたり、学ぶことの意義や有用性を実感したりできるようにすること」などが示された。そして新学習指導要領の数学の目標に「数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりする」という内容が示された。知識や技能を高めるだけでなく、数学のよさを実感させ、興味関心を高めることの大切さが求められているのである。

本校の生徒においては、平成20年度に行われた全国学力・学習状況調査の結果から「数学の勉強は大切・どちらかといえば大切」と答えた生徒は8割を超えたのに対し、「数学が好き・どちらかといえば好き」と答えた生徒は5割程度であり、「大切だと思うにもかかわらず好きではない」生徒が約3割いることがわかった。原因の一つとして、根本的な「数学という学問そのもののよさ」を生徒があまり感じていないのではないかと考えられる。

私自身の授業を振り返ってみると、「数学のよさ」や「楽しさ」をしっかりと伝えることができていたのか、と反省させられた。基礎基本の定着を図るとともに、生徒自身が「数学のよさ」を感じ、数学の価値や学ぶことに意義を見いだすことができるような教材の開発や学習指導の工夫をしていく必要があるのではないかと考えた。

「数学のよさ」を伝えるには、各単元における普通の授業の中で工夫していくことが大切だが、単元の内容に限られてしまうという制約もある。そこで課題学習における学習活動を生かせば、身近な題材と関連させて、今まで気づかなかった新たな数学的な発見をもたらす教材の開発ができると考える。各領域の学習内容を統合したり、様々なものに関連付けたりするなどして設定した課題を通して、数学的な見方や考え方を深めていくことは課題学習のねらいであり、課題設定における数学的活動の楽しさや数学のよさを実感させることの大切さは新学習指導要領解説にも示されている通りである。

この「数学のよさ」を実感できる課題として、私は「数学の不思議や美しさ」に視点を当ててみた。数や計算、図形などに潜む不思議や美しさがあり、身近なものや自然界に潜む数学的な不思議や美しさがある。数学の学習において、不思議さを感じたり、美しいと感じたりすることで、より一層「数学のよさ」を感じることができるのではないかと考える。

そこで本研究では、課題学習において「数学の不思議・美しさ」を感じさせるような教材を工夫し、数学的活動を効果的に取り入れることで、生徒が「数学のよさ」を感じ、数学に対する興味関心が高まるのではないかと考え、本テーマを設定した。

## 研究目標

数学のよさを実感させ、興味・関心を高めるために、課題学習における数学の不思議や美しさを感じさせるような学習指導の工夫を研究する。

## 研究仮説

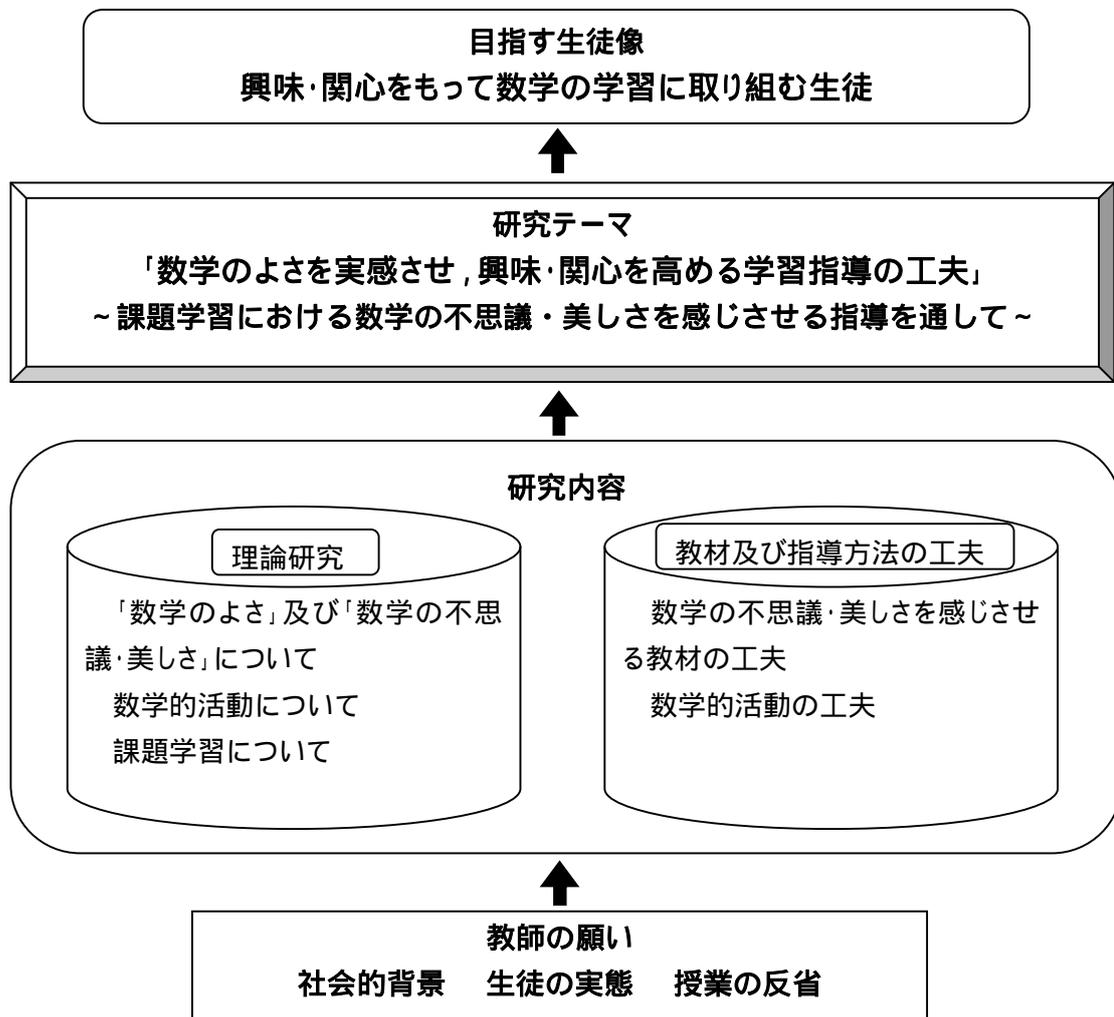
### 1 基本仮説

課題学習において、教材の工夫や数学的活動の工夫をすることにより、生徒が数学の不思議・美しさを感じ、数学のよさを実感することで、数学への興味・関心が高まるであろう。

### 2 作業仮説

- (1) 課題学習において、身近なものや自然界の中に「数学の不思議・美しさ」が存在する事例を教材として取り入れることにより、「数学の不思議・美しさ」を数学のよさとして認識し、実感するであろう。
- (2) 自力解決の場面において、実物の観察や作図を通して試行錯誤ができるような「数学的活動」を取り入れることで、意欲的に課題を追求するとともに数学のよさを実感するであろう。

## 研究構想図



## 研究内容

### 1 数学のよさについて

#### (1) 数学のよさの意義

「数学のよさ」について、現行の中学校学習指導要領数学科の目標の中では「数学的な見方や考え方のよさを知り」とあるが、新学習指導要領では「数学のよさを実感し」へと改訂されている。つまり「数学のよさ」を数学的な見方・考え方だけに限定せずに、幅広く捉えることの必要性が求められている。その例としては次の4つが示されている。

数学的な表現や処理のよさ  
数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則のよさ  
数学的な見方や考え方のよさ  
数学が生活に役立つこと、数学が科学技術を支え相互にかかわって発展してきていることなどに関わる知識

また、新学習指導要領解説数学編では「『数学のよさ』を実感できるようにすることは、数学の学習に意欲的に取り組むことができるようにすることに本来のねらいがある。」と示されている。

そこで、生徒に数学のよさを十分に実感させるために、次に述べる「数学の不思議・美しさ」に視点を当て研究を行うこととした。

#### (2) 数学における「不思議・美しさ」について

本校生徒において、「数学の不思議・美しさ」を数学のよさとして感じている生徒は15%と非常に少ない。これは数学に存在する不思議・美しさに気づいていない、または知らない生徒が多いためではないかと考える。

「美しい」とは私達の日常生活では、ただ単に「形などがきれい」という意味で使われることが多いと思うが、「愛らしい、かわいい、きれいである、整っている、申し分ない」なども「美しい」とされている。このように美しさの視点を幅広く持つと、数学の中にも数々の美しさが潜んでいることが分かる。前述した数学のよさにおける美しさについて以下のようにまとめた。( ~ の数学のよさは前述(1)に対応)

：数量や図形における概念や原理・法則  
あらゆる事象を原理・法則として一般化しており、申し分のない、整っている美しさが存在しているといえる。さらに、これらの中に見いだされるパターンやリズム、対称性などは規則的であり、視覚的にも美しい。

、：数学的な表現・処理や見方・考え方  
数学的な表現の仕方、処理の仕方、見方・考え方における思考過程においては、簡潔・明瞭に整理することが重要であり、そこには、整っている美しさが存在する。

\* は、 ~ のよさが、身近な生活で活用されているよさであり、重複している。

また、原理・法則における美しさが現れる場面には「なぜそうなるのだろうか？」という疑問が生じてくる。その理由を考え、証明する過程の中にも美しさがあり、その結果得られた原理・法則そのものがまた美しいのである。すなわち、数学の美しさの陰には不思議が存在し、その不思議を追求していく過程や結果にまた美しさが現れるのである。

私たちが何かを見たり、体験したりする中で美しいと感じたときは、よりその印象が心に残るものではないだろうか。数学のよさにおける「不思議・美しさ」を感じることは、数学の有用性を心で感じることであり、感動を伴った数学のよさとして心の内面深くに印

象付けられるであろう。感受性豊かな発達段階にある中学生にとって、「数学の不思議・美しさ」を感じることは、数学のよさを実感するための有効な手段であると考えられる。

そこで本研究では、教材や指導方法の工夫をすることで、「数学の不思議・美しさ」を数学のよさとして生徒に認識、実感させたい。

## 2 数学的活動について

### (1) 数学的活動の内容と位置づけ

数学的活動とは、生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学にかかわりのある様々な営みを意味している。これらの中で重視されているのは次の3つである。

数や図形の性質などを見いだす活動  
日常生活で数学を利用する活動  
数学的に説明し伝え合う活動

さらに、数学的活動には、具体物を操作するだけでなく、試行錯誤をしたり、資料を収集整理したりする活動も含まれている。また、新学習指導要領では、数学的活動を内容に位置づけ、数学的活動を通して数学科の目標を達成することが示されており、数学的活動を積極的に取り入れていくことが求められている。

### (2) 数学的活動の役割と留意点

数学的活動の役割と留意点には次の3つがあげられる。

#### <役割>

基礎的・基本的な知識・技能を身に付ける。  
数学的な思考力・表現力を高める。  
数学を学ぶことの楽しさや意義を実感する。

#### <留意点>

数学を学ぶことを体験する機会を設けること。  
活動の過程で様々な工夫、驚き、感動を味わい、数学を学ぶことの面白さ、考えることの楽しさを味わえるようにすること。  
各領域の学習やそれらを相互に関連付けた学習において取り組むこと。

そこで本研究では、実物の観察や作図を通して試行錯誤ができるような「数学的活動」を取り入れることで、生徒が意欲的に課題を追求し、より一層数学のよさを実感するのではないかと考える。

## 3 課題学習について

### (1) 課題学習の内容とねらい

課題学習とは、各領域の内容を統合したり日常の事象や他教科等での学習に関連付けたりするなどして見いだした課題を解決する学習であり、そのねらいは数学的な見方や考え方をさらに深めていくことである。

また課題設定において大切なことは、数学的な活動の楽しさや数学のよさを実感させることであり、次のような課題であることが望まれる。

一人一人の生徒が様々な思考や創意工夫を行い、意欲的な追求を継続できる課題  
一人一人の生徒がそれぞれの方法で結果を見通すことができる課題  
解決のために多様な数学的な見方や考え方が発揮されるような課題  
課題の解決を振り返り、発展的に考えることができるような課題

そこで本研究では、課題学習において、身近なものや自然界の中に数学の不思議・美しさが存在するような事例を教材として取り入れることで、数学の不思議・美しさは数学のよさであることを生徒に認識、実感させたい。

## (2) 課題学習と通常授業との関連

課題学習と通常授業との関連において、新中学校学習指導要領解説数学編では次のように示されている。

実施に当たっては各学年で指導計画に適切に位置づける。  
 課題学習を通して養われる意欲や態度、見方や考え方は、それ以降の通常の授業にも有効に働くことになる。  
 課題学習の指導は教師にとっても教材研究や指導法の改善のためのよい機会になり、教師自身が課題学習に一層主体的に取り組んでいくことが求められる。

このように、課題学習に取り組むことで、通常授業に生かされてくる効果は、生徒、教師双方にとって大きいものがある。さらに課題学習で学習する内容については、既習事項であればその理解がさらに深まることになり、未習事項であれば、これからの学習に対する興味づけや意義を認識させる上で大きな役割を果たすことにもなるであろう。

また、新学習指導要領中学校数学科の目標である「数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。」の達成のためにも、課題学習は大切な役割を果たすものだと考える。

本研究でも、課題学習において数学の不思議・美しさを感じさせ、数学のよさを実感させることで、生徒が通常の授業の中でも、数学のよさを実感しながら、学習に意欲的に取り組むようになって欲しいと考える。

## 4 課題学習における数学の不思議・美しさを感じさせる教材について

### (1) 数学の不思議・美しさを感じさせる教材の単元計画及び関連領域

①～③の題材は、いずれも「数と式」と「図形」の2つの領域を統合した課題であり、日常生活との関連が深い題材でもある。また3つの題材には学習内容につながりがあるため、系統立ててひとつの単元として構成した。

題材名	時数	学習活動	関連領域
① かけ算九九と図形	1	数の世界である「かけ算九九」を図形で表すことで、そこに潜む対称性や規則性を見いだす。	数と式 図形 [平面図形:1年]
② 神の比率：黄金比	1 (*2)	黄金比について知り、黄金比が既習の図形や身近な生活に潜んでいることを作図や測定を通して学習する。 *3年生であれば黄金比の証明も可。(2時間扱い)	数と式 [2次方程式,平方根:3年] 図形 [平面図形:1年], [相似:3年]
③ フィボナッチ数列の神秘	2	(2) フィボナッチ数列について知り、フィボナッチ数列の性質を見いだす。 フィボナッチ数列が図形や自然界に潜んでいることを作図や実物での観察を通して学習する。	数と式 図形 [平面図形:1年], [相似:3年]

(2) 数学的活動の工夫と評価基準及び評価方法

各教材の中に取り入れる数学的活動においては、次の2点に留意した。

実物に触れての観察や作図において試行錯誤をさせるような活動。

具体物や写真による提示、説明の際に、より効果的に伝えるためにスクリーンに拡大投影する。さらにスクリーン上に直接書き込みができる描画認識装置を活用する。

1 かけ算九九と図形

数の世界である「かけ算九九」を図形で表すことで、そこに潜む対称性や規則性を見いだす。

図1：九九の各段における図形 \* 各段で得られた積について、1の位の数を順に結んでいく。

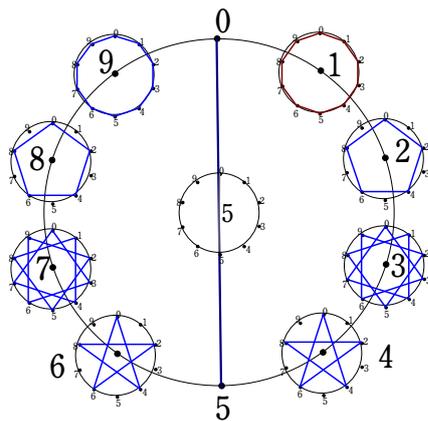
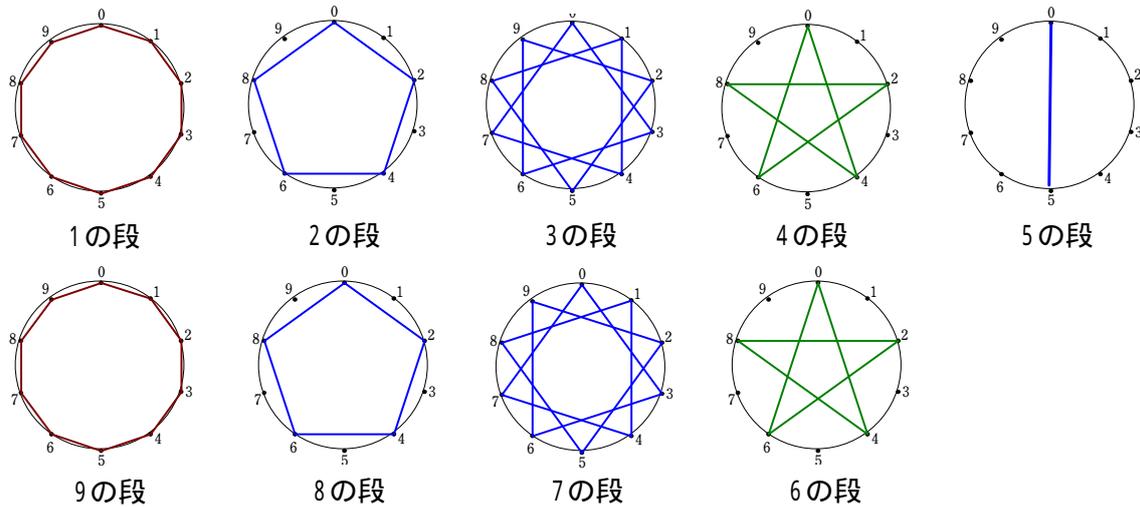


図2：九九の対称性(10進法)

10進法においては、5の段の図形を対称軸として、各目盛の段の図形が線対称になっている。(図2)  
12進法においても、同様に対称性が現れ、6の段が対称軸となる。(図3)

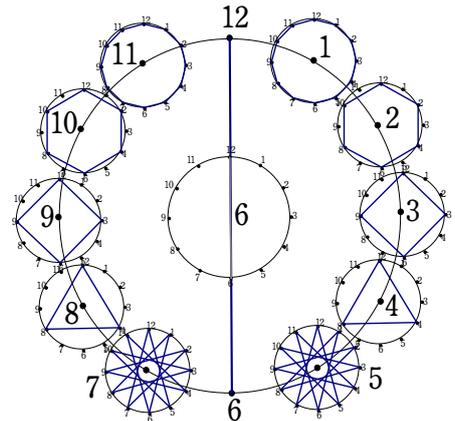


図3：12進法における対称性

<p>数学的活動の工夫</p> <p>性質を見いだす    日常で利用    伝えあう    その他</p>	<p>評価基準と評価方法</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>かけ算九九を図形で表していく作図活動。(図1： , )</li> <li>図形で表されたかけ算九九の中に規則性や対称性を見いだす活動。(図2： , )</li> <li>12進法の表し方において、11の段までのかけ算を図形で表し、その中における規則性や対称性を見いだす活動。(図3： , , )</li> </ul>	<p>考・表 かけ算九九を図形で表すことができたか？ またその中に潜む規則性を発見することができたか？ 発言, 発表, ワークシート</p> <p>興 数学の不思議・美しさを含めた数学のよさを感じることができたか？</p> <p>発言, ワークシート</p>

\* 表中の数学的活動においては、新学習指導要領で重視されている3つの活動及びその他の4つに分類した。

\* 評価基準・・・興:意欲・興味・関心, 表: 数学的な表現・処理, 考: 数学的な見方・考え方, 知: 知識・理解

## 2 神の比率：黄金比

黄金比について理解し，作図や測定を通して既習の図形や身近なものに潜む黄金比を見いだす。

「黄金比・・・1：1.618となる比率」

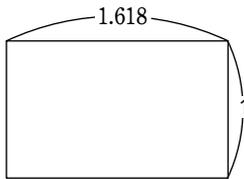


図1：黄金長方形

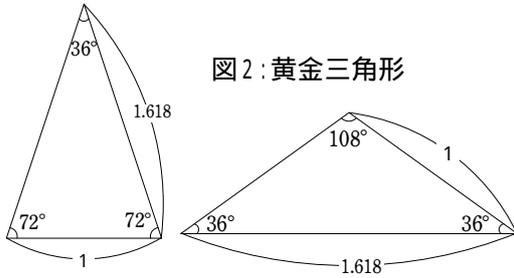


図2：黄金三角形

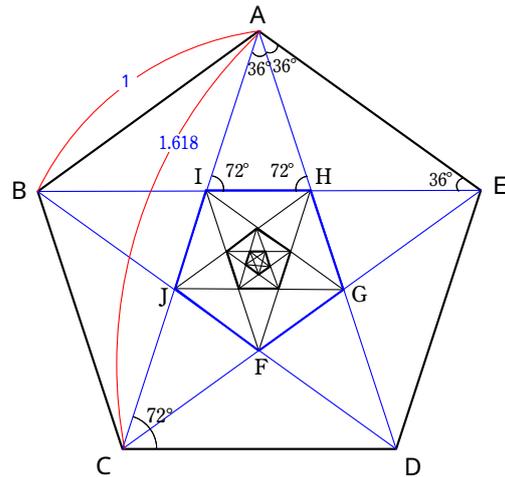


図3：正五角形に潜む黄金比

身近なものに潜む黄金比の例  
名刺，人体，古代ギリシャの彫刻や建造物，レオナルド・ダ・ヴィンチの絵画，他。

・正五角形の中には，図2の黄金三角形が至るところに存在している。すなわち，全ての辺や線分が黄金比になっており，無数に存在する。  
例 AB:AC, AH:AE, IH:AH, AC:CD, AB:BE  
・正五角形の中には星型正五角形が存在し，その中にまた正五角形が存在する。この関係は限りなく続いていく。

<p>数学的活動の工夫</p> <p>性質を見いだす    日常で利用    伝えあう    その他</p>	<p>評価規準と評価方法</p>
<p>・ 長方形，三角形，正五角形において，作図や測定を通して黄金比を見いだす活動。(図1～3： )</p> <p>・ 実際の名刺を測定し，そこに潜む黄金比を見いだす活動。( , )</p> <p>(下記*の活動も行う場合は2時間又は3時間扱い)</p> <p>* 黄金比が1:1.618となる理由を証明する活動。( )</p> <p>* 黄金三角形や黄金長方形における性質を見だし，その証明をする活動。( , )</p> <p>* 黄金長方形の作図活動。( )</p>	<p>知黄金比について理解し，図形や身近なものに潜んでいることが理解できたか？ 発言，ワークシート</p> <p>考表既習の図形や名刺の中に黄金比を発見することができたか？ 発言，ワークシート</p> <p>興数学の不思議・美しさを含めた数学のよさを感じることもできたか？ 発言，ワークシート</p>

## 3 フィボナッチ数列の神秘

1 時限目：フィボナッチ数列について知り，フィボナッチ数列の性質を見いだす。

「フィボナッチ数列：1，1，2，3，5，8，13，21，34，55，89，・・・」

定義：となり合う2数の和は次の数になる。ただし，1項目と2項目の数は1である。

性質：    となりあう2数の和は次の数になる。

          となりあう2数の比は黄金比に近づく。

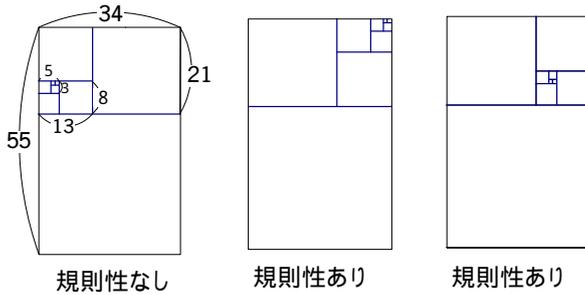
\*フィボナッチ数列の1項目と2項目の数を任意において作ったオリジナルの数列においても，性質が成り立つ。例では1項目が3，2項目が9の「3フィボナッチ数列」を作った。

例：「3フィボナッチ数列    3，9，12，21，33，54，87，141，228，369，597，966，・・・」

2数の比・・・3，1.33，1.75，1.57，1.64，1.61，1.62，1.617，1.618，1.618，1.618・・・

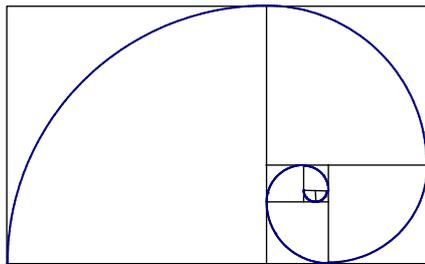
2時限目：フィボナッチ数の長方形や自然界に潜むフィボナッチ数列を見いだす。

法則1：縦と横の長さがフィボナッチ数の長方形において、短辺を一辺とする正方形を切り取ると、残りの長方形もフィボナッチ数の長方形になる。



・様々なパターンがあるがどの場合においても性質が成り立つ。  
 ・規則性を持たすことで新たな発見が生まれる。

法則2：フィボナッチ数の長方形には特別ならせんが存在する。



規則性あり のパターンにおいて、各正方形の頂点を通るように、4分の1の円をつなげていくと左図のようならせんが生じる。  
 このらせんに近似したらせんが自然界のいたるところに潜んでいる。

自然界に潜むフィボナッチ数列とそのらせんの例



図3：松ぼっくりにおけるフィボナッチ数とらせん

松ぼっくり, ひまわり, サボテンなどのまつかさや種の配列などについて次のことがいえる  
 1. 右巻きと左巻きの2つのらせんがある。  
 2. どちらのらせんの本数も必ずフィボナッチ数。

	数学的活動の工夫 性質を見いだす 日常で利用 伝えあう その他	評価規準と評価方法
1時 限 目	<ul style="list-style-type: none"> <li>フィボナッチ数列の規則性を見いだす活動。(性質1: )</li> <li>フィボナッチ数列の2数の比から、黄金比を見いだす活動。(性質2: )</li> <li>フィボナッチ数列に似たオリジナルの数列を作り、2数の比における性質を見いだす活動。( * の例: )</li> </ul>	<p>知]フィボナッチ数列について理解できたか 発言, ワークシート</p> <p>考・表]フィボナッチ数列の性質を見いだすこと, オリジナルの数列を作り, そこに潜む性質を見いだせたか? 発言, ワークシート</p> <p>興]数学の不思議・美しさを含めた数学のよさを感じることができたか? 発言, ワークシート</p>
2時 限 目	<ul style="list-style-type: none"> <li>フィボナッチ数の長方形の中に正方形を切り取っていき, 規則性を見いだす活動。(法則1: )</li> <li>フィボナッチ数の長方形にらせんを見いだす活動。(法則2: )</li> <li>実物の松ぼっくりを観察し, そこに潜むフィボナッチ数を見いだす活動。(図3 , )</li> </ul>	<p>考・表]フィボナッチ数の長方形の性質を発見するために, 規則性を持って作図ができたか?</p> <p>考]松ぼっくりに潜むフィボナッチ数やらせんが発見できたか? 発表, ワークシート</p> <p>興]数学の不思議・美しさを含めた数学のよさを感じることができたか? 発言, ワークシート</p>

## 授業実践 (2学年)

- 1 単元名: 課題学習(数学の不思議・美しさを探る)
- 2 題材名: フィボナッチ数列の神秘(図形や自然界に潜むフィボナッチ数列を探ろう)
- 3 単元目標: かけ算九九や黄金比, フィボナッチ数列が図形で表せることと, その中に潜む対称性や規則性を見いだすこと, またこれらのものが自然界や身近なものに潜んでいることを理解し, それを実際に見いだすことを通して数学の不思議・美しさを数学のよさとして認識し, 実感することができる。

### 4 単元について

#### (1) 教材観

「数と式」と「図形」の2つの領域を統合した課題であり, 日常生活との関連が深い題材でもある。数の世界を図形で表すことやその中に潜む対称性や規則性を見いだすことで数学の不思議・美しさに触れたり, 自然界や身近なものに潜む黄金比やフィボナッチ数列を通して数学の不思議・美しさに触れたりすることができる。また, 3つの題材には学習内容につながりがあるため, 単元として系統立てることで学習効果の向上を図ることができると思う。

#### (2) 生徒観

本学級の実態として, 数学の勉強は「大切・どちらかといえば大切」と考えている生徒は82%いるのに対し, 数学の勉強は「好き・どちらかといえば好き」と感じている生徒は39%しかいない。また「何のために数学を学習するか?」では「定期テストや受験があるから」と考えている生徒が約80%である。数学という学問そのもののよさや意義を十分に感じることができていない生徒が多いことがわかる。さらに, 数学には美しさを感じる場面が「ある・どちらかといえばある」と答えた生徒は24%しかいない。そこで, 生徒に数学の不思議や美しさに触れさせ, 数学のよさを幅広く認識, 実感させたい。

#### (3) 指導観

身近な題材の中で数学の不思議や美しさに触れさせることにより, 数学の不思議や美しさが数学のよさであることを認識, 実感させたい。また, 数学のよさを単なる知識として教えるだけでなく, 自力解決の場面を設定し, 実物の観察や作図を通して試行錯誤ができるような数学的活動を取り入れることで, 生徒が数学的な見方や考え方を高めるとともに, 数学のよさをより一層実感できるようにしたい。

### 5 単元の指導計画

題材名	時数	学習活動
1. かけ算九九と図形	1	数の世界である「かけ算九九」を図形に表すことで, そこに潜む対称性や規則性を見いだす。
2. 神の比率: 黄金比	1	黄金比について知り, 黄金比が既習の図形や身近な生活に潜んでいることを作図や測定を通して学習する。 *3年生であれば黄金比の証明も可。(2時間扱い)
3. フィボナッチ数列の神秘	2 本時は 2限目	フィボナッチ数列について知り, フィボナッチ数列の性質を見いだす。 フィボナッチ数列が図形や自然界に潜んでいることを作図や実物での観察を通して学習する。

## 6 本時の学習

### (1) 目標

フィボナッチ数列が図形や自然界に潜んでいることを見だし、理解するとともに、数学の不思議・美しさを数学のよさとして感じることができる。

### (2) 授業仮説

フィボナッチ数列やそのらせんが、フィボナッチ数の長方形や、松ぼっくりなどの自然界に潜んでいることを知ることにより、数学の不思議・美しさを数学のよさとして認識、実感するであろう。

フィボナッチ数の長方形における作図や、実物の松ぼっくりの観察を通して、そこに潜む性質を見いだすことにより、意欲的に課題を追求するとともに、数学のよさを実感するであろう。

### (3) 準備: ワークシート, PC (提示ソフト…Power Point, Studyaide D.B), プロジェクター, スクリーン eb-3(描画認識装置),

### (4) 本時の展開

	学習活動・発問	☑:教師の支援 ☒:留意点	評価
導入 5分	1. フィボナッチ数列の復習をする。 2. 人体に隠されたフィボナッチ数を知る。 「どこにフィボナッチ数が隠れているか？」	☑人気モデルと古代ギリシャの青年像の写真を拡大提示し、八頭身のバランスを比較説明。(スクリーン, PC, eb-3)	
展開 40分	めあて: フィボナッチ数列が図形や自然界にどのように潜んでいるかを探ろう! そこに不思議や美しさがあるだろうか?		
	「フィボナッチ数列を図形で表せるか？」	☑かけ算九九や黄金比が図形で表せたことを確認する。	
	課題1: フィボナッチ数列を図形で表してみよう。(25分)		
	「縦55, 横34のフィボナッチ数の長方形にはある秘密があります。それは何でしょうか? (どこかに線分を引いて2つに分割すると特別な四角形が出てきます。)		
	<p>正方形を切り取ると残りの長方形もフィボナッチ数の長方形になる。</p> <p>「もし、さらに正方形を切り取るとどうなるか? 自分のルールで切り取っていこう」</p> <p>次々とフィボナッチの長方形ができる。</p> <p>切り取り方で様々なパターンができる。</p> <p>・規則性なし, 2つの規則性あり, の代表的な3つのパターンを知る。どのパターンでもある法則が成り立っている。</p> <p>・法則をまとめる</p> <p>「規則的なパターンの一例から新たな発見が生まれた。それは何だろうか？」</p>	<p>☑スクリーン上で切り取り方の確認 (eb-3, Studyaide DB 使用)</p> <p>☑1回だけなら偶然, これが続くようなら一つの法則ができあがる。この数学的思考方の大切さを伝える。</p> <p>☑規則性を持たずことで新たな発見が生まれるかもしれないことを伝える。</p>	<p>☑考・表 フィボナッチ数の長方形を発見するために, 規則性を持って作図ができたか?</p> <p>発表・ワークシート</p>
			

展 開	正方形の頂点を通るように4分の1の円をつなげていこう！	
	「何かの模様が出来るはずだ！」 らせんができる。	<input type="checkbox"/> 途中まで、方法をスクリーン上で教える。 <input type="checkbox"/> 時間がなければ活動を省略し、らせんを提示する。
40 分	課題2：自然界に潜むフィボナッチ数列を探求しよう！（15分）	
	自然界に潜むフィボナッチ数列：オウム貝などの例	
	フィボナッチ数列のらせんが自然界に潜んでいる例を知る	
	「松ぼっくりに潜むフィボナッチ数列の不思議・美しさを探してみよう」	
	「大小、形さまざまな松ぼっくりに、ある共通したフィボナッチ数列の不思議が潜んでいる。何だろう？」 松かさगरらせん状になっている。 らせんの数が必ずフィボナッチ数。	<input type="checkbox"/> 本物の松ぼっくりを全員に配布。 <input type="checkbox"/> らせんに気づきにくい生徒にはスクリーン上の写真に線を引きイメージさせる。
		
	右巻き、左巻きの両方があり、どちらの本数も必ずフィボナッチ数である。 研究：「サボテンやひまわりでも考えてみよう！」	<input type="checkbox"/> 左巻きはあるのか？フィボナッチ数になっているのか？を考えさせる。 <input type="checkbox"/> サボテンやひまわりについては紹介だけにし、各自で追求させる。
ま と め 5 分	・今日の感想をワークシートに書こう。 ・今学習している単元（三角形と合同）でも、規則性や法則、さまざまな見方・考え方の中に数学の不思議・美しさがたくさん潜んでいる。意識して授業にとりこんでいこう。	<input type="checkbox"/> ワークシートを回収する。 
		<input type="checkbox"/> 松ぼっくりに潜むフィボナッチ数やらせんが発見できたか？ 発表・ワークシート

: 意欲・興味・関心 : 数学的な表現・処理 : 数学的な見方・考え方 : 知識・理解

## 結果と考察

### 【検証1】

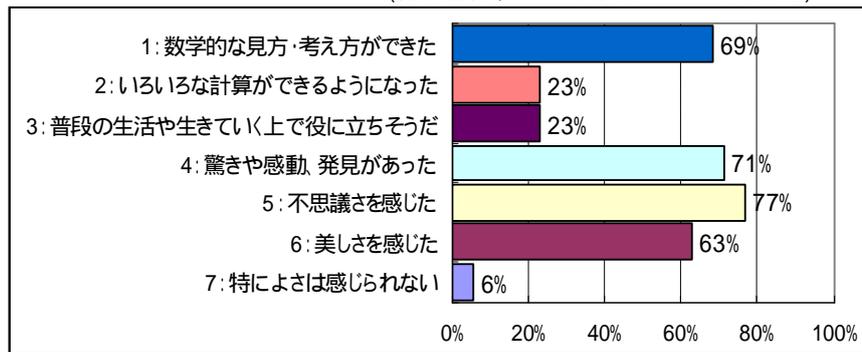
課題学習において、身近なものや自然界の中に「数学の不思議・美しさ」が存在する事例を教材として取り入れることにより、「数学の不思議・美しさ」を数学のよさとして認識し、実感するであろう。

【結果】

資料1 「今回の課題学習(4時間)で感じた数学のよさは何ですか？」  
(複数回答, 1/9の事後アンケート時に実施)

資料1は今回の課題学習(4時間)で生徒が感じた数学のよさに対する調査結果である。

資料2から資料6は普通の授業も含めた、数学そのものについて、数学の不思議や美しさ、数学のよさに対する生徒の認識度を調べた事前事後のアンケート結果である。



\*アンケート実施日 事前:11/12 事後:1/9

【考察】

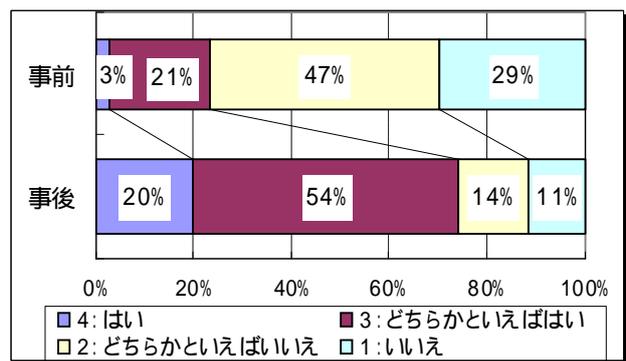
資料1より、今回の4時間の課題学習の中で生徒が感じた数学のよさは「見方・考え方」「驚き・感動・発見」「不思議さ」「美しさ」がそれぞれ70%前後となっている。授業前における「数学の不思議・美しさは数学のよさだ」という認識が15%しかなかったのと比べると、今回の課題学習における課題設定の工夫は有効であったといえる。

さらに、生徒の「数学の不思議・美しさに」に対する認識は今回の課題学習に対してだけでなく、普通の授業も含めた数学そのものに対しても大きな変容が見られた。(資料2～資料6参照)

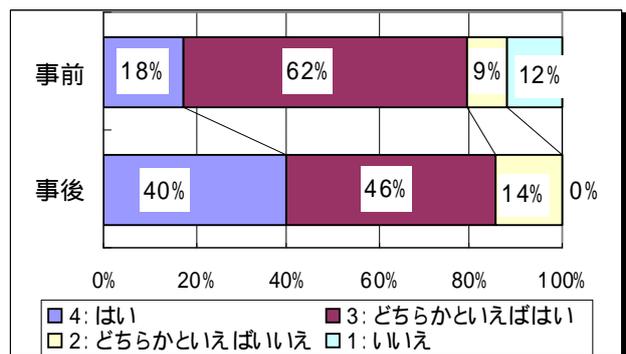
資料2や資料3より、数学に美しさや不思議さを感じる場面があるかどうかの質問に対して、美しさに関しては74%、不思議さに対しては86%の生徒が感じるようになっている。特に美しさに対する認識の変容が大きい。

また、数学における不思議や美しさに対する具体的な記述においても、課題学習で扱った内容に対する記述が多かっただけでなく、他の学習領域・内容に及んで記述している生徒もいる(資料4, 資料5参照)。これは課題学習を通して、生徒の数学の不思議・美しさに対する認

資料2 「Q1:数学には美しさを感じる場面があるか？」



資料3 「Q2:数学には不思議さを感じる場面があるか？」



資料4 Q1での具体的内容の自由記述例(美しさ)

- ・かけざん九九の作図でいろいろな図形がでてきたとき
- ・名刺やダ・ビンチの絵に黄金比が隠れていること
- ・フィボナッチ数列など、きれいにそろったもの
- ・フィボナッチの長方形で正方形がまとまるところ
- ・松ぼっくりにフィボナッチ数列が隠れていること
- ・フィボナッチ数列など、身の回りのものに数学が関わっているところ
- ・足し算, 引き算, かけ算, 割り算がほとんどの数学に関わっていること
- ・連立方程式 割り算がピッタリ割れたとき

識そのものが高まったためだと言える。

数学の不思議・美しさに対する認識の変容は資料6にも表れている。普段の授業も含めた数学そのものにおいて、「驚きや感動、発見」「不思議・美しさ」も数学のよさとして認識する生徒がかなり増えている。

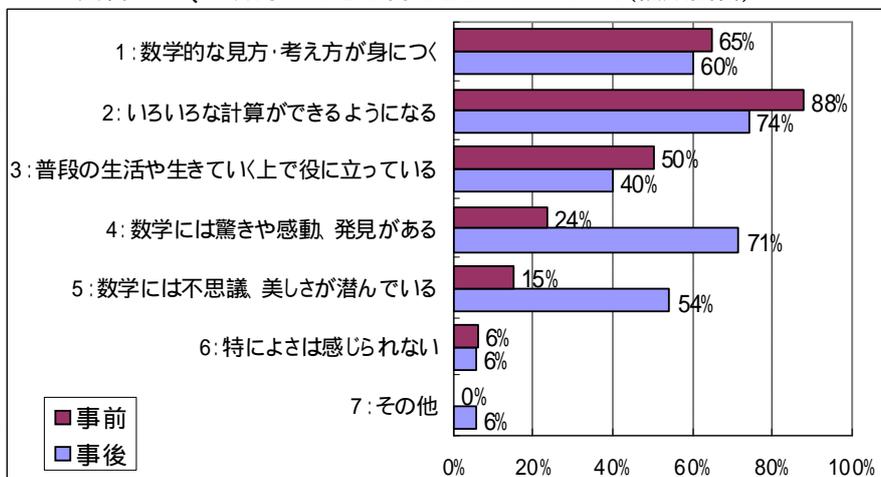
以上のことより、数学の不思議・美しさを数学のよさとして認識、実感させるためには、身近なものや自然界における数学の不思議・美しさが存在するような事例を教材として工夫することは、有効であると言える。さらに、今回の課題学習を通し

て得られた、数学のよさに対する幅広い視点と認識によって、生徒の今後の数学の授業に対する学習意識や興味が高まっていくと期待ができる。

資料5 Q2での具体的内容の自由記述例(不思議さ)

- ・フィボナッチ数列や黄金比
- ・1つの問題でいろいろな見方考え方ができたとき
- ・自分で作ったフィボナッチ数列(の2数の比)も、いつかは黄金比になること
- ・誰が黄金比を作ったのか?
- ・数学には国語や社会とは違った不思議がある。
- ・数学の解き方の近道

資料6 「Q3:数学のよさは何だと思いますか?」(複数回答)



## 【検証2】

自力解決の場面において、実物の観察や作図を通して試行錯誤ができるような「数学的活動」を取り入れることで、意欲的に課題を追求するとともに数学のよさを実感するであろう。

## 【結果】

数学的活動の際に、生徒たちは自力解決の過程で「オー!」「すごい!」「できた!」などのつぶやきがあり、数学のよさを実感しながら、意欲的に課題に取り組む様子が見られた。資料7は授業ワークシートにおける生徒の感想から抜粋したものである。

## 【考察】

資料7の授業ワークシートや資料4, 5の事後アンケートにおける記述内容は、実際に授業で取り入れた数学的活動に関するものがほとんどである。特に授業ワークシートでは、

資料7: 授業の感想(各授業のワークシートより抜粋)

- ア: かけ算で図形がつくられたのがとてもすごいと思いました。対称の段が同じ図形だったのがきれいだと思った。
- イ: 7の段は7の倍数以外の進数のとき、全ての点をとおり、数が大きくなるにつれて中の多角形も小さくなっていく。
- ウ: 正五角形の黄金比は1つの星だけでピッタリ20個あった。
- エ: 名刺を作るときは横幅を2mm削って、黄金比の名刺にしたい。
- オ: フィボナッチ数列の2数の比が黄金比になるのが、とても不思議、それがオリジナルの数列でもなったのですごい。
- カ: もっとフィボナッチ数列を研究したい。
- キ: フィボナッチ数じゃない松ぼっくりを探したい。
- ク: もっとフィボナッチ数が周りにないか発見したい。
- ケ: 実際に松ぼっくりにふれて、自分たちでらせんやフィボナッチ数を見つけることができ、楽しかったし、不思議でした。
- コ: フィボナッチの長方形にたくさんのフィボナッチ数が隠れているところに不思議・美しさを感じた。

約 8 割の生徒が授業の感想として、数学的活動に関する内容を記述していた。

さらに、黄金比についての理解を知識として教えただけの学級と数学的活動を取り入れて課題解決させた学級とでは、次時の「フィボナッチ数列の 2 数の比が黄金比になる」という課題解決時の生徒の反応にかなりの差があり、授業ワークシートの記述にも表れていた(資料 8 参照)。これは数学的活動を工夫して取り入れたことにより、学習内容が生徒の内面深くに入り込んだためと考えられる。

また、資料 7 の感想イ・ウのように、自分で課題を発展させて追求する生徒や、感想エ・カ・キ・クのように、学習した内容の今後の活用について記述している生徒もいた。

以上のことより、実物の観察や作図における試行錯誤を通して、数や図形の性質や規則を見いだす「数学的活動」を取り入れることは、生徒が意欲的に課題を追求し、より一層数学のよさを実感するためには有効であると言える。

資料 8: 数学的活動実施・未実施による記述内容の相違  
\*ワークシートの「今日感じた不思議・美しさは?」、「授業の感想」における記述内容より集計。

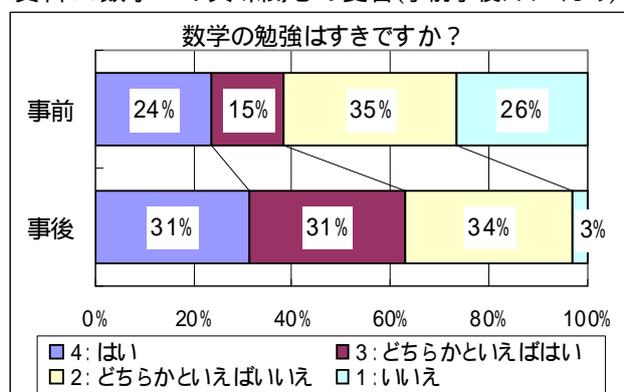
	黄金比の数学的活動	
	あり	なし
フィボナッチ数列の 2 数の比と黄金比の関係に関する記述	70%	6%

## 研究成果と課題

### 1 成果

- (1) 教材を工夫したり、数学的活動を工夫して取り入れたりしたことで、多くの生徒が数学にも不思議・美しさがあると感じ、それを数学のよさとして認識し、実感するようになった。
- (2) 数学のよさを幅広く認識し、実感できたことで、数学に対する、興味関心がやや高まった。(資料 9 参照)

資料 9: 数学への興味関心の変容(事前事後アンケートより)



### 2 課題

数学の不思議・美しさを含めた数学のよさに関して以下のことに取り組んでいきたい。

- (1) 数学のよさを実感させるような課題学習の年間指導計画への位置づけと実践
- (2) 各領域の学習における、数学のよさを実感させることに視点を置いた教材分析
- (3) 各領域の学習における、数学のよさを実感させるための数学的活動の工夫

## 《主な参考文献と資料》

- 『中学校学習指導要領解説 数学編』 文部科学省 教育出版 2008 年
- 『自然にひそむ数学』 佐藤修一 著 講談社 1998 年
- 『黄金分割』 H.ガッサー 著、蟹江幸博 訳 日本評論社 2002 年
- 『数とその歴史 5 3 話』 上垣涉、何森仁 共著 三省堂 1996 年
- 『黄金比は全てを美しくするか』 マリオ・リッパ 著 早川書房 2005 年
- 『大辞林 第二版』 松村 明 編 三省堂 1995 年
- 『はまぐりの数学』 Web ページ <http://www.rd.mmtr.or.jp/bunryu/index.htm>
- 『シュタイナー学校の数学読本』 ハンゴド・クリン 著 丹波敏雄・森章吾 共訳 三省堂 1995 年
- 『算数数学の美しさを感じ得るための方法』 松尾(山崎)七重 千葉大学教育学部研究紀要 第 47 巻 教育科学編 1999 年
- 『数学大好きにするオモシロ数学史の授業 3 0』 上垣涉 編著 明治図書 2006 年
- 『算数楽しく ハンズオン・マス』 坪田耕三 著 教育出版 2004 年