

数学的な思考力・表現力を育む指導の工夫 ～思考過程を表現する活動を通して～

那覇市立開南小学校教諭 澤紙 秀典

<研究の概要>

次期学習指導要領改訂へ向けた論点整理(2015.8)では、「我が国の子供たちは、判断の根拠や理由を示しながら自分の考えを述べることや主体的に学習に取り組む態度」に課題があると指摘している。

そこで本研究では、言葉や数、式、図、表、グラフ等を使って論理的に考え、自分の考えの根拠を明確にさせて、理由をつけて説明する等、思考過程を表現する活動の充実を図る指導の工夫が、児童の数学的な思考力・表現力を育むことに有効であることを検証した。

<研究のイメージ>



<研究の成果>

- 自分の考えをかく場において、がじゅまるチャートを活用することで、式と答えだけでなく、図や言葉でその理由や根拠を明確にしながら、自分の考えを筋道立てて書くことができた。
- 伝え合う場において、自分の考えを表現することで、多様な考えにふれ、違いに気づき、同じ答えであっても思考過程の違いから新たな発見をする等、自分の考えを深めることができたと考えられる。

目 次

I	テーマ設定の理由	1
II	研究目標	1
III	研究仮説	1
	1 基本仮説	
	2 作業仮説	
IV	研究構想図	2
V	研究内容	2
	1 数学的な思考力・表現力について	
	(1) 数学的な思考力・表現力とは	
	(2) 数学的な思考力・表現力を育むには	
	2 思考過程を表現する活動について	
	(1) 思考過程を表現する活動とは	
	(2) 思考過程を表現する工夫について	
VI	授業実践（第5学年）	5
	1 単元名「合同な図形」	
	2 単元目標	
	3 指導計画及び学習目標（全11時間）	
	4 本時の目標	
	5 授業仮説	
	6 本時の展開（10/11時）	
VII	結果と考察	6
	1 作業仮説(1)の検証	
	【結果】 【考察】	
	2 作業仮説(2)の検証	
	【結果】 【考察】	
VIII	成果と課題	8
	1 成果	
	2 課題	

<主な引用文献と資料>

数学的な思考力・表現力を育む指導の工夫 ～思考過程を表現する活動を通して～

那覇市立開南小学校教諭 澤紙 秀典

I テーマ設定の理由

次期学習指導要領改訂へ向けた論点整理（2015.8）では、「我が国の子供たちは、判断の根拠や理由を示しながら自分の考えを述べることや主体的に学習に取り組む態度」に課題があると指摘している。また、「情報を他者と共有しながら、対話や議論を通じて互いの多様な考え方の共通点や相違点を理解し、相手の考えに共感したり多様な考えを統合したりして、協力しながら問題を解決していくこと（協働的問題解決）」が、育成すべき資質・能力の一つとしてあげられている。

平成27年度全国学力・学習状況調査結果から、主として「知識」を問う算数Aの全国平均正答率は75.2%に対して、主として「活用」の算数Bは45.0%と低く、その中でも問題形式が記述式になると32.5%で課題がある。本校の児童も、記述式問題は全国、沖縄県同様に低く、44.7%と正答率は半数以下である。これまでの実践を振り返ると、記述式問題の指導を行っているが、一部の児童だけの発言で授業を進め、その他の児童が自分の考えを表現する場面があまりなかった。また、式と図や言葉、表等と結びつける活動が不十分なまま授業が終わり、多様な見方や考え方が深められなかった。

これらの課題を改善するために、児童自らが課題を見つけるという主体的な学びや、他者の考えをしっかりと聴き、対話を通して思考や表現をより高いものに練り上げて課題解決していく協働的な学びを行う。また、言葉や数、式、図、表、グラフ等を使って論理的に考え、自分の考えの根拠を明確にさせて、理由をつけて説明する等、思考過程を表現する活動の充実を図る指導の工夫が、児童の数学的な思考力・表現力を育むことに有効であることを検証するために、本テーマを設定した。

II 研究目標

数学的な思考力・表現力を育むために、思考過程を表現する活動の有効性を研究する。

III 研究仮説

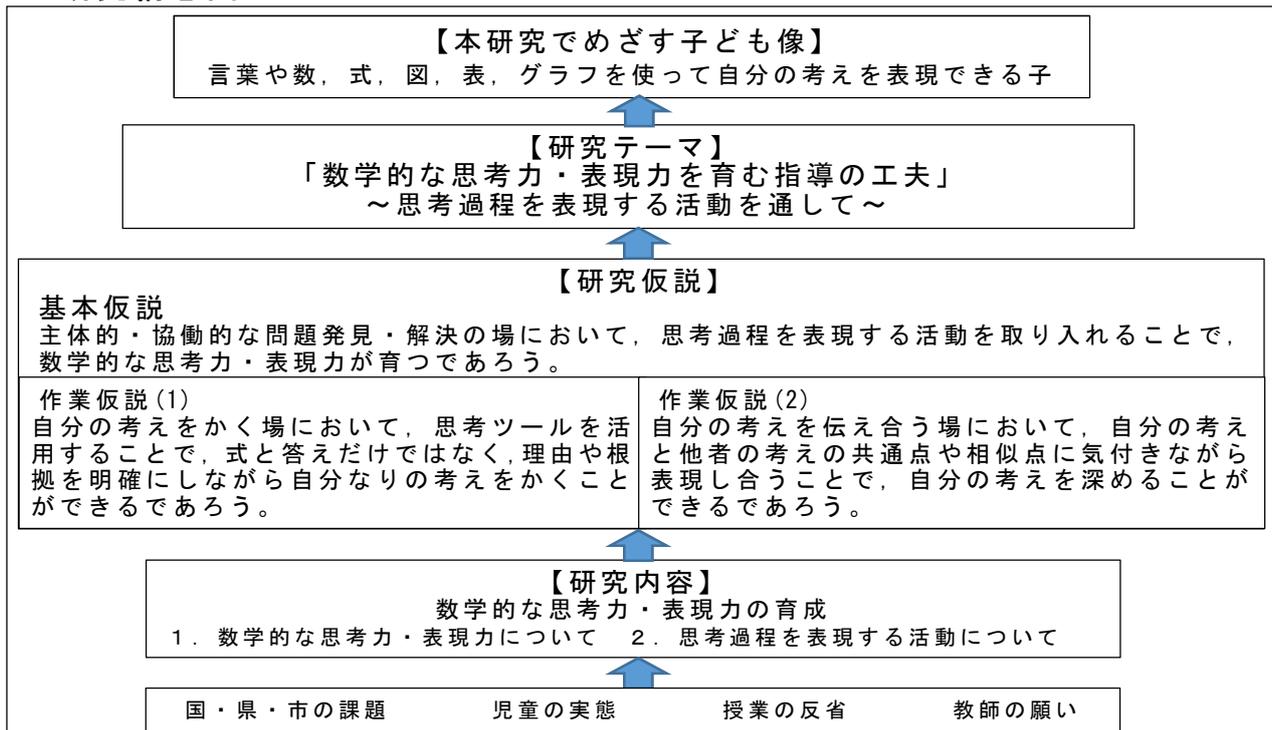
1 基本仮説

主体的・協働的な問題発見・解決の場において、思考過程を表現する活動を取り入れることで、数学的な思考力・表現力が育つであろう。

2 作業仮説

- (1) 自分の考えをかく場において、思考ツールを活用することで、式と答えだけではなく、理由や根拠を明確にしながら自分なりの考えをかくことができるであろう。
- (2) 自分の考えを伝え合う場において、自分の考えと他者の考えの共通点や相違点に気づきながら表現し合うことで、自分の考えを深めることができるであろう。

IV 研究構想図



V 研究内容

1 数学的な思考力・表現力について

(1) 数学的な思考力・表現力とは

算数科の目標は，次のとおりである。（下線：筆者加筆）

算数的活動を通して，数量や図形についての基礎的・基本的な知識及び技能を身に付け，日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え，表現する能力を育てるとともに，算数的活動の楽しさや数理的な処理のよさに気づき，進んで生活や学習に活用しようとする態度を育てる。

算数科においては，問題を解決したり，判断したり，推論したりする過程において，見通しをもち筋道を立てて考えたり表現したりする力を高めていくことを重要なねらいとしている。また，小学校学習指導要領解説 算数編には，「考える能力と表現する能力とは互いに補完し合う関係にある」とある。

片桐(2015)は「数学的な態度」を原動力とし，「数学の方法に関係した数学的な考え方」「数学の内容に関係した数学的な考え方」の2つの面から，数学的な考え方を考察し，具体的内容を図1のようにまとめている。本研究においても数学的な考え方の具体的内容を数学的な思考力と捉えることとする。

- I 数学的な態度**
- 1 自ら進んで自己の問題や目的・内容を明確に把握しようとする。
 - 2 筋道の立った行動をしようとする。
 - 3 内容を簡潔明瞭に表現しようとする。
 - 4 よりよいものを求めようとする。
- II 数学の方法に関係した数学的な考え方**
- 1 帰納的な考え方 2 類推的な考え方
 - 3 演繹的な考え方 4 統合的な考え方
 - 5 発展的な考え方 6 抽象化の考え方
 - 7 単純化の考え方 8 一般化の考え方
 - 9 特殊化の考え方 10 記号化の考え方
 - 11 数量化，図形化の考え方
- III 数学の内容に関係した数学的な考え方**
- 1 集合の考え 2 単位の考え 3 表現の考え
 - 4 操作の考え 5 アルゴリズムの考え
 - 6 概括的把握の考え 7 基本的性質の考え
 - 8 関数的な考え 9 式についての考え

図1 数学的な考え方の具体的内容

(2) 数学的な思考力・表現力を育むには

中央教育審議会の答申(2008)に示された算数科改訂の基本方針の第三の項目には、数学的な思考力・表現力の育成について、次のように述べられている。

「数学的な思考力・表現力は、合理的、論理的に考えを進めるとともに、互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものである。(中略)特に、根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えることや、言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を充実する。」

つまり、数学的な思考力・表現力を育むには、自分の考えを言葉、数、式、図、表、グラフを用いて、根拠を明らかにして、筋道を立てて考えたり、互いに自分の考えを説明し、伝え合ったりするなどの言語活動を積極的に取り入れるようにすることが大切である。また、自分の考えを表現する過程で、考えのよい点や誤りに気付いたり、筋道を立てて考えを進めたりすることができる。これらから言語活動を積極的に取り入れ充実させることによって、思考力と表現力が補完し合いながら高まっていくことが期待できると考える。

2 思考過程を表現する活動について

(1) 思考過程を表現する活動とは

金本(1998)は、「考えを交流させていくためには、まず、子どもたちに自らの思考過程を表現させていくことが大切である。このことを、『筋道立てて表現していく』と捉えている。(中略)そのための重要な方法として、算数ノートに、自分はどのように考えたのかを、言葉で、また、図や式や表なども使って表現させていくことである。」と述べている。

熊倉(2011)は、「数学的な表現力」について以下のように述べている(表1)。

表1 数学的な表現力の具体的な内容

能力	それぞれの力についての説明
数学的に考察したことを整理しまとめる力	個人や集団で考察した算数に関わる内容を、自分なりに整理して紙の上にまとめる力
数学的に考察したことを人に説明する力	個人や集団で考察した算数に関わる内容を、他の人にわかりやすく説明する力
人が数学的に考察したことを読み取り評価する力	他の人が考察した算数に関わる内容を読み取り、さらに評価する力

これらを参考に、次のような思考過程を表現する活動を設定する(表2)。

表2 思考過程を表現する活動

①個人で考え、かく活動(見通しや予想をもとに) 多様に考える、理由付ける、数学的に推論する等、数学的な思考力に関わる活動
②個人の考えを他の人に説明する活動 比較して考える(共通点・相違点)、関連付けて考える、焦点化する、一般化する
③他の人の考えを読み取り評価する活動

(2) 思考過程を表現する工夫について

表3 19の思考スキル(一部抜粋)

思考スキル	定義	思考スキル	定義
①多面的に見る	多様な視点や観点に立って対象を見る	④関連付ける	学習事項と実体験・経験のつながりを示す
②焦点化する	重点を定め、注目する対象を決める	⑤理由付ける	意見や判断の理由を示す
③比較する	対象の相違点、共通点を見つける	⑥応用する	既習事項を用いて課題・問題を解決する

黒上(2012)は「思考には、手順に落とすことができるものがある。そして、手順を意

識させることによって、より多くの子どもが考えを深めたり表したりできるようになる」と述べ、19の思考スキル(思考の結果を導くための具体的な手順についての知識とその運用技法)をあげているが、本研究で扱うスキルを抜粋する(表3)。

また、頭の中に浮かんだ考えや新しく知った情報等、子どもの考えを目に見えるようにする「思考ツール」について、7つの視点で役立て方を表4に示した。思考ツールの効果として、田村(2013)は「情報の可視化と操作化を特徴とする」、三宅(2013)は「頭の中にあるイメージや情報を外に促し、そうして視覚化されたものの関係を見付けやすくする」と述べている。これらを参考に、本研究ではがじゅまるチャートとホワイトボードを取り入れる(表5)。

表4 思考ツールの7つの視点

- | |
|--------------------------|
| (1) アイデアや問題を視覚化するため |
| (2) 考えや情報を整理するため |
| (3) 考えをすぐにフィードバックするため |
| (4) 学んだこと同士のつながりを明確にするため |
| (5) 意見を友達同士で共有するため |
| (6) 知識を新しくつくりあげるため |
| (7) 考えを評価するため |

表5 思考ツールと思考スキルの関係

思考ツール	思考ツールの視点	思考スキル	効果
がじゅまるチャート	(1), (2), (4), (7)	① 多面的に見る ⑤ 理由付ける	問いに対する予想や答えだけではなく、理由や根拠を明確にしながら自分なりの考えを記述できる。
ホワイトボード	(1), (3), (5)	② 焦点化する ③ 比較する ④ 関連付ける ⑥ 応用する	比較したり、関連付けたりしながらアイデアを絞り込み、結論として焦点化していく思考が期待できる。

まず、自分の考えをかく場において、がじゅまるチャートを取り入れることで式と答えだけではなく、なぜこう考えたのか等、理由や根拠を明確にしながら言葉や図、式を関連させ、自分なりの考えを記述できると考える。また、結論に達していないことや、正しい意見だけを言おうとすることよりも、途中でもこう考えたということを大事にすれば、自信になり、能動的に思考するであろう。

本研究において自分の考えを持ち、理由や根拠を示しながら思考過程を表現する手立てとして、がじゅまるチャートは有効だと捉える(図2)。

次に、自分の考えを伝え合う場においてホワイトボードを取り入れて様々な考えを出し合う中で、思考過程を比較したり、関連付けたりしながらアイデアを絞り込み、結論として焦点化していく思考過程の可視化が期待できると考える。

学習過程	がじゅまるチャートの展開例	予想される児童の反応
① 問題把握 未習と既習をはっきりさせる		七角形の7つの角の大きさの和は何度になりますか。 十角形の10の角の大きさの和は何度になりますか。
② めあて 見通しをもたせる		十角形の角の大きさの和の求め方にはどんなきまりがあるのか考えよう。
③ 予想や答え		(1) 七角形の角の大きさの和は900°になる。 (2) 十角形の角の大きさの和は1440°になる。
④ 理由や根拠 図、式、言葉表を使って		(1) 1つの頂点から対角線を引いて三角形に分けて考える。 $180 \times 5 = 900$ 答え 900° (2) 表を使って、180°ずつ増えているというきまりを見つけた。
⑤ 考えた方法 枝に色づけ		(1) 図を使って式を使って言葉を使って (2) 図や表を使って式を使って言葉を使って
⑥ まとめ 伝え合う場の互いの思考活動をもとに		□角形の角の大きさの和は、三角形に分けて考えれば、求めることができる。 式は $180 \times (\square - 2)$ または $180 \times \square - 360$ で求められる。

図2 がじゅまるチャートを用いた授業展開例

VI 授業実践（第5学年）

1 単元名 合同な図形

2 単元目標

合同の意味を理解し、合同な図形の性質調べや作図などを通して、平面図形についての理解を深める。

3 指導計画及び学習目標

時	学習目標	がじゅまるチャートの活用
第1次 1～3時	・合同の意味、合同な図形の性質を理解する。【知】 ・基本四角形を対角線で分けて合同の観点で考察する。【考】	
第2次 4～6時	・合同な三角形をかく要素の考察と、3通りの方法による三角形の作図をする。【考】【技】 ・三角形分割による四角形のかき方を考え、作図をする。【考】【技】	① 作図（三角形） ② 作図（四角形）
第3次 7～11時	・三角形の内角の和を帰納的に考え、説明する。【考】【知】 ・四角形・五角形の内角の和を演繹的に考え、説明する。【考】【知】 ・三角形の内角の和が 180° であることを基に、多角形の内角の和の求め方のきまりを考え、説明する。【考】（本時）	③ 内角の和（三角形） ④ 内角の和（四角形） ⑤ 内角の和（多角形）

4 本時の目標

三角形の3つの角の和が 180 度になることを基に、多角形の角の和の求め方のきまりを考え、説明することができる。

5 授業仮説

七角形や十角形の角の大きさの和について、がじゅまるチャートやホワイトボードを用いて伝え合う活動を取り入れることで、言葉や式、図等と関連付けながら多角形の角の和の求め方のきまりを見つけ、説明することができるであろう。

6 本時の展開（10/11時）

	学習活動	指導上の留意点
導入 (10分)	1 学習問題 □七角形の7つの角の大きさの和は何度になりますか。	◆既習内容と未習内容の確認をする。
	2 自力解決（個人） 七角形の7つの角の大きさの和の求め方を考える。 がじゅまるチャートに書き込む	◆予想や答えだけではなく、その理由や根拠を言葉や図、式で書かせる。 がじゅまるチャートの活用
	3 七角形の7つの角の和の求め方を話し合う（ペア）→（一斉）	
	4 学習のめあてを立てる □四角形の角の大きさの和の求め方にはどんなきまりがあるのか考えよう	
5 見通しをもつ		
展開 (25分)	6 十角形の10の角の和の求め方のきまりを考え、話し合う（個人）→（グループ） きまりとその理由について説明し、ホワイトボードに書き込む	◆前時までの学習から、多角形の角の大きさの和に着目させる。 ◆既習の知識や技能を想起させ、解決方法を全体で話し合い、解決の見通しを持たせるようにする。
	7 比較・検討（全体） 主に2つの考え（対角線を引いて、三角形に分割して考える方法、内部の1点と全ての頂点を結び、三角形に分割し、内部の1点を囲む 360° を引いて考える方法）を比較しながら共通点を明らかにする。	◆各グループのホワイトボードを掲示し、比較させる。 ◆共通点を考えながら聞くように助言する。
まとめ (10分)	8 学習のまとめをする。 ・□四角形の角の大きさの和は、三角形に分けて考えれば、求めることができる。	◆めあてを再確認し、今日の活動を振り返らせる。 ◆本時のまとめをする。 ◆三角形に分けて求めさせる。 ・三角形の内角の和は 180° であることから、三角形に分割して、角の大きさの和を求めさせる。 ◆本時の学習を振り返らせる。
	9 適用問題を解く。 五十角形の角の大きさの和を求めましょう。	
	10 振り返り ・□四角形の角の大きさの和は、三角形に分けて考えれば求められる。 ・角の大きさの和は三角形が増えるにつれ、 180° ずつ増える。	

VII 結果と考察

1 作業仮説(1)の検証

自分の考えをかく場において、思考ツールを活用することで、式と答えだけではなく、理由や根拠を明確にしながら自分なりの考えをかくことができるであろう。

【結果】本研究では、式と答えだけではなく、理由や根拠を明確にしながら自分なりの考えをかくために、思考ツール（がじゅまるチャート）を活用した。全11時間の単元の中で、評価項目が主として思考の授業（5回）で、がじゅまるチャートを活用し、始めは「児童が思ったことをかいた」ことを褒め、「多種、多様な考えに気づき、かいた」ことで考えの枝が増え、達成感を味わわせる学習指導を行った。

図3-1、3-2は、E児の第4時と第10時における記述の様子である。考えが増えただけではなく、徐々に図や式を言葉でつなぎ、かけるようになってきた。

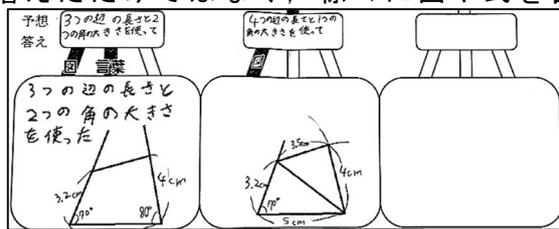


図3-1 第4時のE児の記述の様子

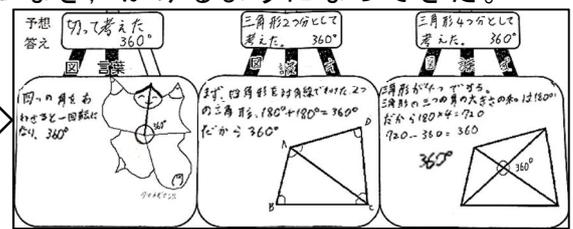


図3-2 第10時のE児の記述の様子

単元終了後に行ったアンケートからは、がじゅまるチャートを活用することで、図・式・言葉で理由や根拠をかくことに有用感を感じている記述が見られた（表6）。

（表6）「がじゅまるチャートを使ってみて、良かったことを書いてください」の問いに対する児童の答え

- ・チャートを使って、前より図・式・言葉を書いたりするようになったので良かった。
- ・図、式、言葉、表のどれを使っていたのかが分かるので、見直しがしやすい。
- ・がじゅまるチャートは図や式など言葉も使ってかけるから、振り返ったときにとっても見やすい。
- ・今まで使わなかった言葉・図が、とても頭にうかび、たくさんかけるようになった。
- ・どんな考えが分かりやすいか、どんな文が人に伝わるのかを考えながら書けたので良かった。

図4に、がじゅまるチャート導入前後のアンケート結果を示した。「自分の考えを図や式、言葉を使って書きますか」の問いに、図、式、言葉を使ってかく児童の割合がそれぞれ増え、特に、「言葉を使って」かく児童が、45%から76%に増えていた。

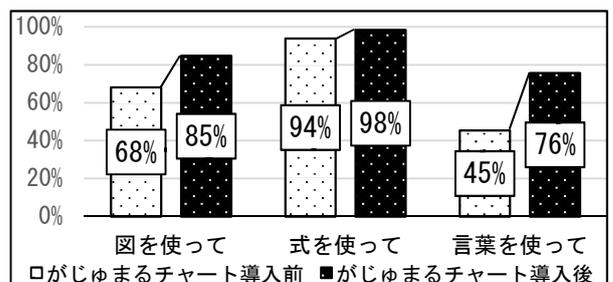


図4 自分の考えを図や式、言葉を使って書きますか

また、がじゅまるチャート導入後に取り組んだ記述式問題（六角形の内角の和を求める）の解決方法の結果、正答率は91%で、そのうち図・式・言葉の全てで求め、正答だった児童は82%であった。

このことから、「言葉を使って」かく児童は、アンケート意識調査より実際の正答率が高いことが分かった。

【考察】自分の考えをかく場において、がじゅまるチャートを活用することで、枝の1つである図や式、表のいずれかを手がかりにして自分の考えを表現し、言葉を使ってかくことに慣れたことがアンケートの数値や記述で示された。さらに、記述式問題から、児童の実態として、図や式だけではなく、言葉に関連させ、理由や根拠を明確にしながらかく児童が増えたと考えられる。

2 作業仮説(2)の検証

自分の考えを伝え合う場において、自分の考えと他者の考えの共通点や相違点に気付きながら表現し合うことで、自分の考えを深めることができるであろう。

【結果】まず、授業の振り返りから、「2つの考えに共通していたのは、三角形に分けて考えること」のように数学的に思考した記述が見られた(表7)。

表7 授業の振り返り(——— 数学的な思考がわかる)

- ・2つの考え(①1つの頂点から対角線を引き、三角形に分ける・②□角形の中に点をうち、頂点に直線を引き、三角形に分けて360°をひく)に共通していたのは、三角形に分けて考えること。
- ・□角形の角の大きさの和は、三角形に分けると求められ、 $180 \times \square - 360$ 、または $180 \times (\square - 2)$ になることが分かった。次はもっとむずかしい□角形を求めてみたい。
- ・三角形に分けて式で考えたり、表から読み取ったりすると□角形の角の大きさの和が求められることが分かった。ちなみに百角形の角の大きさの和は 17640° 。
- ・私は式できまりを見つけようとして、 360° をひくのを忘れていて、みんなの発表で分かった。また、何角形でも $180 \times \square - 360$ をすれば求められる。
- ・私がすぐに思いついたのと、みんながすぐに思いついた考えがちがうので、みんなの考えを見てみると、「ああこういう考え方もあるのか」と思い、おもしろかった。

表8は、ホワイトボードを活用した感想で、「すぐに見わたせて、仲間分けができた」と、話し合いにホワイトボードが有効であったとする記述があった。また、「その考え方も使ってみようと思った」と、意欲的な態度が表れた記述もあった。

表8 ホワイトボードを活用した児童の感想(———話し合いに役立った ———意欲的な態度)

- ・グループのみんなと同じ所やちがう所を見つけられました。
- ・みんなの考えや自分の考えがすぐに見わたせて、仲間分けができた。
- ・他のグループのホワイトボードを見て、その考え方も使ってみようと思った。

図5は、検証授業時の1つのグループの考えと、4人のがじゅまるチャートの考えである。未完成のB児の表にC児の考えを付け加え、A児の言葉、D児の答えでグループの考えをまとめている。お互いの共通点や相違点を表現し合うことでアイデアを絞り込み、結論として焦点化していく思考の可視化ができた。

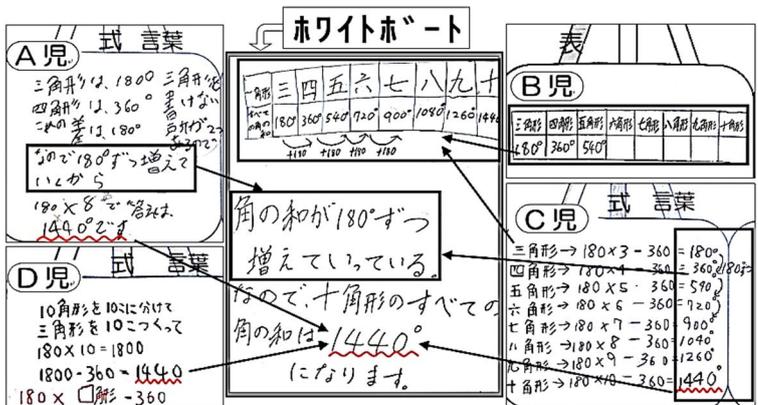


図5 グループの考え(ホワイトボード)と4人(A児~D児)のがじゅまるチャートの考え

次に、抽出児童の変容を単元前・単元後の記述式問題から見る。E児は、単元前の問題(図6-1)では、問題把握ができず、立式は誤答で、言葉を使っでの説明も無答だった。単元後の問題(図6-2)では、解決方法を理解し、立式し、正答だった。また、図を使って「三角形に分ける」ことを言葉で表現することができた。

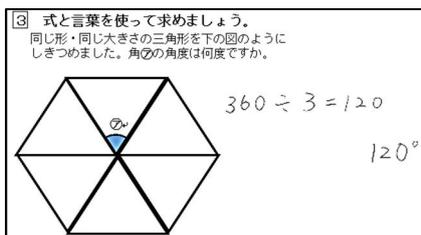


図6-1 E児の単元前の記述の様子

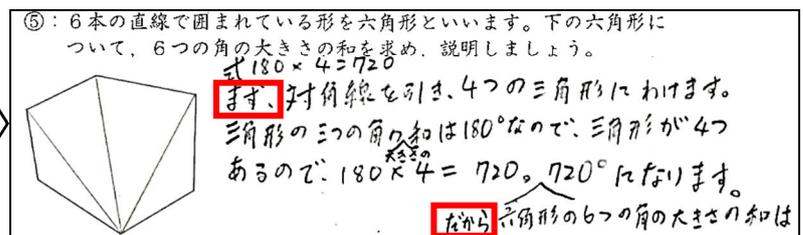


図6-2 E児の単元後の記述の様子

【考察】振り返りやアンケートから、自分の考えを伝え合う場において、がじゅまるチャート・ホワイトボードを活用した活動は、自分の考えを伝えたり、共通した考えを見つけたり、新たな考えを手に入れる手立てとして有効であったと考えられる。

児童は解決方法に表や式を使い、角の和が 180° ずつ増えていくことに気付き、図や式と関連させながらきまりを見つめることができたことから、数学的に思考する力が育ちつつあると考えられる。

また、抽出児童 E 児の単元前後の記述の様子を比較すると、自分の考えを式と答えだけではなく、そこに至るまでの理由や根拠を図や「対角線」という算数用語、「三角形の三つの角の大きさの和は 180° 」といった図形の性質を言葉で明確にし、「まず」「だから」の言葉を使ってつなげ、自分の言葉で表現できるようになった。

図 7 は、単元前後に行った記述式問題の解決方法の比較を示したものである。図・式・言葉の全てを使って正答した児童は 5% から 82% になり、自分の言葉で表現できる児童が明らかに増えた。

以上のことから、自分の考えを伝え合う場において、自分の考えと他者の考えの共通点や相違点に気付きながら表現し合うことで、自分の考えを深めることができた

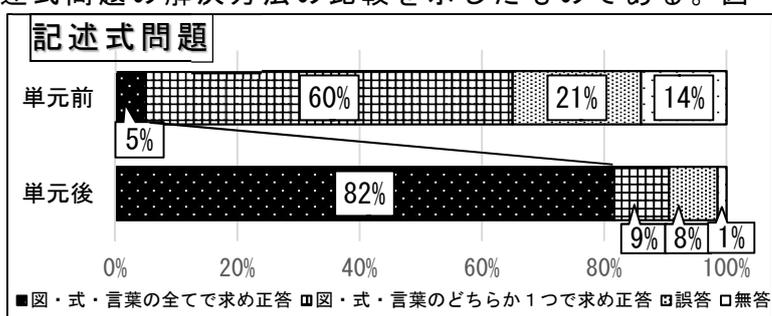


図 7 単元前後に行った記述式問題の解決方法の比較(5年生 2クラス 67名)

と考えられる。

Ⅷ 成果と課題

1 成果

- (1) 自分の考えをかく場において、がじゅまるチャートを活用することで、式と答えだけではなく、図や言葉でその理由や根拠を明確にしながら、自分の考えを筋道立てて書くことができた。
- (2) 伝え合う場において、自分の考えを表現することで、多様な考えにふれ、違いに気付き、同じ答えであっても思考過程の違いから新たな発見をする等、自分の考えを深めることができたと考えられる。

2 課題

- (1) 自力解決で思考が止まっている児童に対して、既習と未習を結びつけ、図・式・言葉・表等、手がかりを自分で見つけることができる支援の工夫が必要である。
- (2) 全体、グループの中でうまく表現できない児童に対して、お互いの考えを交流し合い、自己肯定感を高める授業展開の工夫を計画的、継続的に行う必要がある。

<主な引用文献と資料>

『小学校学習指導要領解説 算数編』	文部科学省	東洋館出版社	2008
『算数と数学の一貫した指導が学力を向上させる』	片桐重男	学事出版	2015
『数学的な思考力・表現力を鍛える授業 24』	熊倉啓之	明治図書	2011
『思考ツールの授業』	田村学・黒上晴夫	小学館	2013