数学的な見方や考え方を高める学習指導の工夫

～問題の工夫と練り合いの場を通して～

那覇市立寄宮中学校教諭

仲宗根　歩

目次

《中学校数学》

数学的な見方や考え方を高める学習指導の工夫

～問題の工夫と練り合いの場を通して～

那覇市立寄宮中学校教諭　仲宗根　歩

Ⅰ　テーマ設定の理由

21 世紀が「知識基盤社会」の時代といわれる中で、学校教育には生きる力の理念を継承しながら、確かな学力、豊かな心や健やかな体の育成が求められている。一方、国際学習到達度調査（ＰＩＳＡ）の国際的な学力調査や全国学力・学習状況調査などの全国的な学力調査の結果から、我が国の子どもたちは「数学的な表現力を用いて筋道を立てて自分の考えを説明することが弱い」という「思考力・表現力」についての課題が浮き彫きぼりになった。思考力・表現力については新学習指導要領で言語活動の充実とともに重視されたことである。

『中学校学習指導要領解説数学編』では、「思考力・表現力を高めるためには数学的活動を積極的に取り入れることが重要」としている。また、「生徒が数学を活用して考えたり、判断したりする場面を設定し､その必要性や有用性を実感を伴って理解できるようにすることが大切」とある。さらに、「数学的活動の楽しさや数学のよさを実感することができれば、数学の学習に主体的に取り組む態度にもつながる」と示されている。

平成 22 年度全国学力･学習状況調査から沖縄県の調査結果を見てみると数学Ｂでは「筋道を立てて考え、事象が一般的に成り立つ理由を説明すること」（正答率 12.3%）､「事象を数学的表現を用いて説明すること」（正答率 15.8%）に課題が見られた。本校における過去３カ年の全国学力・学習状況調査の結果を調べてみると、数学Ｂの正答率が全国と比べて平均 15.2 ポイント下回っており、県の結果と同様に本校においても記述問題に課題がある。

これまで自分自身の指導を振り返ってみると、授業の中で、「計算問題が早く、正確にできる」「グラフがしっかりかける」など基礎的・基本的な内容の定着を重視するあまり、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感させる指導が十分ではなかった。また、学習活動の中で，生徒が自分の言葉を使って考えを表現できなかったり､友だちや教師に説明したりすることがうまくできない等の課題があった。まとめの場面では、生徒同士が考えを比較・検討する練り合いの場面を十分設定できなかった。

そこで、これまでの実践を踏まえ、生徒が主体的に取り組めるような問題を工夫することや、練り合いの場を取り入れた指導の在り方を探りたいと考えた。問題の工夫をすることで生徒が問題解決の見通しを持ちやすくなると考える。また､生徒同士の考えを比較・検討する練り合いの場面を通して、新たな見方や考え方に気づき、数学的な見方や考え方を高めることにつながると考え、本テーマを設定した。

Ⅱ　研究目標

数学的な見方や考え方を高めるために､問題の工夫や､練り合いの場を研究する。

Ⅲ　研究仮説

1　基本仮説

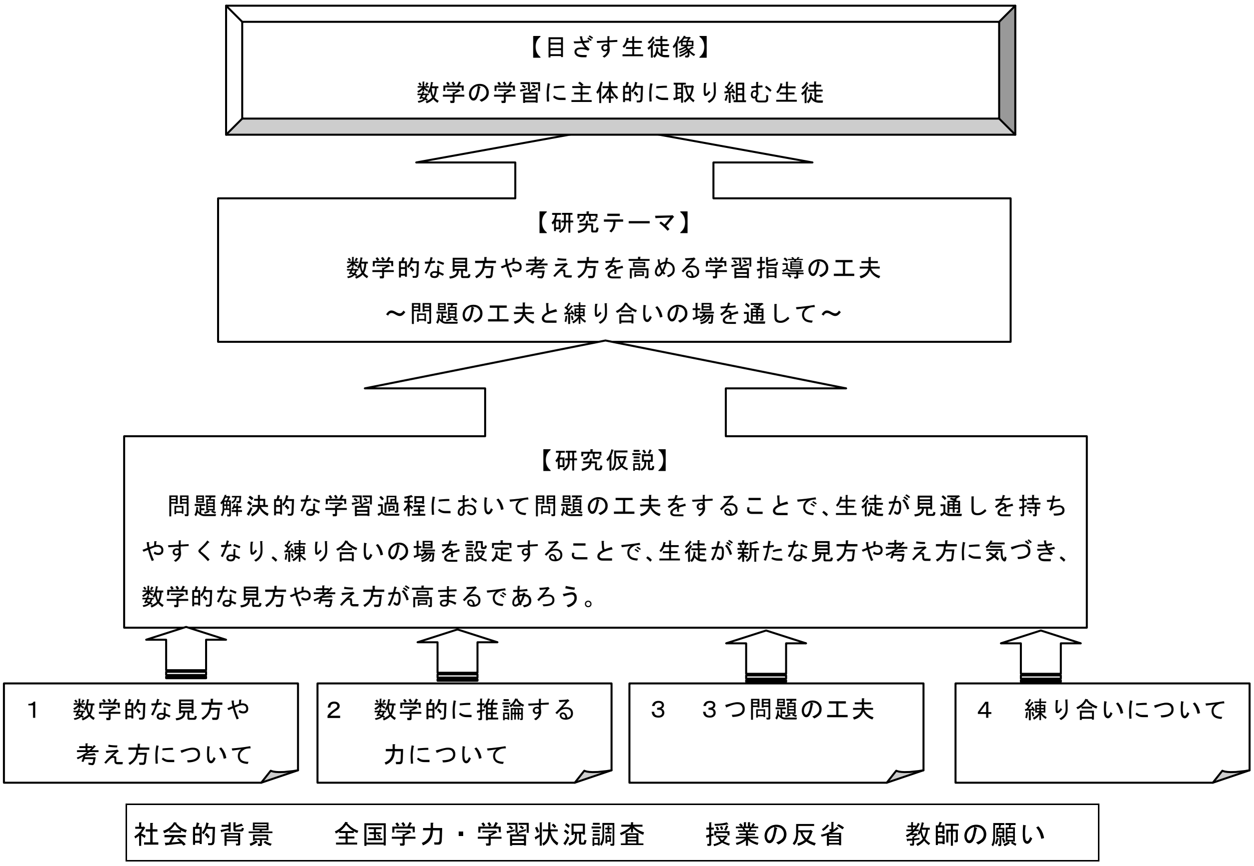
問題解決的な学習過程において問題の工夫をすることで、生徒を見通しが持ちやすなり、練り合いの場を設定することで、生徒が新たな見方や考え方に気づき、数学的な見方や考え方が高まるであろう。

2 作業仮説

(1) 問題把握の場面で考えるきっかけを与える問題を工夫することで、生徒が主体的に問題解決に取り組むことができるであろう。

(2) 練り合いの場面において、生徒が互いの考えを比較・検討することや数学的表現を用いて事象を説明することにより、新たな見方や考え方に気づいたり、自分の考えを分かりやすく伝え合ったりすることができるであろう。

Ⅳ　研究構想図



Ⅴ　研究の内容と方法

1　数学的な見方や考え方について

中学校数学の授業を通して数学的な見方や考え方を高めるには、どのような指導を行えばよいのであろうか。どのような手立てを取れば効果的だろうか。今まで「数学的な考え方」という言葉の意味については漠然ととらえていたり、人によってとらえ方が異なったりすることが多かった。

数学的な見方・考え方の重要性について中学校学習指導要領解説数学編では、「既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見出す活動の際には、試行錯誤すること、視点を変更

して柔軟に考えること、一般化したり特殊化したりすること、抽象化したり具体化したりすること、分析したり統合したりすることなど、数学的な見方や考え方が重要な役割を果たす」と示されている。以上の点から「数学的な考え方」の捉え方について整理する必要あるのではないかと考えた。

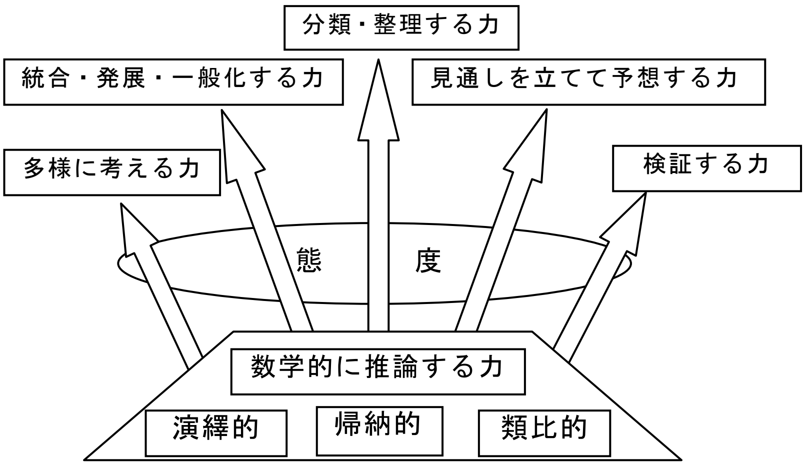
2　数学的に推論する力について

数学的な考え方の研究について竹下、坂本、熊倉(2008)は、数学的な考え方の具体的内容として、次のような６つの力を挙げている。

(1)数学的に推論する力	(2)多様に考える力	(3)統合・発展・一般化する力
(4)分類・整理する力	(5)見通しを立てて予想する力	(6)検証する力

また、熊倉(2011) はこの６つの力の中で「数学的に推論する力」について、数学に関する多くの問題解決で必要とするとしている。「数学的に推論する力」とは「演繹的・帰納的・類比的に推論する力」であり、上の５つの力の基本になっていると述べ、図１のような関係を示している。

図１　６つの力の相互関係



例えば「演繹的に推論する力」とは正しいと認められた事柄をもとに、三段論法などの論理的な形式によって結論を導く力のことであり、図形の証明問題を解決したり、証明が正しいか評価したりする力である。また「帰納的に推論する力」とはいくつかの事柄をもとに決まりや共通に成り立つ性質を見出す力のことである。「類比的に推論する力」とは１つの事柄をもとに、それに似ている別の事柄についても、同じような性質が成り立つだろうと推測する力のことである。例えば文字式の計算方法をもとに、平方根の計算を推測する能力である。このような問題を多く取り入れることで、生徒の「数学的に推論する力」を高めていくことが期待できると考える。

一方、他の５つの力に関しては「与えられた問題を単に解くだけで身につくものでない」と熊倉(2011)は述べている。例えば「多様に考える力を高めるためには、１つの問題を『多様に考える活動』に設定する工夫が必要である。そして生徒の『多様に考えようとする態度』を育成することが重要である」。そのためには「『多様な解法が考えられるような問題の工夫』と『投げかけ』が重要」としている。「投げかけ」とは問題提示後、指導者が「別の方法がないか」「いろいろな方法で考えてみよう」といった「発問」を意識して意図的に行うことである。最終的には生徒自身が「もっと良い方法はないか」「他の解法はないか」など自問自答するようになれば「多様に考える力」を高めることができると考える。問題解決的な授業の中で必要とされる「数学的に推論する力」、つまり「演繹的・帰納的・類比的に推論する力」に視点において研究を進める。

３　３つの問題の工夫

(1)　「問題解決的な授業」に生きる「問題」について

問題解決的な授業の展開の場合には、導入における「きっかけ」づくりが大きな役割を果たすと考える。そのきっかけづくりの重要性について、相馬(2000)は「授業成功の７割は問題の善し悪しによる」としている。また、山本(2004)は、問題について、「生徒自身が解決したいという思いをもっているかどうかということが非常に重要」としている。このことから、「子どもが考えてみたいと思うような問題意識＝問い」を持つことが、目的意識を持って主体的に取り組むことにつながると考える。つまり、「問い」をもたせる問題が、問題解決を活性化させることにつながると捉えることができる。そこで目的意識を持って主体的に取り組めるような問題の工夫について整理してみた。

(2)　３つの問題の工夫と内容

問題の工夫と内容

問題の工夫	内容
①比較問題にする	問題で、２つ以上の考え方や式を示す
②つまずきを生かす	問題で、つまずきを意図的に提示する
③条件不足の問題にする	解決に必要な条件を探らせ、判断をさせる

①　比較問題にする

比較問題の形で「問題」を与えることについての重要性を相馬(2000)は「問題の結果や考え方について見当をつけることにつながりやすい」としている。

比較問題にするとは、例えば「数と式」の指導において、「次の式の計算をしなさい」という問題を単に「～を比べなさい」と言う文言にするということではない。問題例①のように「どちらが大きくなるだろうか」「○○君や△△さんはどのように考えたのか」など、２つ以上の考え方や式を示すように問題を工夫することである。そうすることで、生徒は問題の結果や考え方について見当をつけやすくなると考える。生徒は予想が異なった場合、「本当はどちらが大きいのか」「正しい答えを求めるにはどのように考えて計算したらよいか」という「問い」が生じ、計算の仕方を考えようという学習が行われる。

《問題例①》比較問題にする

工夫前	工夫後
・次の式を計算しなさい ア（＋５）－（－２） イ（－５）－（＋２）	・次の２つの計算の答えはどちらが大きいだろう ア（＋５）－（－２） イ（－５）－（＋２）

このように、２つ以上の考えや式を比較できるような問題に工夫することで、生徒は主体的に問題解決に取り組むことができるようになると考える。

②　つまずきを生かす

志水(2006)は、つまずきについて、「これまで生徒が学習したときの勘違いで身につけてしまった誤答」であり、つまずきが起こりやすい時として、「新しい概念をこれまでの正しい知識の枠組みで解こうとする場合」としている。また、このようなつまずきを「教師がどう捉えて指導するか」が大切だとしている。

つまずきを生かすことについて、相馬(2000)は「生徒のつまずきをとらえて、意図的に問題の中に取り入れる」ことが大切としている。

「意図的に問題の中に取り入れる」とは問題例②のように、二桁の整数を文字を使って表す問題で生徒がつまずきやすい誤答例xyに注目し、「～は正しいだろうか」という問題に工夫することである。問題提示後、予想させると、正しい、正しくないの２つの選択肢に

《問題例②》つまずきを生かす

工夫前	工夫後
・「十の位がxで一の位がyの二ケタの整数を文字を使って表しなさい。」	・太郎君は二ケタの整数を次のように考えました。 「十の位が５で、一の位が４の２ケタの整数は５４だから，十の位がxで一の位がyの２ケタの整数はxyと表すことができる。」正しいだろうか。

分かれる。そこで「正しいかどうか確かめてみよう」と問いかけ解決していく。この問題について話し合う過程で、「どこがいけないのか」「なぜ間違えるのか」などの「問い」が生じ、「どう考えればいいのか」という流れで学習が展開されていくと考える。

このように、つまずきを生かすように問題を工夫することで、生徒は「どこで」や、「なぜ間違えたのか」を探ることになる。このことによって、意欲的に考え、理解を一層深める問題解決に取り組むことができると考える。

③　条件不足の問題にする

中学校で文字式の指導の際、「わからないものをａやxとして･･･」としても、文字を使って式で表すことができない生徒がいる。その原因の１つに、変数の概念を持っていないことがあげられる。これは小学校での指導で○や□を使って数量の関係を式で表し、当てはまる数を求めてきた教え方が影響していると思われる。しかし文字式での文字はある量を表しており、そこにはいろいろな数を当てはめることができる変数の意味を理解させなければならない。

文字の式の意味でつまずいている生徒の支援について川上(2010) は、条件不足の問題に工夫することで解決に必要な数量が不足していることに気づかせ、必要な数量を「自由に当てはめる活動をさせること」が大切だとしている。

《問題例③》条件不足の問題にする

工夫前	工夫後
x円のバラが３本あります。50円のリボンをつけて花束をつくってもらいました。花束の代金はいくらになるでしょう。	バラが３本あります。50円のリボンをつけて花束をつくってもらいました。花束の代金はいくらになるでしょう。

例えば問題例③のように「x円のバラが３本あります。・・・・」の問題を「バラが３本あります。・・・」という条件不足の問題で提示する。生徒の「できない」「分からない」等の反応から「どうして」と発問する。ここで「バラ１本の値段が決まっていないから」等の発言をひろい、生徒にバラの値段が条件不足しているのか気づかせる。次に、バラの値段を 100、200・・・ではと数量を自由に当てはめさせ花束の式をつくる活動をさせる。そしてバラの値段によって変化する式を比較させる。すると、変わる数と変わらない数が明らかになり、変数の考え方を身につけさせることができると考える。

このように、条件不足の問題に工夫することで解決に必要な数量に気づかせることによって、生徒が主体的に問題解決に取り組むことができるであろう。文字式の指導ではこのような数学的活動が重要だと考える。

前述した６つの力と問題の工夫を考えると、比較問題にすることは多様な見方や考え方の育成につながり、つまずきを生かす問題にすることは検証する力をつけることに関連する。また条件不足の問題にすることは問題解決に必要な条件の分類、整理する力の育成につながると考える。このことから３つの問題の工夫によって数学的な見方や考え方が高められるだろう。

4　練り合いについて

(1) 練り合いについて

練り合いとは、課題の解決に向けて生徒一人一人が自力解決で得た考えを、集団の中で確認、共有し、さらに比較・検討する学習活動のことである。このような学習活動は生徒相互に考えを深めていく上で大切である。生徒は自分の考えをより分かりやすく伝えようとしたり、相手の考えと自分の考えを比較し、新たな見方や考え方に気づくことによって、自分の考えを深めていく。さらにそれを伝え合いながら学習内容をより確かに理解することができると考える。しかし現状では「考えたり、話し合ったりする活動をしても、時間

が足らずうまくいかない」「学習目標の達成に向け問題点を改善するためには、一つ一つの考えをまとめきれていない」などの声がよく聞かれる。このような練り合いの場を改善するためには「考え方のまとめ方」を明確にしておくことが重要になる。

(2) 練り合いの場において考えのまとめ方

宮城県教育研究センターでは、練り合いの場においての考えのまとめ方について４つの型で表し、表１のようにまとめている。４つの型とは、尊重型、順位型、集約型、分類型練り合いであり、１つ１つの考えをまとめる方法である。

表１　練り合いでの考え方のまとめ方（４つの型）

尊重型 練り合い	１つ１つの考えをまとめず、それぞれの特徴を明らかにし、様々な見方や考え方に気づかせ、さらに考えを広げたり深めたりする方法。
順位型 練り合い	１つ１つの考えを、学習課題に対する有効性から見て順位付けし、それぞれの考えの長所や短所を気づかせる方法。
集約型 練り合い	１つ１つの考えの共通性に着目して１つにまとめ、その考えを全体で共有し理解させる方法。
分類型 練り合い	１つ１つの考えをいくつかのグループに分類し、それらにどのような関連性があるのかを気づかせる方法。

また、学習活動の中でどの練り合い方法を取り入れるかの判断基準として「毎時間の学習目標に基づく」としている。つまり「考え方のまとめ方」とは学習目標で決まるとしている。この練り合いのまとめ方を決定づける学習目標について表２にまとめた。

表２　練り合いのまとめ方に適する学習目標

○見方や考え方の独自性（特徴）に気づき、さらに深める学習目標	→	尊重型
○計算の手順、技能や表現、考え方の有効性に気づく学習目標	→	順位型
○それぞれの考えの共通性から、方法や考え方を一つにまとめる学習目標	→	集約型
○それぞれの考えを分類し、それらの関連性を理解する学習目標	→	分類型

教師はあらかじめ児童生徒から出される考えを予想するだけでは練り合いは深まらない。学習目標と照らし合わせて、どのようなまとめ方が適しているか検討しなければならない。このことから、授業計画の段階で一つ一つの考えをどのようにまとめるか見通しを持つこと、学習目標から練り合いでの考え方のまとめ方を判断することが大切と考える。

その中でも本研究では、順位型と分類型に注目した。生徒の考えを比較・検討する段階において、それぞれの考え方の長所や短所に気づかせ順位付けすることによって、より良い考え方が身につくことができるであろう。また、１つ１つの考え方を分類し、関連づけることで統合・整理する力にもつながると考える。

Ⅵ　授業実践

１　単元指導計画

単元	時	項	主な学習内容 ◎（学習目標）	育てたい数学的な考え方
文字の使用	2	文字式の導入	◎文字式のよさを感得し，数量を文字式で表すことができる ・文字式を使うことのよさ、｜文字を使った式の意味 ・マッチ棒の本数を求める式をいろいろな考え方で求めること ・碁石の総数を文字を使った式で表す　（本時）	類推的 一般化 分類 整理
	1	１文字を使った式	◎文字式のきまりにしたがって、いろいろな数量を文字式に表すことができる ・単位をそろえて数量を式に表すこと	類推的 一般化
文字を使った式の表し方	2	２式の表し方	◎文字を使った式の表し方ができる ・累乗の指数を使った文字式の表し方 ・文字を使った式の章の表し方 ・文字を使った計算方法の表し方 ・割合、速度に関する数量を文字を使って式に表すこと	類推的 一般化
	2	３　数量の表し方	◎積や商の表し方の約束に従ったいろいろな数量の表現ができる ・文字を使った式からの数量の意味の読みとり	類推的 一般化
代入	1	４　式の値	◎代入を利用して、具体的な場面の値をもとめることができる ・代入と式の値の意味 ・文字式に数を代入して式の値を求めること	検証
		基本のたしかめ	・１節のまとめと練習	

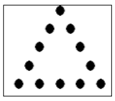
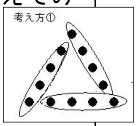
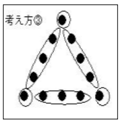
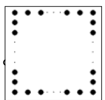
２　本時の指導

(1) 目標　文字式のよさを感得し，数量を文字式で表すことができる。

(2) 授業仮説

文字式の導入において問題提示を工夫することで文字を使った式のよさを知ることができ、また、練り合いの場において碁石の数を表す式を分類・整理する作業を通して考えを深めさせることができるであろう。

(3)本時の展開

	学　習　内　容	生徒の反応	指導上の留意点	考え方
問題把握	問題 １辺に同じ個数の碁石□個を並べて，正三角形をつくります。碁石は全部で何個あるでしょうか。	生徒の予想 ・1辺の碁石の数の□の数が決まっていないからできない。 ・具体的に数字を入れて考えようとする。	問題提示 ・１辺の碁石の個数を隠した状態で始めさせる。 ***※仮説の検証*** →何個か分からないとできない」という発言を板書。	数学的に推論する力の育成
見通し	課題① １辺の碁石の個数を５（□＝５）として考えてみよう。     式　式　式	式 生徒の予想 １２	・1辺の碁石の個数が何個か分からない生徒に５個として問題に取り組ませる。 ・単に数えるのではなく、式で碁石の数を表すことを目標に考えさせる。また、工夫して考えやすい式を見つけようと促す。	数学的に推論する力の育成 多様に考える力の育成
自力解決	今日の目標の提示 式で碁石の総数を表すことができる 課題② １辺の碁石の個数を変えてみて・・・・100，1000の場合を考えてみよう。	生徒の予想 ①４×３ ②５×３－３ ③３×３＋３ □が100の場合 ・297 ①99×3　　＝297 ②100×3－3＝297 ③98　×3＋3＝297 □が1000の場合 ①999×3　　＝2997 ②1000×3－3＝2997 ③998×3+3　＝2997	・しばらくして考え方①～③までの図を見せて式化することを各自で考えさせる。 ***※仮説の検証***　*班活動* ・□が100の場合 ・付箋紙に自分の考えを書かす ・考え方と似ている箇所に整理。  ・□が1000の場合も同様にさせる	多様に考える力の育成
比較検討	課題③ 考え方の比較・検討 	・②が計算しやすい ②5×3－3 ②100×3－3 ②1000×3－3理由 ・計算がはやくきる ・３つの式でもっとも有効な考え ・１辺の碁石の数を使っている。	***※仮説の検証*** ・３つの式を比較・検討する 「３種類の式でどちらの式がいいですか。」 ・理由を言わせる ・「計算がはやくできる」以外の理由以外にあるか考えさせる	
まとめ	課題④ 文字を使った式で碁石の数を表しなさい。  【まとめ】 文字を使うとすべての場合を1つの式で表すことができる	生徒の予想 「つくれそう」 「□×３－３」 生徒の予想 「ｘ×３－３」 「正三角形の碁石の総数」 「文字を使うとすべての場合を１つの式にまとめることができる」	・考え方②が易しそうなので②を使って碁石の問題を考えてみよう。 教師の発問 ・「□の中にどんな数がきても式はつくれるのか」「考え方②で式をつくってみよう」と発問。 ・生徒に式の意味を言わせる ・始めは「何個か分からない」と板書していたところを指し、「でも文字を使うとどんなことができたかな」と発問。 ・生徒の発問からまとめを考える	統合・一般化する力の育成 活用する力の育成
適応問題	適用問題提示１ １辺が同じ個数の碁石x個を並べて正方形つくります。碁石は全部で何個あるでしょうか。 	生徒の予想 ・４ｘ－４ １辺が同じ個数の碁石ｘ個を並べて正方形をつくります。碁石は全部で何個あるでしょうか。式で表しなさい。	***※仮説の検証*** ・正方形だったらどうだろうかと考えさせて問題提示。 ・個人でいろいろな解き方で考えさせる。 ・式でできた生徒にどのような図の見方でできたのか書かせる。	発展する力の育成

(4)評価　文字式のよさを感得し，数量を文字式で表すことができたか

Ⅶ　結果と考察

１　作業仮説①の検証

問題把握の場面で考えるきっかけを与える問題を工夫することで、生徒が主体的に問題解決に取り組むことができるであろう。

検証授業を実施するにあたり、指導計画における問題解決授業の時間において、作業仮説①に基づいた授業仮説を表に整理した。

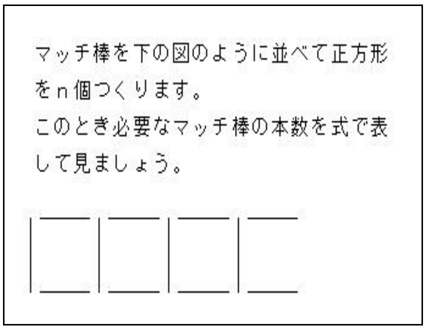
作業仮説①に基づく授業仮説と学習問題

小単元	時	作業仮説に基づく授業仮説	学習問題	指導上の工夫点
文字式の導入	１時限	文字式の導入においてマッチ棒の数を求める問題で文字を使った式のよさを知ることができるであろう。	マッチ棒を並べて正方形をｎ個つくったとき必要なマッチ棒の本数を式で表して見よう	帰納的な考えで正方形が1､2､3・・・の場合のマッチ棒の数を考えさせた。（考え方の比較なし）
	２時限	文字式の導入において碁石の問題を比較の問題に工夫することで文字を使った式のよさを知ることができるであろう。《授業仮説①》	１辺に同じ個数の碁石□個を並べて、正三角形をつくります。碁石は全部で何個ある？（本時）	碁石の総数を考えるうえでヒントとなる３つの図（図１）を提示。それぞれの考え方をどのように考えたのか比較させた。（考え方の比較あり）

【結果】

文字式の 1 時間目にマッチ棒の問題を行った。文字ｎを使って問題提示（図２）し、帰納的な考えで指導を行った。碁石の問題との違いは、問題解決的な過程で条件不足の問題にせず､考え方の比較を取り入れなかったことである｡その結果､文字を使った式の必要性を感じないまま理解に苦しむ生徒が多かった。

図２　マッチ棒の問題



正方形	マッチの数
1	3×1+1
2	3×2+1
3	3×3+1
…	…
n	3×n+1

一方､碁石の問題を､一辺の碁石の数を□(空欄)とした条件不足の問題形式にして問題を提示した。その結果、１辺の碁石の数を□(空欄)にすることで、碁石の総数がすぐには分からないことに気づく生徒が出てきた。

反対に「1 辺の数が分かれば碁石全体の総数が分かる」という発言も出てきた。そこで具体的に碁石の一辺の数を５個として、碁石の総数を考えるうえでヒントとなる３つの図を提示し（図３）､課題の焦点化を図った。それぞれどのような考えなのか､式は？と問いかけ､図から式を読み取る活動を取り入れた｡すると､ほとんどの生徒が､Ｓさんと同じような図を使って自分の言葉で説明していた（図４）。理解できた生徒は、その後 100 個、1000 個の場合も見通しをもって碁石の総数を式や自分の言葉で求めていた。図５は A 君の 1 辺の碁石が 5 個の場合の考えを基に 100 個の場合を式や言葉で説明している図である。このような考え方を整理することで、一辺の碁石の数が何個でも式化

図３　考え方の比較図

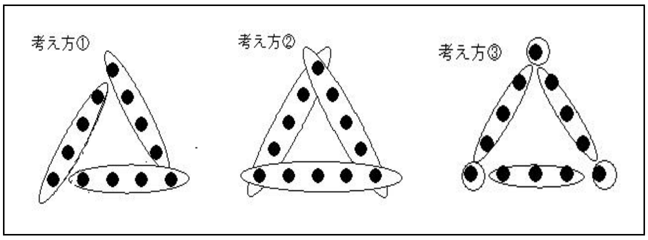
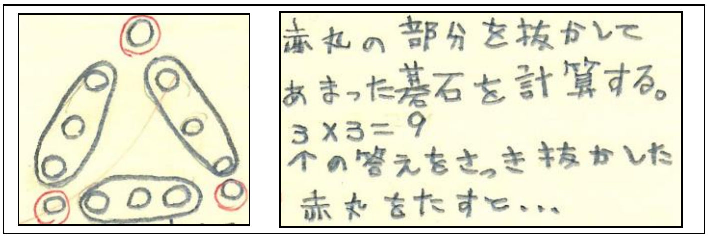
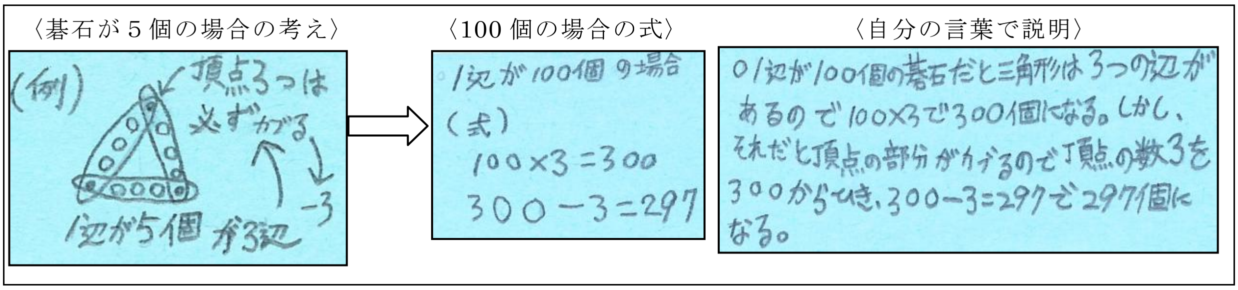


図４　Ｓさんの考えた説明



できることに気づき、問題提示にあった□を使っても式化できるようになり、さらに□を文字に置き換えることで文字式につなげることができた。

図５　Ａ君が考え方を比較することで広がった数学的な考え



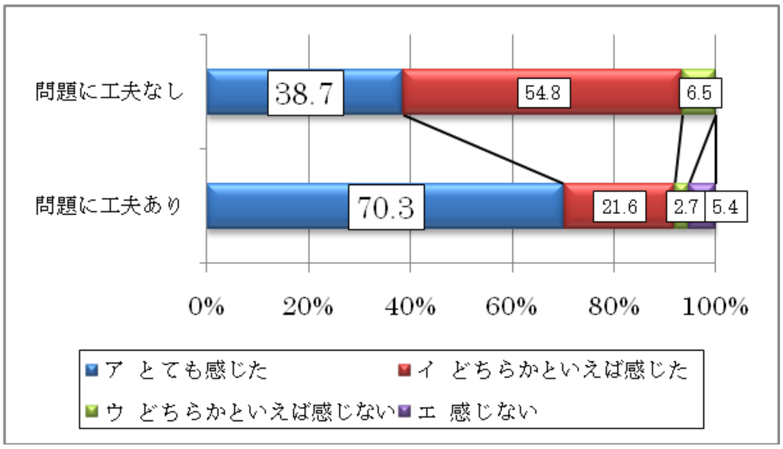
【考察】

図４はＳさんの考えで重ならないところだけをかけ（３×３）、残っている碁石を足している（３×３+３）。同様に一辺の碁石を重ならない方法で式化し、たら４×３と導き出している生徒もいた（図１の考え方③）。

図５はＡ君の考えで一辺の碁石が５個ずつの３辺で頂点３つが必ず重なるということから５×３－３と式化していた。その結果、碁石の個数が 100、1000 の場合でも碁石の総数を求める式の見通しがもてるようになり、図や式を使い自分の言葉で碁石の総数の考え方が説明でたと考える。このことから、それぞれの考えるきっかけを与える問題を比較するように工夫することで考えが深まり、目的意識をもって問題解決してくことにつながったと考える。

資料１は「文字を使った式の良さを感じたか」のアンケートで、「とても感じた」と答えたのが、工夫なしのマッチ棒の問題で 38.7%であったのに対し、工夫した碁石の問題では 70.3%になり 31.6 ポイント増加した。その要因には、問題解決の過程で課題を焦点化し、３つの考えを比較させる問題に工夫したことで、よりよい式に着目でき、文字を使って式化することが容易になったからだと考える。

資料１　「文字を使った式の良さを感じたか」



資料２　文字を使った式のよさに関する感想

- ○　文字を使った式の良さを感じることができた。
- ○　文字を使った式は１つに表せることができると分かった。
- ○　式が難しくても文字式ではすぐに計算できたので簡単だった。
- ○　文字式を使うと大きな数字を使っても１つの式で対応できる。

資料２の感想の中からも、「文字を使った式の良さを感じる事ができた」「文字式を使うと大きな数字を使っても１つの式で対応できる」等の記述が見られ、文字を使った式のよさを感じていたことが伺える。以上のことから、文字式の導入において考え方を比較するような問題に工夫することで、生徒が主体的に問題解決に取り組むことができると考える。

2　作業仮説②の検証

> 練り合いの場面において、生徒が互いの考えを比較・検討することや数学的表現を用いて事象を説明することにより、新たな見方や考え方に気付いたり、自分の考えを分かりやすく伝え合ったりすることができるであろう。

【結果】

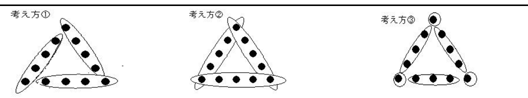
比較検討の場面では考え方①～③の式を比べ、どちらの式の考え方がいいのかを選ばせた（資料３）。そうすると、碁石の数が少ない５個の場合だと「４×３」の乗法しか計算記号が出てこない考え方①を選ぶ生徒が多かった。

しかし、１辺の碁石の数を増やし、100 個、1000 個にすると、考え方②の方が計算しやすいという意見が出てきた。その理由として「計算が速く正確にできるから」「一辺の碁石の数を使って計算できるから」という発言も出てきた。

次に「1 辺の碁石の数がどんな数でも式がつくれるか」と発問したところ、ほとんどの生徒がつくれるという自信でうなずいていた。そこで、考え方②を利用して□を使って式をつくらせた。また□を文字に置き換えて、文字を使った式x×３－３を導いた。始めは 1 辺の碁石の数が決まってないから総数は求めることができないと考えていた生徒がいた。次に□や文字を使って式ができることを示した。その生徒達は１辺の碁石の数が決まってなくても、碁石の総数をもとめることに驚きがあった。

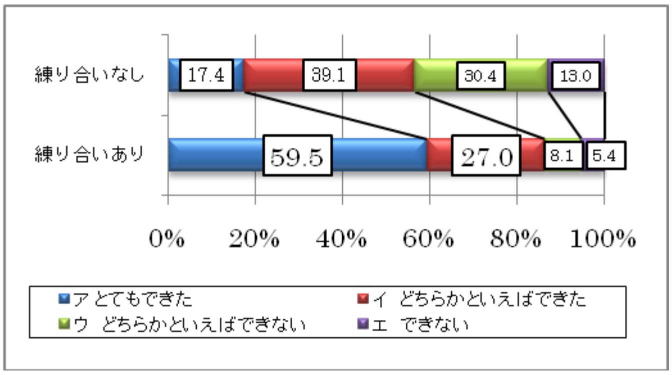
資料４は練り合いについてのアンケートである。「考えを深めることができましたか」の質問で、練り合いの場を設定せずに授業を進めたマッチ棒の問題の場合、「とてもできた」と、「どちらかといえばできた」を合わせて 56.5%になった。次に、式を分類、比較、整理する練り合いの場を設定した碁石の問題の場合は、86.5%になり 30.0 ポイント増加している。その理由として、練り合いの場を設定することで「分からない人が納得でき

資料３　式を分類・比較・整理する作業



碁石の数	（1辺の碁石の数－1）×3	（1辺の碁石の数）×3－3	（1辺の碁石の数－2）×3+3
□＝５	４×３	５×３－３	３×３+３
100	９９×３	100×３－３	９８×３+３
1000	９９９×３	1000×３－３	９９８×３+３
⋮		⇩	
□		□×３－３	
x		x×３－３	

資料４「考えを深めることができましたか」



資料５「考えを深めることができた」理由

- ○「分からない人が納得できるように教えることができた」
- ○「自分の考えだけではなく友人の考えも分かった」
- ○「みんなの考えを深めることができた」
- ○「みんなで話し合い、考えがまとまるとうれしい」

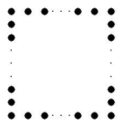
るように教えることができた」「自分の考えだけでなく友人の考えも分かった」「みんなの考えを深めることができた」「みんなで話し合い考えがまとまるとうれしい」等の理由を挙げている(資料５)。

資料６は適応問題の正答率である。検証授業での問題は碁石の並びが正三角形だったのに対し、適応問題では碁石の並びを正方形にした。結果は 86.5%であった。

資料６　検証授業での適応問題の結果

適応問題　（碁石の問題）　正答率８６．５％

１辺が同じ個数の碁石x個を並べて正方形つくります。碁石は全部で何個あるでしょうか。文字を使った式で表しなさい。



【考察】

３つの考え方を比較・検討する場面では、考え方①を選択するのではなく、考え方②方計算しやすいことに着目できた。これは、1 辺の碁石の数を使って立式した方が数量が大きくなっても計算しやすいことに気づいたからだと考える（資料３）。碁石の総数の数え方は多様な考え方があるが、生徒にとって考え方②の 1 つに絞って式化させたので考えやすかったと思われる。

資料４より、考えを深めることができた生徒の割合が 30.0 ポイント上昇した。その要因として、「友人の考えも分かった」「考えを深めることができた」「話し合い､考えがまとまるとうれしい」（資料５）等の理由があった。このことから練り合いを通して生徒は新たな見方や考え方に気付いていることが分かる。

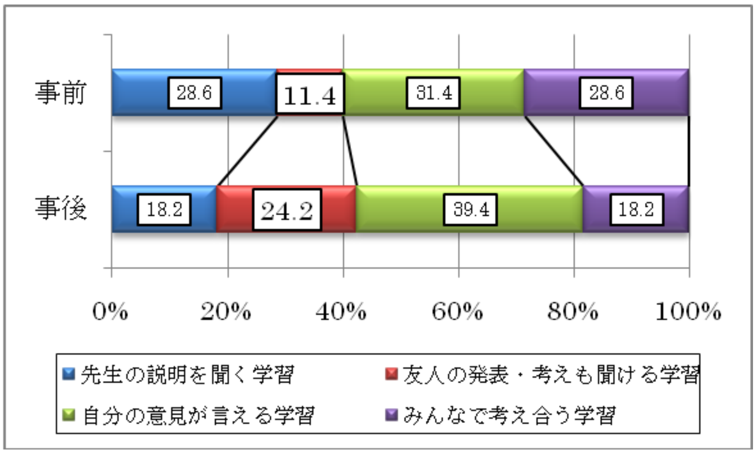
資料６の適応問題の正答率 86.5%と高い結果になっていることは､碁石の並び方が変わっても､一辺の数から総数を考える見方や考え方が定着していると考える。

マッチ棒の問題では、生徒に自力解決させるために十分に時間を与えた。しかし、生徒の考えを取りあげたり､考えの比較･検討などもなく､練り合う場面が無かった。その場合の生徒の感想は「内容が難しい」「理解しにくい」といった難しさを感じている生徒の言葉が多かった（資料７）。

資料７　練り合いが無かった場合の生徒の感想

- ○ 内容が難しい。理解しにくい。
- ○ 少し意味が分からない所があったけどやっと理解できた。
- ○ なんで式が２つ以上でてくるのかわからない。
- ○ 文字を使った式はとても難しかった。
- ○ なぜ､文字ｎを使うかがわからない。

資料８「どのような学習がよく理解できると思いますか」



資料８は検証授業後に学習形態について事前・事後に質問したアンケートである。「先生の話を聞く学習」を選んだ生徒は事前 28.6%から事後 18.2%に 10.4 ポイント下がったのに対し、「友人の発表・考えも聞ける学習」を選んだ生徒は事前 11.4%から事後 24.2%の 12.8 ポイント上昇し

た。つまり、教師主導の授業で受け身の学習よりも、友人の考えも取り入れ、見方や考え方を広げることができる生徒主体の練り合いの場を取り入れた学習が良いと感じている生徒が増えたと考える。

資料９の検証授業後の感想では「分からなかったのが分かってきた」「１つの問題でもいろいろな式がつくれる」の記述より生徒はグループ内で意見を共有することで新たな見方や考え方に気づいている様子が分かる。また「みんなで考えて意見を出し合えば正しい答えは見つかる」といった記述より相互に考えを深めていったことが伺える。さらに「話し合いをしたら楽しくなりました」「人に納得させる教え方ができるようになりたい」など記述からは練り合いの良さを実感し、学びの喜びを感じていることが分かる。

資料９「検証授業を終えての感想」

- ○「最初は全然分からなかったけど、グループの意見を聞いたら分からなかったのが分かってきた」
- ○「１つの問題でもいろいろな式がつくれるのだと分かった」
- ○「みんなで考えて意見を出し合えば正しい答えは見つかることが分かった」
- ○「話し合いをしたら楽しくなりました」
- ○「人に納得させる教え方ができるようになりたい」

資料 10 検証授業の様子

資料 10 のビデオ記録から､分からない生徒に分かりやすく理解させようとする姿が見られた｡このことより､生徒が互いの考えを比較・検討する練り合いの場を設定することで、新たな見方や考え方に気づいたり、自分の考えを分かりやすく伝えようとしている様子が伺える。

Ⅷ　研究成果と課題

１　成果

(1) 文字式の導入において問題を工夫することで文字を使った式のよさを知ることができる生徒の割合が増えた。

(2) 練り合いの場において数量を表す式を分類・比較・整理する作業を通して考えを深めさせることができた。

２　課題

(1) 他の領域でも考えるきっかけを与える問題の工夫すること

(2) 練り合いの場においての発問の工夫

《主な参考文献と資料》

『数学的な思考力・表現力の育成に関する研究 (1) 静岡大学教育実践センター紀要第 15 号』
竹下知行・坂本健司・熊倉啓之 (2008)
『小集団での追求で効果抜群！数学的な思考力・表現力を鍛える 24』熊倉啓之 明治図書 (2011)
『「問題解決の授業」に生きる「問題」集』相馬一馬,斉藤保編　明治図書 (2000)
『新学力！習得・活用・探求を支える算数の授業づくり』山本良和著 明治図書 (2009)
『算数力がつく教え方ガイドブック』志水廣著明治図書 (2006)
『中 1 ギャップを撃退する指導のアイディア 36』川上公一明治図書 (2010)
『思考力､表現力を高める練り合いを取り入れた授業デザイン活用ガイド』宮城県教育センター (2006)